∽ Corrigé du brevet de technicien supérieur ∽ Agencement de l'environnement architectural session 2009

Exercice 1 **8 points**

1. • On prend la valeur centrale de chacune des classes. 0,5 point
   • $m = 50,03$ et $\sigma = 0,27$ à 10^{-2} près. 0,5 + 0,5 point
2. **a.** • On cherche $p(49,5 \leqslant X \leqslant 50,5)$ où X suit la loi $\mathcal{N}(50\ ;\ 0,3)$. 0,5 point
   • $T = \dfrac{X-50}{0,3}$ suit la loi $\mathcal{N}(0\ ;\ 1)$ et $p(49,5 \leqslant X \leqslant 50,5) =$
   $p\left(-\dfrac{5}{3} \leqslant T \leqslant \dfrac{5}{3}\right)$ 0,5 point
   • $p\left(-\dfrac{5}{3} \leqslant T \leqslant \dfrac{5}{3}\right) = p\left(T \leqslant \dfrac{5}{3}\right) - p\left(T \leqslant -\dfrac{5}{3}\right) = p\left(T \leqslant \dfrac{5}{3}\right) - \left[1 - p\left(T \leqslant \dfrac{5}{3}\right)\right]$
   $= 2p\left(T \leqslant \dfrac{5}{3}\right) - 1$ 0,5 point
   • $p\left(T \leqslant \dfrac{5}{3}\right) = p(T \leqslant 1,67) = 0,9525$ d'après la table. 0,5 point
   • D'où $p(49,5 \leqslant X \leqslant 50,5) = 2 \times 0,9525 - 1 = 0,905$ à 10^{-3} près. 0,5 point
   b. La probabilité que la boule ne soit pas conforme est donc $0,100$ 0,5 point
3. **a.** Y suit la loi binomiale de paramètres $n = 4$ et $p = 0,10$. 1 point
   b. • On cherche $p(Y = 0)$. 0,5 point
   • Or $p(Y = 0) = \begin{pmatrix}4\\0\end{pmatrix} \times 0,1^0 \times (1-0,1)^4 = 1 \times 1 \times 0,9^4 \approx 0,66$ à 10^{-2} près 0,5 point
   • On cherche $p(Y \leqslant 1) = P(Y = 0) + p(Y = 1)$. 0,5 point
   • Or $p(Y = 1) = \begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix} \times 0,1^1 \times 0,9^3 = 4 \times 0,1 \times 0,9^3$ 0,5 point
   • D'où $p(Y \leqslant 1) = 0,9^4 + 4 \times 0,1 \times 0,9^3 \approx 0,95$ à 10^{-2} près. 0,5 point

Exercice 2 **12 points**

Partie A :

1. • $y' = 2xy$ 0,5 point
   • une primitive de $x \longmapsto 2x$ est $x \longmapsto x^2$, d'où $y(x) = K\mathrm{e}^{x^2},\ K \in \mathbb{R}$. 1 point
2. • $g'(x) = a$ et $g'(x) - 2xg(x) = -2ax^2 - 2bx + a$. 0,5 point
   • g est solution de (E) si et seulement si $-2ax^2 - 2bx + a = -4x^2 + 2$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, soit $a = 2$ et $b = 0$. g définie par $g(x) = 2x$ est solution de (E). 1 point
   • $S = \left\{f / f(x) = K\mathrm{e}^{x^2} + 2x,\ K \in \mathbb{R}\right\}$ 1 point
3. • On cherche K tel que $f(0) = 1$. soit $K\mathrm{e}^{O} + 0 = 1$, soit $K = 1$. 0,5 point

Partie B :

1. **a.** • $h'(x) = \left(1 \times \mathrm{e}^{x^2} + x \times 2x\mathrm{e}^{x^2}\right) + 0 = \left(1 + 2x^2\right)\mathrm{e}^{x^2}$. 1 point
   b. • Comme $\left(1 + 2x^2\right) > 0$ et $\mathrm{e}^{x^2} > 0$ sur $\mathbb{R}$ alors $h'(x) > 0$ sur $[-2\ ;\ 2]$. 0,5 point
   • Et donc h est strictement croissante sur $[-2\ ;\ 2]$. 0,5 point

c. • h est strictement croissante sur $[-2~;~2]$ avec $h(-0,66) < 0$ et $h(-0,65) > 0$. 1,5 points
donc $h(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in [-0,66~;~-0,65]$.
Et comme $h(-0,65)$ est plus proche de 0 que $h(-0,66)$, on prendra $\alpha \approx -0,65$ à $0,01$ près.

2. **a.** • $f'(x) = 2x\mathrm{e}^{x^2} + 2 = 2\left(x\mathrm{e}^{x^2} + 1\right) = 2h(x)$ 1 point

b. •

x	-2		α		2
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	$f(\alpha)$	↗	

1,5 point

c. • f admet son minimum en $x \approx -0,65$ à $0,01$ près. 0,5 point

3. **a.** • Le coefficient est $f'(0) = 2h(0) = 2$. 0,5 point

b. • Représentation 0,5 point