

∞ Corrigé du brevet de technicien supérieur ∞
Agencement de l'environnement architectural session
2009

A. P. M. E. P.

Exercice 1

8 points

1. • On prend la valeur centrale de chacune des classes. 0,5 point
 - $m = 50,03$ et $\sigma = 0,27$ à 10^{-2} près. 0,5 + 0,5 point
2. a. • On cherche $p(49,5 \leq X \leq 50,5)$ où X suit la loi $\mathcal{N}(50; 0,3)$. 0,5 point
 - $T = \frac{X-50}{0,3}$ suit la loi $\mathcal{N}(0; 1)$ et $p(49,5 \leq X \leq 50,5) =$
 $p\left(-\frac{5}{3} \leq T \leq \frac{5}{3}\right)$ 0,5 point
 - $p\left(-\frac{5}{3} \leq T \leq \frac{5}{3}\right) = p\left(T \leq \frac{5}{3}\right) - p\left(T \leq -\frac{5}{3}\right) = p\left(T \leq \frac{5}{3}\right) - \left[1 - p\left(T \leq \frac{5}{3}\right)\right]$
 $= 2p\left(T \leq \frac{5}{3}\right) - 1$ 0,5 point
 - $p\left(T \leq \frac{5}{3}\right) = p(T \leq 1,67) = 0,9525$ d'après la table. 0,5 point
 - D'où $p(49,5 \leq X \leq 50,5) = 2 \times 0,9525 - 1 = 0,905$ à 10^{-3} près. 0,5 point
- b. La probabilité que la boule ne soit pas conforme est donc 0,5 point
 $0,100$
3. a. Y suit la loi binomiale de paramètres $n = 4$ et $p = 0,10$. 1 point
- b. • On cherche $p(Y = 0)$. 0,5 point
 - Or $p(Y = 0) = \binom{4}{0} \times 0,1^0 \times (1-0,1)^4 = 1 \times 1 \times 0,9^4 \approx 0,66$ à 10^{-2} près 0,5 point
 - On cherche $p(Y \leq 1) = P(Y = 0) + p(Y = 1)$. 0,5 point
 - Or $p(Y = 1) = \binom{4}{1} \times 0,1^1 \times 0,9^3 = 4 \times 0,1 \times 0,9^3$ 0,5 point
 - D'où $p(Y \leq 1) = 0,9^4 + 4 \times 0,1 \times 0,9^3 \approx 0,95$ à 10^{-2} près. 0,5 point

Exercice 2

12 points

Partie A :

1. • $y' = 2xy$ 0,5 point
 - une primitive de $x \mapsto 2x$ est $x \mapsto x^2$, d'où $y(x) = Ke^{x^2}$, $K \in \mathbb{R}$. 1 point
2. a. • $g'(x) = a$ et $g'(x) - 2xg(x) = -2ax^2 - 2bx + a$. 0,5 point
 - g est solution de (E) si et seulement si $-2ax^2 - 2bx + a = -4x^2 + 2$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, soit $a = 2$ et $b = 0$. g définie par $g(x) = 2x$ est solution de (E). 1 point
 - $S = \left\{ f / f(x) = Ke^{x^2} + 2x, K \in \mathbb{R} \right\}$ 1 point
3. • On cherche K tel que $f(0) = 1$. soit $Ke^0 + 0 = 1$, soit $K = 1$. 0,5 point

Partie B :

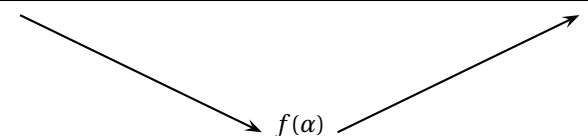
1. a. • $h'(x) = \left(1 \times e^{x^2} + x \times 2xe^{x^2}\right) + 0 = (1 + 2x^2)e^{x^2}$. 1 point
- b. • Comme $(1 + 2x^2) > 0$ et $e^{x^2} > 0$ sur \mathbb{R} alors $h'(x) > 0$ sur $[-2; 2]$. 0,5 point
 - Et donc h est strictement croissante sur $[-2; 2]$. 0,5 point

- c. • h est strictement croissante sur $[-2 ; 2]$ avec $h(-0,66) < 0$ et $h(-0,65) > 0$. 1,5 points
 donc $h(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in [-0,66 ; -0,65]$.

Et comme $h(-0,65)$ est plus proche de 0 que $h(-0,66)$, on prendra $\alpha \approx -0,65$ à 0,01 près.

2. a. • $f'(x) = 2xe^{-x^2} + 2 = 2(xe^{-x^2} + 1) = 2h(x)$ 1 point

b. •

x	-2	α	2
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

1,5

point

- c. • f admet son minimum en $x \approx -0,65$ à 0,01 près. 0,5 point
 3. a. • Le coefficient est $f'(0) = 2h(0) = 2$. 0,5 point
 b. • Représentation 0,5 point

