

Journées Nationales  
APMEP

du 17 au 20 octobre 2011 à Izeux (Alsace)

# L'enseignement des mathématiques au carrefour des cultures

Michèle Artigue

LDAR & IREM

Université Paris Diderot – Paris 7

IREM

université  
**PARIS**  
**DIDEROT**  
PARIS 7



Quelle Histoire?!



**Ldac**  
Laboratoire de Didactique André Revuz  
Mathématiques • Physique • Chimie

# Préambule

- Des mathématiques « universelles » mais aussi marquées par les cultures où elles se développent et les pratiques qu'elles instrumentent, comme le montre bien le champ de l'ethno-mathématique.
- Un enseignement qui, lui, est encore bien plus dépendant des contextes et des cultures.
- L'intérêt de la rencontre avec d'autres contextes pour déconstruire les évidences, envisager des alternatives, réfléchir sur notre propre contexte.

Le projet Lexicon

Comparer nos lexiques

# Le projet Lexicon

- La richesse culturelle en matière d'enseignement des mathématiques s'exprime aussi linguistiquement mais l'usage de l'anglais comme langue de communication internationale limite son expression.
- L'objectif du projet :
  - réaliser un lexique international des termes utilisés pour décrire ce qui se passe dans une classe de mathématiques, les pratiques pédagogiques et l'expertise professionnelle des enseignants,
  - s'interroger sur les différences et ressemblances entre les lexiques respectifs, leurs raisons d'être et leurs implications.

# Le projet Lexicon

- Un projet piloté par l'Australie et impliquant huit autres pays : Allemagne, Chili, Chine, Finlande, France, Japon, Tchéquie, USA.
- Un matériel à partager constitué de vidéos d'une séance de classe, niveau 4<sup>e</sup>, dans la classe d'un enseignant expérimenté.
- Pour chaque terme du lexique, une description et l'illustration par des extraits vidéos choisis le plus possible dans des pays différents.

# Les vidéos




LEX-AUS-3up.mov

00:02:38:16

AUSTRALIE

Over here this sort of somewhat shambol 02:38  
and it says note to self here. What I liked up here was a scribble and in the scribble they had written exact versus approximate, okay. So Shray what were you thinking when you wrote that? -47:22



LEX-CZE-3up.mov

00:26:21:04

TCHEQUIE

26:21 -12:10



LEX-CHN-3up.mov

00:30:54:07

CHINE

30:54 -10:08

T do you have any idea? somebody has made a conclusion just now and what's the shape he said?



LEX-CHI-3up.mov

00:30:18:00

CHILI

30:18 -17:43

# La séance australienne

- Une séance de révision avant un test semestriel sur la base de fiches d'exercices construites par les élèves et mutualisées sur une plateforme.
- Les élèves sont équipés de tablettes.
- Une séance en trois phases :
  - Retour sur l'évaluation de leurs cahiers et la prise de notes.
  - Traitement collectif de deux exercices concernant la proportionnalité, l'un avec des pourcentages, l'autre avec des vitesses.
  - Travail autonome accompagné sur les fiches de révision aux exercices de thèmes variés, la collaboration entre élèves étant encouragée.



# Le retour sur les cahiers

- La façon originale dont est engagé ce travail réflexif sur l'écrit avec l'aide du numérique.
- La façon dont la progression des élèves depuis le début de l'année est mise en scène et valorisée.
- Un « discours méta » qui est mené par l'enseignant mais ne reste pas dans son seul topos.
- Et plus globalement, au fil de la séance, une atmosphère de travail conjoint et de confiance.

# La séance chinoise

- Une séance sur les quadrilatères.
- Une séance en deux grandes phases :
  - Une phase de rappel et synthèse sur les quadrilatères particuliers.
  - La résolution, essentiellement collective, de quatre exercices mettant en jeu des quadrilatères, illustrant la diversité des méthodes qui peuvent être mobilisées dans la résolution de ce genre d'exercices.



# La séance chinoise

- La densité mathématique de la séance et la qualité de sa structuration.
- La richesse des commentaires de l'enseignant, mathématiques comme méta-mathématiques.
- Un enseignement frontal avec de nombreux effets de chœur.
- Une classe essentiellement orale.
- Ce qui nous est donné à voir des rapports entre enseignant et élèves, élèves et école.

# L'intérêt pour des comparaisons internationales

Une longue histoire



## Une longue histoire illustrée par le CIEM



- La raison d'être de la création de la CIEM au début du 20<sup>e</sup> siècle : se nourrir des échanges internationaux dans une période de changements et de réformes.
- Des échanges cependant longtemps dominés par l'Europe et les Etats-Unis.
- L'élargissement après la seconde guerre mondiale mais une progression lente vers l'écoute des voix de la périphérie.

# Une lente évolution

- Yasuho Akizuki (1959) : *“Les philosophies et religions orientales sont très différentes de celles de l’Ouest. Je peux donc imaginer qu’il pourrait exister différents modes de pensée, même en mathématiques. C’est pourquoi je pense que nous ne devrions pas nous limiter à appliquer directement les méthodes qui sont aujourd’hui considérées les meilleures en Europe et en Amérique, mais devrions vraiment étudier l’instruction mathématique en Asie. Une telle étude pourrait présenter de l’intérêt et de la valeur tant pour l’Ouest que pour l’Est.”*

# Mathematics Education in Different Cultural Traditions

**A Comparative Study of  
East Asia and the West**

The 13th ICMI Study



Edited by  
**Frederick K.S. Leung**  
**Klaus-D. Graf**  
**Francis J. Lopez-Real**

 Springer


New ICMI Study Series

Richard Barwell · Philip Clarkson  
Anjum Halai · Mercy Kazima  
Judit Moschkovich · Núria Planas  
Mamokgethi Setati-Phakeng  
Paola Valero  
Martha Villavicencio *Editors*

# Mathematics Education and Language Diversity

The 21st ICMI Study



 Springer

Copyright Material

# The Future of the Teaching and Learning of Algebra

The 12th ICMI Study



Edited by  
**Kaye Stacey, Helen Chick  
and Margaret Kendal**

Kluwer Academic Publishers

# Enseignement et apprentissage de l'algèbre

## Entre régularités et diversité

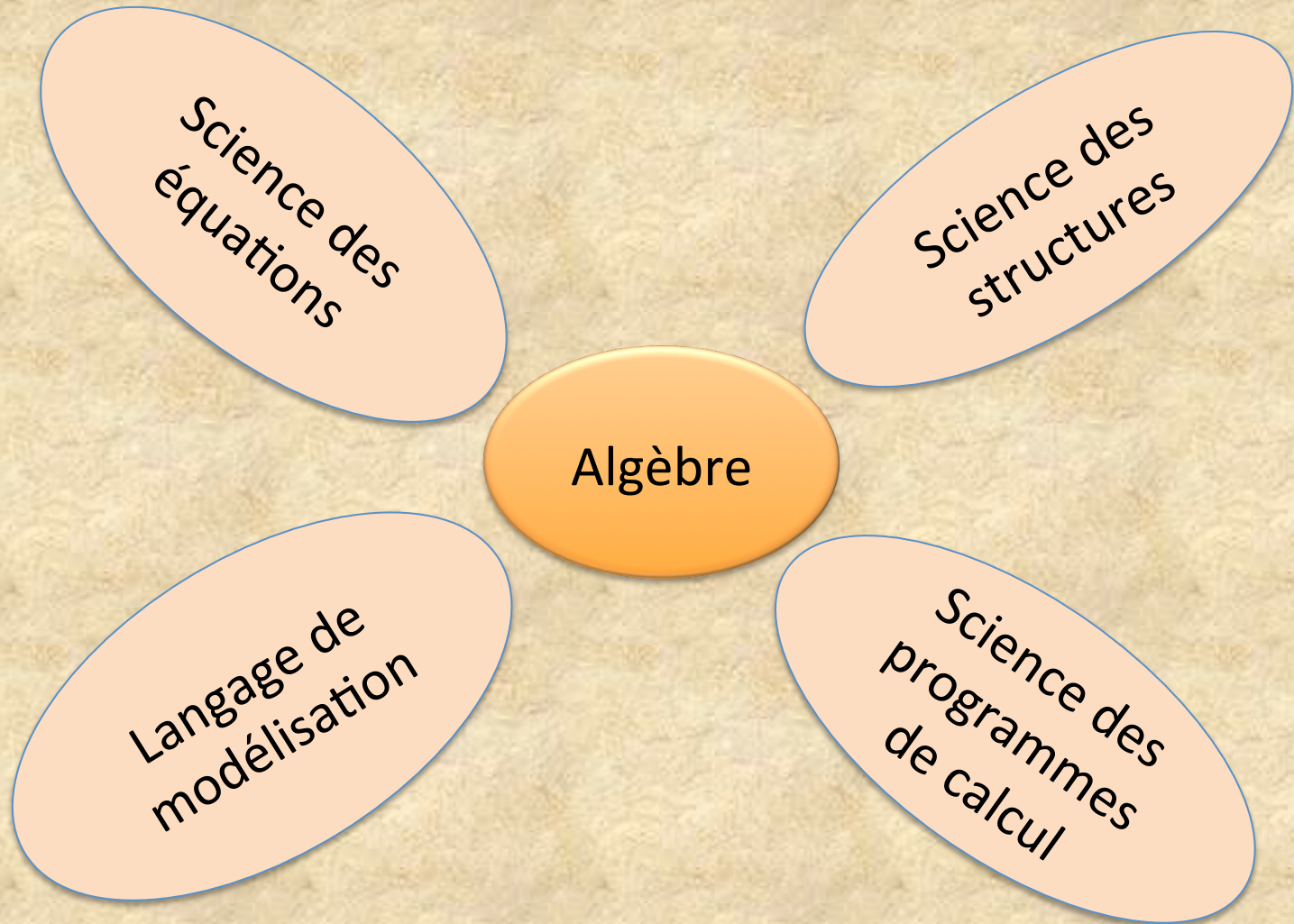
# Une diversité évidente

- Dans l'organisation curriculaire et les dénominations mêmes utilisées.

# L'algèbre dans le secondaire en France

- Un domaine qui n'est pas identifié en tant que tel mais des objets algébriques répartis au sein de différents domaines : Nombres et calculs, Organisation et gestion de données, fonctions au collège puis Fonctions en 2<sup>nde</sup>, Analyse en 1<sup>ère</sup>, et même Géométrie en TS.
- Un mot « algèbre » qui n'apparaît qu'à travers l'adjectif « algébrique » et encore avec parcimonie.

# Qu'est-ce que l'algèbre ?



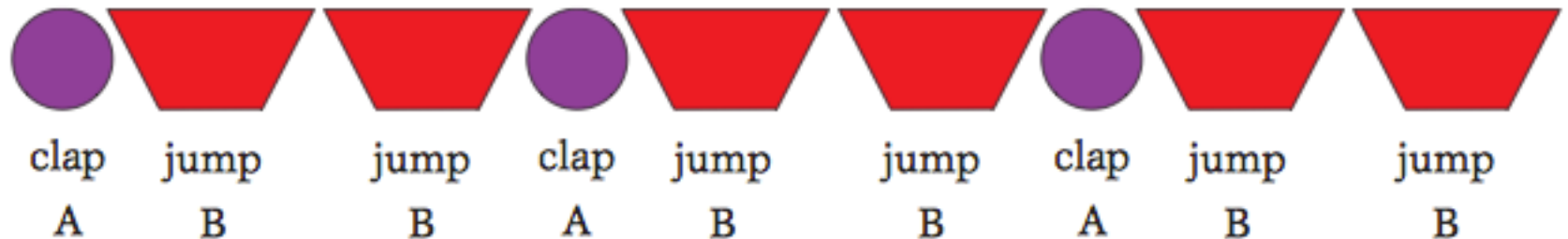
# Différentes entrées possibles

- L'entrée par le monde des équations et la démarche dite analytique, privilégiant équations et inéquations et le statut d'inconnue des lettres.
- L'entrée par la reconnaissance de « patterns » et la généralisation, la recherche de régularités et de structures, privilégiant nombres généralisés et formules.
- L'entrée par la modélisation qui va se traduire par une importance première accordée à l'étude de co-variations de grandeurs et, à travers elle, à la notion de fonction et à celle associée de variable.

# Reconnaître, exprimer des régularités, l'algèbre pour généraliser

*Un des thèmes centraux en mathématiques est l'étude de « patterns » et de relations. Cette étude requiert des élèves qu'ils reconnaissent, décrivent et généralisent des « patterns », et qu'ils construisent des modèles mathématiques pour simuler le comportement de phénomènes réels qui présentent des « patterns » observables.*

(Ontario Ministry of Education, 2005, p. 9)



# Reconnaître, exprimer des régularités, l'algèbre pour généraliser

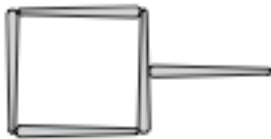


Figure 1



Figure 2

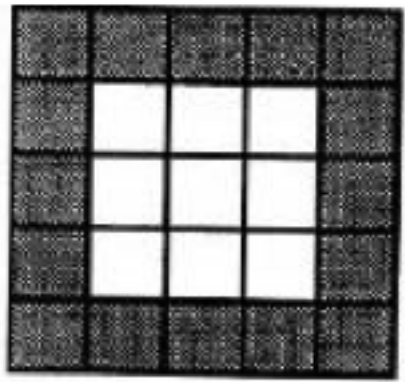


Figure 3



# Reconnaître, exprimer des régularités, l'algèbre pour généraliser

Number Property	Generalized Expression
Addition and subtraction are inverse operations (e.g., since $5 + 6 = 11$ , then $11 - 6 = 5$ ).	If $\square + \bigcirc = \star$ , then $\star - \bigcirc = \square$
Multiplication and division are inverse operations (e.g., since $3 \times 7 = 21$ , then $21 \div 7 = 3$ ).	If $\square \times \bigcirc = \star$ , then $\star \div \bigcirc = \square$
Adding 0 to or subtracting 0 from any number does not change the number's value (e.g., $6 + 0 = 6$ ; $7 - 0 = 7$ ).	$\square + 0 = \square$ $\square - 0 = \square$
Multiplying or dividing a number by 1 does not change the number's value (e.g., $8 \times 1 = 8$ , $7 \div 1 = 7$ ).	$\square \times 1 = \square$ $\square \div 1 = \square$



# La vision en termes de programmes de calcul

J'enlève 1 au nombre de carreaux sur un côté du carré et je multiplie le résultat par 4.

Pour calculer le nombre de carreaux hachurés : il faut ôter 1 carreau puis multiplier par 4 le nombre trouvé.

On prend le nombre de carreaux d'un côté, on le multiplie par 2.

On soustrait par 2 le nombre de carreaux des côtés restants.

On additionne les deux résultats.

$$(Y \times 4) - 4 = X$$

$X = \text{résultat}$   
 $Y = \text{nombre de carreaux d'un côté}$

b)

$$(C \times 4) - 4 = N$$

---

$C = \text{Côté du carré}$   
 $N = \text{nombre de carreaux}$

---

c)

$$[a \times 2] + [(a-2) \times 2] = R$$

$a = \text{Nombre de carreaux d'un côté}$   
 $R = \text{Résultat}$

# Stratégies et difficultés d'apprentissage

- L'identification de discontinuités entre arithmétique et algèbre :
  - Statut et usage des lettres,
  - Statut et usage du signe d'égalité,
  - Structure des expressions et terminaison des calculs,
  - Rapports entre syntaxe et sémantique dans le travail mathématique (sens et dénotation)
  - L'intervention de nouveaux nombres .
  - Démarche arithmétique / démarche analytique,
- La preuve que les stratégies didactiques d'entrée dans l'algèbre ne sont pas neutres par rapport à ces difficultés.

# La situation française

- Une tradition « latine » d'entrée par les équations.
- Une inflexion visible déjà dans les programmes et les documents d'accompagnement actuels.
- Mais des progressions qui restent largement à construire pour prendre en compte dans l'apprentissages les différentes fonctions de l'algèbre, et notamment les fonctions de généralisation et de preuve, et les coordonner avec les progressions sur les équations et les fonctions.

# La formation des enseignants et leur développement professionnel

# L'institution pionnière des IREM

Le portail des IREM

www.univ-irem.fr

Le portail des IREM  
Instituts de recherche sur l'enseignement des mathématiques

Accueil du site

Rechercher dans le site

Carte des IREM

Agenda des IREM (ADIREM, CII...)

Assemblée des directeurs d'IREM (ADIREM)

Commissions inter-IREM (CII)

Comité scientifique (CS)

Actualités, manifestations, brochures...

Dossiers et ressources

Publimath

Repères IREM

Mots-clés

Sites favoris

Sur le Web

Connexion

XHTML 1.0

RSS VALID

## Instituts de recherche sur l'enseignement des mathématiques

Les IREM mettent à la disposition de tous les acteurs de l'enseignement des mathématiques ce portail pour leur permettre de faire progresser, de faire évoluer et de valoriser cet enseignement.

*Présentation des missions et des moyens des IREM.*

### Colloquium annuel ARDM-CFEM

**Vendredi 6 Novembre à l'Université Paris Diderot**

Le [colloquium](#) recevra Gilles Dowek pour une conférence : qu'est ce que l'enseignement des mathématiques a à gagner d'un enseignement parallèle de l'informatique ?

### Colloque du réseau international des IREM

**du 2 au 4 juin 2016 à l'université de Strasbourg**

Le [séminaire 2016 du GIS ADIREM](#) aura pour thème : Formation des enseignants de mathématiques ici et ailleurs.

### Les nouveaux programmes du primaire et du collège

Le comité scientifique des IREM a travaillé sur les programmes. La COPIRELEM et la C2I Collège ont été à pied d'œuvre pour fournir une analyse constructive de ces nouveaux programmes et participer, au sein de la CFEM, à une rencontre avec le CSP et les experts mai après le comité scientifique. On trouvera des informations actualisées sur le site de la [CFEM](#).

On trouvera également en téléchargement gratuit la ressource « [Mallette Maternelle : construction du nombre](#) ».

### Rechercher

sur le web

Google

Saisir le(s) mot(s)

Soumettre

### Brèves

- 22 septembre - Projets de programmes 2015  
Les projets de programme élaborés par le Comité supérieur des programmes ont été rendus publics le (...)
- 4 septembre - *Petit x 98* est sous presse  
Sortie imminente (mi-septembre) du numéro 98 de la revue *Petit x* éditée par l'IREM de Grenoble. En (...)
- 2 septembre - Circulaire relative à l'organisation des enseignements au collège  
Voir en particulier, dans cette circulaire relative à l'organisation qui doit être mise en place (...)
- 30 août - *MathémaTICE 46*  
Le numéro 46 de la revue en ligne *MathémaTICE* vient de sortir !
- 20 août - R avancé et performances  
École du groupe calcul « R avancé et performances », du 4 octobre 2015 au 9 octobre 2015 à Aissac ( / )

# De plus en plus d'institutions

The screenshot shows the NCETM website with a search bar at the top right and a navigation menu below it. The main content area features a 'Personal Learning Login' section on the left and a featured article titled 'Charlie's Angles' on the right. The article is by Charlie Stripp, Director of the NCETM, and discusses his series of blogs on mathematics education. Below the article is a 'Latest News' section with three entries dated April 2015.

National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics – NCETM

Working collaboratively to enhance mathematics teaching

Home News Resources Courses & Events Teacher Enquiry & Research Community Self-evaluation My Professional Learning

About the NCETM / About the site / Meet the team / Benefits of registering / Partners and stakeholders / FAQs

You are here: Home

Personal Learning Login

User Name / Email Address:

Password:

Remember me until I logout

Log in

Sign Up | Forgotten password?

Register with us and get the most out of the NCETM

Latest News

28 avril 2015  
New programme to develop 140 primary mathematics specialist teachers to drive forward teaching for mastery

27 avril 2015  
New Maths Hubs programme magazine focuses on teaching for mastery

21 avril 2015

Charlie's Angles

Charlie Stripp, Director of the NCETM, writes a series of occasional blogs, on topical matters of mathematics education. The blogs, with a light-hearted nod to their mathematical content, are brought together on this website under the title Charlie's Angles.

The screenshot shows the DZLM website with a navigation menu at the top and a main content area. The main content area features a large image of two children working together at a desk. Below the image is a navigation menu with various options. The main content area also includes a section titled 'Das DZLM: Qualifizieren – Forschen – Netzwerke bilden' and a 'News und Presseinformationen' section.

Das DZLM: Qualifizieren – Forschen – Netzwerke bilden | www.dzlm.de

English

DZLM Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik

Fortbildungen Material Moodle Madipedia

DZLM Fort- und Weiterbildung Forschung Projekte Termine und Infos Presse Suche

Das DZLM: Qualifizieren – Forschen – Netzwerke bilden

Das Deutsche Zentrum für Lehrerbildung Mathematik (DZLM) unterstützt engagierte Pädagoginnen und Pädagogen dabei, Verständnis und Begeisterung für das Fach Mathematik zu wecken.

Im Fokus steht dabei die Fort- und Weiterbildung von Multiplikatorinnen und Multiplikatoren – also von Lehrpersonen und Elementarpädagoginnen und -pädagogen, die andere Pädagoginnen und Pädagogen fortbilden, beraten und deren Unterrichtsentwicklung sowie Bildungs- und Erziehungsarbeit unterstützen und begleiten. Daneben bietet das DZLM auch Fortbildungen direkt für fachfremd unterrichtende Lehrpersonen, für Mathematiklehrerinnen und -lehrer sowie für Elementarpädagoginnen und -pädagogen an.

Im Fokus

Kurs (mit festen Terminen): EmMa - Erzieherinnen und

News und Presseinformationen

DZLM in den Medien  
Termin: 07.04.2015  
Die Schönheit der Mathematik: Prof. Jürgen Richter-Gebert, im Wissenschaftlichen Beirat des DZLM, zeigt in der TV-Sendung "Campus Talks", wie man Mathematik visualisieren kann

Tagungen & Kongresse

# Le cas japonais : Jugyōkenkyū



# Les « Lesson Studies »

- Une forme de travail collectif des enseignants mise en lumière par les comparaisons internationales.
- Une structure précise :
  - le travail collectif et approfondi d'enseignants pour préparer une séance d'enseignement sur un thème donné avec un objectif précis.
  - la réalisation par l'un d'entre eux, les autres enseignants observant et prenant des notes détaillées.
  - la discussion approfondie post-observation et la révision éventuelle du plan initial.
- Un dispositif clef dans l'éducation japonaise pour le développement professionnel des enseignants.

# La migration des « Lesson Studies »



# Les « Lesson Studies » et leur migration, objets d'étude

- Identifier régularités et variabilités, comprendre les processus de développement professionnel en jeu, ce qui est transposable dans d'autres contextes et sous quelles conditions.
- Des facteurs clés :
  - des actions de développement professionnel au plus près du travail quotidien des enseignants.
  - des actions fondées sur un travail collaboratif régulier et dans la durée, institutionnalisé.
  - une connaissance approfondie des documents curriculaires et ressources concernant les questions à l'étude sur laquelle s'appuie la conception des séances.
  - l'importance accordée à l'expérience des enseignants et la confiance dans le potentiel d'auto-formation et la créativité des collectifs d'enseignants.
- Lesson Studies et recherche didactique au Japon : des relations très étroites.

Les outils fournis par la  
recherche didactique pour  
approcher la diversité culturelle

# Les outils de la recherche

- Une prise en compte favorisée par le virage socio-culturel pris par la recherche en éducation mathématique, mais des outils divers car la recherche est, elle aussi, culturellement située.
- Au sein de la didactique française, un appui indéniable fourni par la théorie anthropologique du didactique (TAD) développée par Yves Chevallard :
  - une vision des pratiques mathématiques et didactiques comme des pratiques humaines institutionnellement situées,
  - une attention portée aux contraintes qui à différents niveaux conditionnent ces pratiques et à leurs interactions (cf. la hiérarchie des niveaux de co-détermination didactique).

# L'exemple d'un projet franco-brésilien

- L'objectif : Produire en collaboration des ressources numériques pour favoriser la transition secondaire-supérieur dans le domaine des fonctions.
- Une tâche préliminaire : identifier et comparer les cultures fonctionnelles à l'œuvre dans cette transition dans les deux pays.
- L'appui sur deux concepts clefs de la TAD : la notion de praxéologie et la hiérarchie des niveaux de co-détermination didactique.

# La notion de praxéologie

Une praxéologie est un objet multidimensionnel  
( $T / \tau / \Theta / \theta$ )

Un bloc pratique  
( $T / t$ )

Un bloc théorique  
( $\Theta / \theta$ )

Type de tâche

Technique

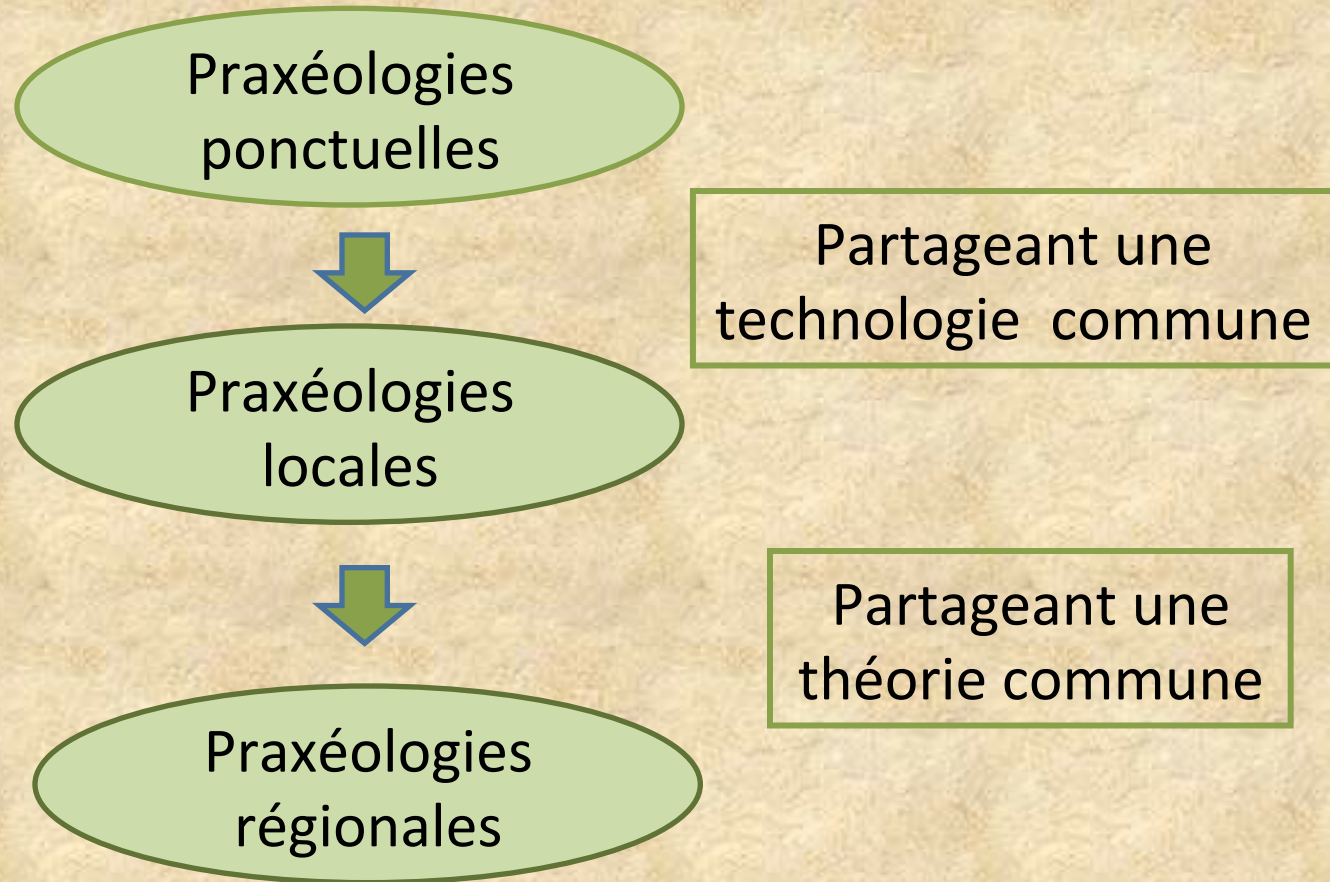
Pour chaque tâche, il existe  
au moins une technique

Technologie  
(technè + logos)

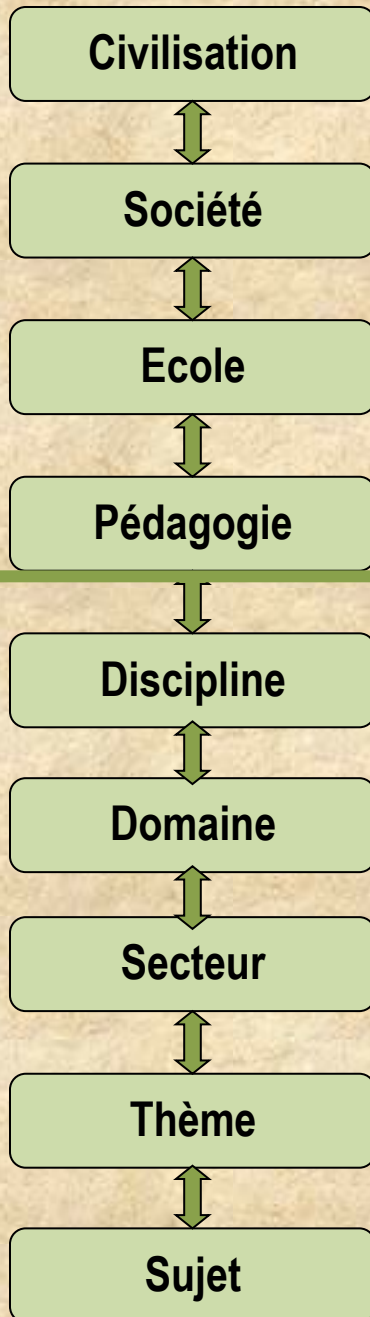
Théorie

Pour chaque bloc pratique, il existe  
un discours à visée  
descriptive, explicative, justificative

# La structuration des praxéologies mathématiques

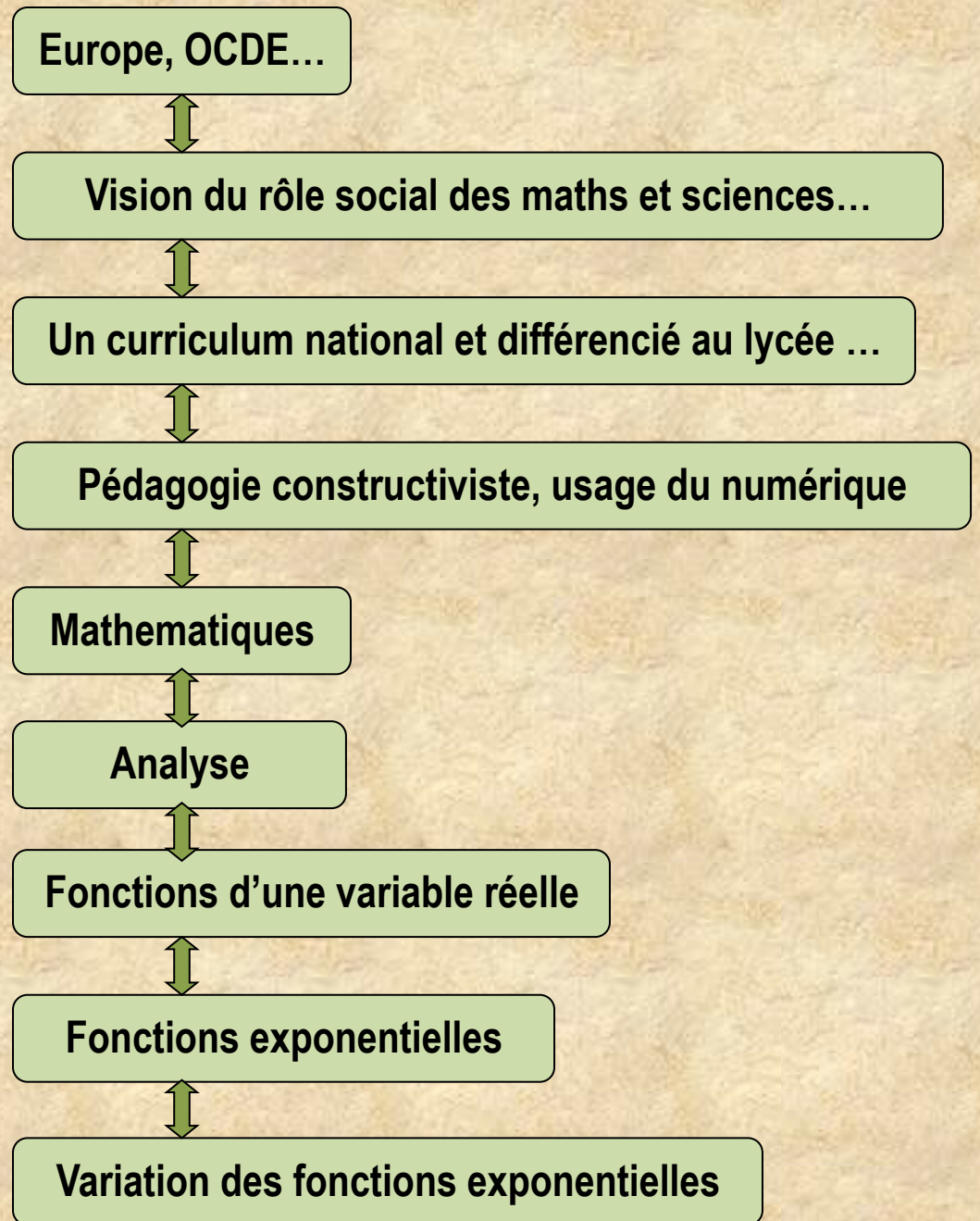
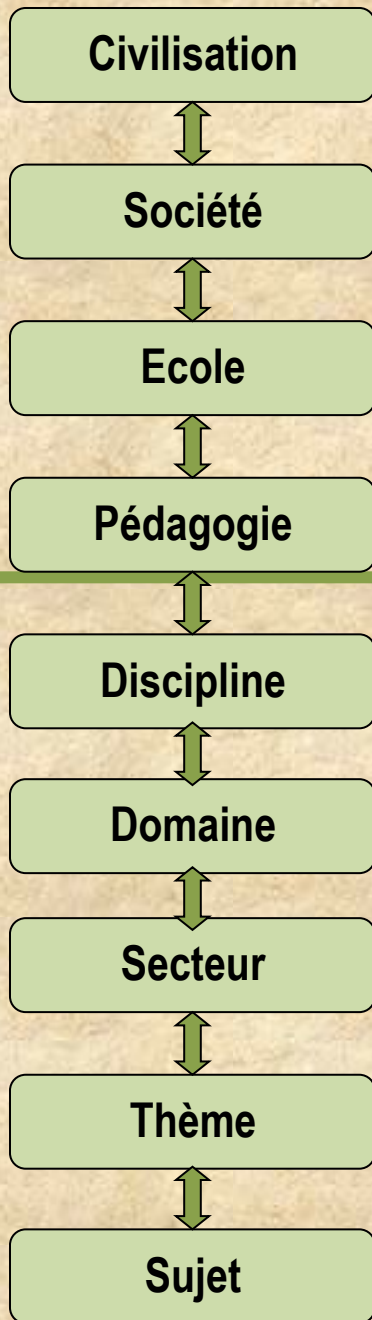


# La hiérarchie de co-détermination didactique

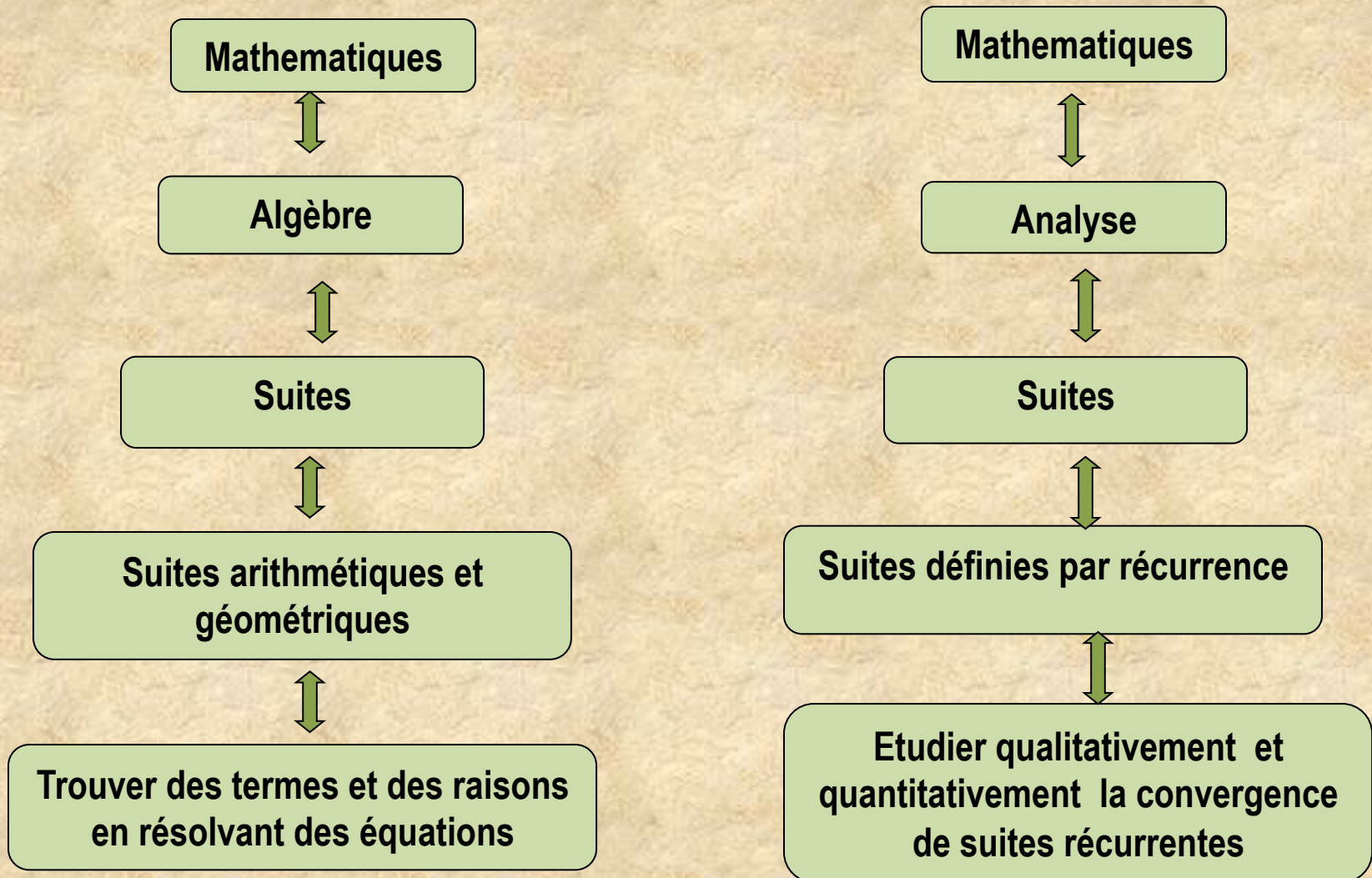


Le but : aider à comprendre les systèmes complexes de conditions et de contraintes qui conditionnent l'écologie des praxéologies mathématiques et didactiques

Une vision dialectique des influences entre niveaux



# Les suites au Brésil et en France



# Deux traditions culturelles différentes

- Une tradition analytique en France / une tradition algébrique au Brésil remontant au début du 20<sup>e</sup> siècle.
- La contrainte d'un curriculum (standards) secondaire commun au Brésil / un curriculum différencié France
- Un accès différencié aux outils numériques dans les dernières décennies.
- Mais aussi, au-delà de ces différences, des influences internationales convergentes (éducation à la citoyenneté et à la démocratie, connexion avec le monde réel, littératie mathématique...)
- Un regard différent sur ces deux cultures, leurs forces et faiblesses respectives, la nature des processus de transition, et une vision renouvelée de notre collaboration.

## Et pour conclure

J'ai bien conscience de n'avoir donné dans cette conférence qu'une vision « epsilonlesque » de la diversité culturelle existant dans le domaine de l'enseignement des mathématiques et de l'enrichissement que la prise de conscience de cette diversité peut nous apporter, tant comme enseignants que comme chercheurs.

**Merci beaucoup de votre attention !**