Brevet de technicien supérieur 14 mai 2018 Groupement C1
Éléments de correction

Exercice 1

L'équation de la droite de régression, par la méthode des moindres carrés, est $y = 4914,4 + 866,1x$

En 2020 (dont le rang est 11), si on admet que la progression se confirme, la production électrique éolienne sera de l'ordre de

14 441,5 MW $(4914,4 + 866,1 \times 11 = 14441,5)$.

Conclusion : Ce modèle ne permet pas de confirmer que l'objectif du Grenelle de l'environnement sera atteint.

Partie 2 : Modélisation de la puissance d'une éolienne

1. Le rayon d'une pale vaut $R = 50$ m. 1 tour correspond à $2\pi R$ m. Donc 16 tours par minute correspond à $16 \times 2\pi R = 5026,548$ mètres par minutes, soit $\dfrac{5026,548 * 60}{1000}$ km.h^{-1}.

La vitesse de l'extrémité des pales s'élève à 301,6 km.h^{-1}

2. La puissance, exprimée en kW, d'une éolienne de ce parc, en fonction de la vitesse v du vent, exprimée en m/s, est modélisée par la fonction P définie sur $[3\,;\,+\infty[$ par

$$P(v) = -55 + \frac{5110}{2 + 750\mathrm{e}^{-0,75v}}.$$

a. Lorsque le vent a une vitesse de 3 m/s, la puissance attendue est $P(3)$ soit 8,05 kW.

b. D'après les résultats du calcul formel :

$$P'(v) = \frac{562,5\mathrm{e}^{-0,75x}}{(2 + 750 \times \mathrm{e}^{-0,75x})^2}.$$

Pour tout réel X, $\mathrm{e}^X > 0$, donc la fonction P est strictement croissante sur $[3\,;\,+\infty[$. De plus $\displaystyle\lim_{v \to +\infty} P(v) = 2500$, cela veut dire que cette fonction P ne peut pas croître indéfiniment.

c. Lorsque le vent atteint la vitesse de coupure $v = 20$ ms^{-1}, la puissance d'une éolienne vaut $P(20)$ soit 2 499,71 kW

d. On cherche v telle que $P(v) > 2000$.

$$\begin{aligned}
-55 + \frac{5110}{2 + 750\mathrm{e}^{-0,75v}} > 2000 &\iff\\
\frac{5110}{2 + 750\mathrm{e}^{-0,75v}} > 2055 &\iff\\
\frac{5110}{2055} > 2 + 750\mathrm{e}^{-0,75v} &\iff\\
\frac{1000}{2055} > 750\mathrm{e}^{-0,75v} &\iff\\
\frac{1000}{2055 \times 750} > \mathrm{e}^{-0,75v} &\iff\\
\ln\left(\frac{1000}{2055 \times 750}\right) > -0,75v &\iff\\
-\frac{4}{3}\ln\left(\frac{1000}{2055 \times 750}\right) < v &
\end{aligned}$$

Conclusion :
la puissance d'une éolienne du parc devient supérieure à 2 000 kW, lorsque la vitesse du vent sera supérieur à 10 m/s (le résultat est arrondi à l'unité)

3. **a.** D'après les résultats du calcul formel, la puissance moyenne d'une éolienne, lorsque le vent varie entre 5 m/s et 12 m/s, est $\dfrac{1}{12-5} \times 9872{,}14872056$, soit 1 410,31 kW.

b. En moyenne une éolienne produit 1,41 MW, pour atteindre une production totale de 1 000 MW, il faut $\dfrac{1\,000}{1{,}41}$, soit 709 éoliennes.

Exercice 2

Partie 1 : Loi binomiale

1. L'inspection d'une pale est une épreuve de Bernoulli,
- succès : la pale est défaillante et demande une intervention extérieure, et P(succès) = 1 - 0,982 = 0,018
- échec : la pale n'est pas défaillante.

Chaque éolienne contient 3 pales, les 70 éoliennes possèdent 210 pales.
L'expérience aléatoire consiste à contrôler les 270 pales et puisque les dommages sur les pales sont indépendants d'une pale à l'autre, on est en présence d'un schéma de Bernoulli.
Conclusion : La variable aléatoire X qui, à chaque inspection des 70 éoliennes, associe le nombre de pales nécessitant une intervention de spécialistes, suit une loi binomiale $\mathscr{B}(210~;~0{,}018)$.

2. Il n'y a aucune pale nécessitant une intervention, signifie que $X = 0$ et $P(X = 0) = 0{,}022\,1$.

3. Il y a au plus 2 pales défaillantes, signifie que $X \leqslant 2$ et $P(X \leqslant 2) = 0{,}269\,5$.

4. Le nombre moyen de pales d'éoliennes nécessitant une intervention est $E(X) = np = 210 \times 0{,}018 = 3{,}78$ soit environ 4 pales en moyenne.

5. **a.** Nous avons
- $n = 210$ donc très supérieur à 30.
- $np(1-p) \approx 3{,}72$, très inférieur à 10.

donc on peut approcher la loi binomiale par la loi de Poisson $\mathscr{P}(\lambda = 3{,}78)$

b. $P(Z \leqslant 2) = 0{,}272\,1$. Ce résultat est-cohérent avec ce qui précède, car l'erreur est de l'ordre de 0,003

Partie 2 : Loi normale

La variable aléatoire Y suit la loi normale d'espérance $m = 22$ et d'écart type $\sigma = 0{,}025$.
L'entreprise accepte la pièce si son diamètre appartient à l'intervalle $[21{,}94~;~22{,}06]$.
E= « une pièce prise au hasard dans la production est refusée » correspond à l'évènement $Y \notin [21{,}94~;~22{,}06]$
Donc $P(E) = 1 - P(21{,}94 \leqslant Y \leqslant 22{,}06) = 1 - 0{,}983\,6 = 0{,}016\,4$

Partie 3 : Test d'hypothèse

La variable aléatoire $\overline{Y}$ suit la loi normale de paramètres m et $\sigma_0 = \dfrac{\sigma}{10}$
On choisit l'hypothèse nulle H_0 : « $m = 22$ ».

1. Le test est bilatéral donc l'hypothèse alternative est $H_1 : m \neq 22$.

2. Sous l'hypothèse nulle H_0, la variable aléatoire

$\overline{Y}$ suit la loi normale de moyenne $m = 22$ et d'écart type $\sigma_0 = 0{,}0025$. Donc $h \approx 0{,}0049$

3. La règle de décision du test.

Si la moyenne $\bar{x}$, d'un échantillon de 100 pèces, est comprise entre 21,9951 et 22,0049 , l'hypothèse H_0 est acceptée avec un niveau de confiance de 95%, sinon, elle est rejetée, et on accepte H_1 avec un risque de 5%

4. **a.** La moyenne des diamètres pour l'échantillon prélevé est $\bar{x} = 21{,}9988$ mm

b. $\bar{x}$ est dans l'intervalle $[21{,}9951\ ;\ 22{,}0049]$, au seuil de risque 5 % H_0 est acceptée , on peut conclure avec ce même seuil que la machine est bien réglée