Corrigé du brevet de technicien supérieur Métropole septembre 2020 - Comptabilité et gestion [1]

Exercice 1 **10 points**

Partie A :

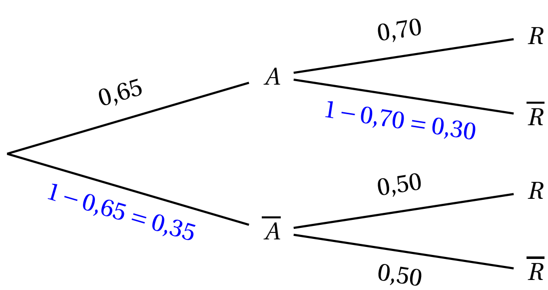
Une entreprise, spécialisée dans la fabrication de parfums, souhaite créer deux parfums, l'un à la rose et l'autre au jasmin.
Elle achète donc les deux variétés de fleurs à deux producteurs, A et B, pour ses créations.
Le directeur passe la commande suivante :

- 65 % de la quantité nécessaire provient du producteur A ;
- parmi la quantité provenant du producteur A, 70 % sont des roses ;
- parmi la quantité provenant du producteur B, il y a autant de roses que de jasmin.

On s'intéresse à une fleur au hasard.
On considère les évènements suivants :

- A : « La fleur provient du producteur A » ;
- B : « La fleur provient du producteur B » ;
- R : « La fleur est une rose ».

1. L'événement B est l'événement $\overline{A}$. On donne la valeur des probabilités $P(A)$, $P_A(R)$ et $P_{\overline{A}}(R)$.
   - 65 % de la quantité nécessaire provient du producteur A donc $P(A) = 0,65$.
   - Parmi la quantité provenant du producteur A, 70 % sont des roses donc $P_A(R) = 0,70$.
   - Parmi la quantité provenant du producteur B, il y a autant de roses que de jasmin donc $P_{\overline{A}}(R) = P_{\overline{A}}(\overline{R}) = 0,50$.
2. On réalise un arbre de probabilités représentant la situation.



3. La probabilité que la fleur provienne du producteur A et soit une rose est :
   $P\,(A \cap R) = P(A) \times P_A(R) = 0,65 \times 0,70 = 0,455$.
4. Le directeur a besoin d'au moins 60 % de roses pour ses créations ; on calcule $P(R)$:
   $P(R) = P\left(A \cap R\right) + P\left(\overline{A} \cap R\right) = 0,455 + P\left(\overline{A}\right) \times P_{\overline{A}}(R) = 0,455 + 0,35 \times 0,50 = 0,63$ c'est-à-dire 63 %.
   Donc la commande du directeur peut convenir.
5. Sachant que la fleur est une rose, la probabilité qu'elle provienne du producteur A est :
   $P_R(A) = \dfrac{P(A \cap R)}{P(R)} = \dfrac{0,455}{0,63} \approx 0,722$.

1. Candidats libres

Partie B :

Un employé prend au hasard 100 flacons parmi les parfums à la rose ou au jasmin. Ce tirage est assimilé à un tirage avec remise car le nombre de flacons est très grand.
On suppose que la probabilité que le flacon contienne du jasmin est de 0,37.
Soit X la variable aléatoire qui, dans le lot de 100 flacons, associe te nombre de flacons contenant du jasmin.

1.
   - L'épreuve élémentaire consiste à prendre au hasard un flacon de parfum ; cette épreuve a deux issues : le flacon contient du jasmin avec une probabilité $p = 0,37$ ou le flacon ne contient pas de jasmin.
   - On effectue dans les mêmes conditions cette épreuve 100 fois.

   Donc la variable aléatoire X qui donne le nombre de flacons contenant du jasmin suit la loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,37$.
2. La probabilité d'obtenir dans le lot exactement 40 flacons contenant du jasmin est :
   $P(X = 40) = \binom{100}{40} 0,37^{40}\,(1-0,37)^{100-40} \approx 0,067$
3. La probabilité d'obtenir au moins 30 flacons contenant du jasmin est : $P(X \geqslant 30) \approx 0,942$.

Partie C :

L'entreprise s'intéresse au remplissage de ses flacons de parfum.
On note Y la variable aléatoire qui, à chaque flacon prélevé dans la production, associe la quantité de parfum qu'il contient, exprimée en mL.
On admet que Y suit la loi normale d'espérance 50 et d'écart-type 0,4.

1. La probabilité que le flacon contienne moins de 49 mL de parfum est : $P(0 \leqslant Y < 49) \approx 0,0062$.
2. On estime qu'un flacon de parfum est conforme lorsque la quantité de parfum qu'il contient est comprise entre 49 et 51 mL.
   a. La probabilité que le flacon soit non conforme est :
   $1 - P(49 \leqslant Y \leqslant 51) \approx 1 - 0,9876 \approx 0,0124$.
   b. L'entreprise a produit 120 000 flacons. On estime que 1,2 % des flacons ne sont pas conformes.
   Le nombre de flacons non conformes est : $120000 \times \dfrac{1,2}{100} = 1440$.
   c. Un flacon est vendu 30 € ; $1440 \times 30 = 43200$.
   Donc la perte de chiffre d'affaires pour l'entreprise peut être estimée à 43 200 €.

Exercice 2 : **10 points**

Dans ce problème, on s'intéresse au taux d'équipement des ménages en connexion internet.
Le tableau suivant, où x_i désigne le rang de l'année mesuré à partir de l'année 2010, donne le taux d'équipement en connexion internet y_i (en pourcentage) des ménages pour chaque année entre 2011 et 2016.

Année	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Taux (en %) d'équipement en connexion internet y_i	69,2	73	75,3	77,9	79,7	81,7

Source : Insee

Partie A : Premier modèle

1. Le taux global d'évolution du taux d'équipement en connexion internet des ménages entre 2011 (69,2 %) et 2016 (81,7 %), exprimé en pourcentage est : $\dfrac{81,7-69,2}{69,2} \times 100 \approx 18,06\,\%$.
2. On veut calculer le taux moyen annuel d'évolution du taux d'équipement en connexion internet des ménages entre 2011 et 2016, exprimé en pourcentage et arrondi à 0,01

   Le coefficient multiplicateur qui fait passer du taux en 2011 au taux en 2016 est $1+\dfrac{18,06}{100} = 1,1806$. Entre 2011 et 2016 il y a 5 ans donc le coefficient multiplicateur moyen qui fait passer du taux en 2011 au taux en 2016 est $\sqrt[5]{1,1806} = (1,1806)^{\frac{1}{5}} \approx 1,0338$, ce qui correspond à une augmentation annuelle moyenne de 3,38 %.
3. Entre 2016 et 2020 il y a 4 ans.

   On suppose que le taux d'équipement en connexion internet des ménages augmente annuellement de 3,4 % depuis 2016, ce qui correspond à un coefficient multiplicateur de $1+\dfrac{3,4}{100} = 1,034$.

   Ce taux d'équipement, exprimé en pourcentage et arrondi à 0,1 %, en 2020 est :

   $81,7 \times 1,034^4 \approx 93,4\,\%$.

Partie B : Deuxième modèle

On suppose que le taux d'équipement en connexion internet des ménages augmente chaque année de 2,5 % à partir de 2016 après avoir constaté cette augmentation entre 2015 et 2016.
On note u_n le taux d'équipement en connexion internet des ménages pour l'année $2016+n$.
Ainsi $u_0 = 81,7$.

1. $u_1 = u_0 + \dfrac{2,5}{100} \times u_0 = 81,7 + \dfrac{2,5}{100} \times 81,7 \approx 83,7$.

   On peut donc estimer que le taux d'équipement en connexion internet des ménages en 2017 est d'environ 83,7 %.
2. Augmenter de 2,5 % c'est multiplier par $1+\dfrac{2,5}{100} = 1,025$, donc la suite (u_n) est géométrique de raison $r = 1,025$.
3. La suite (u_n) est arithmétique de premier terme $u_0 = 81,7$ et de raison $r = 1,025$ donc, pour tout n, on a : $u_n = u_0 + n \times r = 81,7 + 1,025n$.
4. Le rang 0 correspond à l'année 2016, donc l'année 2020 correspond au rang 4.

   Le taux d'équipement en connexion internet des ménages en 2020 est donc

   $u_4 = 81,7 + 1,025 \times 4$ soit 85,8 %.
5. On considère l'algorithme ci-dessous.

```
N ← 2016
U ← 81,7
Tant que U < 92
    N ← N + 1
    U ← 1,025 × U
Fin tant que
```

   La valeur de N affichée à la sortie de cet algorithme est 2021.

   Cette valeur représente l'année à partir de laquelle le taux d'équipement en connexion internet des ménages dépasse 92 %.

Partie C : Troisième modèle

À partir des données du tableau fourni au début de l'énoncé :

1. Le coefficient de corrélation linéaire r de la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ donné par la calculatrice et arrondi à 0,001 près, est 0,992.

   Le coefficient de corrélation linéaire r est très proche de 1, donc on peut envisager un ajustement affine de cette série statistique.
2. L'équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés donnée par la calculatrice, avec des coefficients arrondis au centième est : $y = 2{,}42x + 67{,}67$.
3. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite D d'équation $y = 2{,}4x + 67{,}6$.
   a. L'année 2011 correspond à $x = 1$ donc l'année 2020 correspond à $x = 10$.
   À l'aide de ce modèle, une estimation du taux d'équipement en connexion internet des ménages en 2020 est $2{,}4 \times 10 + 67{,}6 = 91{,}6$ soit 91,6 %.
   b. Selon ce modèle, pour la première fois, le taux d'équipement en connexion internet des ménages dépassera 95 % pour x entier tel que $2{,}4x + 67{,}6 > 95$ soit pour $x = 12$ donc pour l'année 2022.

Partie D : Conclusion

Ces trois modèles ont le même inconvénient : au bout d'un certain nombre d'années, le taux d'équipement va dépasser 100 %.

- 1$^{\text{er}}$ modèle
  $81{,}7 \times 1{,}034^6 \approx 99{,}8$ et $81{,}7 \times 1{,}034^7 \approx 103{,}2$ donc à partir de $2016 + 7$ soit 2023, le taux dépasse 100 %.
- 2$^{\text{e}}$ modèle
  $u_8 = 81{,}7 \times 1{,}025^8 \approx 99{,}5$ et $u_9 = 81{,}7 \times 1{,}025^9 \approx 102$ donc à partir de $2016 + 9$ soit 2025, le taux dépasse 100 %.
- 3$^{\text{e}}$ modèle
  Pour $x = 13$, $y = 2{,}4 \times 13 + 67{,}6 = 98{,}9$, et pour $x = 14$, $y = 2{,}4 \times 14 + 67{,}6 = 101{,}2$, donc à partir de $2011 + 14$ soit 2025, le taux dépasse 100 %.

Aucun de ces trois modèles ne peut convenir à long terme.