Concours d'entrée à l'École de Santé de Lyon-Bron

Avertissement : L'utilisation de calculatrice, de règle de calcul, de formulaire et de papier millimétré n'est pas autorisée.
Il ne sera pas fait usage d'encre rouge.
Il sera tenu compte de la qualité de la présentation des copies et de l'orthographe. Les candidats traiteront les trois exercices.
Les réponses de l'exercice n° 1 (QCM) seront données sur une grille prévue à cet effet.
Les exercices n° 2 et n° 3 seront traités sur une copie à part.

Année 2011

EXERCICE 1 **6 points**

Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations A, B, C ou D est exacte.
On demande au candidat de signaler sans justification la réponse qui lui paraît exacte en cochant la case sur la grille prévue à cet effet (Voir annexe).
Toute réponse juste est comptée + 1 point. Toute réponse fausse est comptée $-0,5$ point. Une ahsence de réponse est comptée 0 point.
Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

Question n° 1 : Soit z un nombre complexe. Si $\theta = \arg(z)$ alors un argument de $\dfrac{\text{i}}{z}$ est

A. $\dfrac{\pi}{2}+\theta$ **B.** θ **C.** $\dfrac{\pi}{2}-\theta$ **D.** $\dfrac{3\pi}{2}+\theta$

Question n° 2 : Déterminer la limite $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\dfrac{\text{e}^x}{2x^3}$

A. 0 **B.** $+\infty$ **C.** 1 **D.** $\dfrac{1}{2}$

Question n° 3 : Soit (u_n) et (v_n) deux suites réelles.
A. Si (u_n) et (v_n) convergent alors la suite $\left(\dfrac{u_n}{v_n}\right)$ converge.
B. Si $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ et $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} v_n = -\infty$ alors $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}(u_n+v_n) = +\infty = 0$.
C. Si (u_n) converge vers un réel non nul, si (v_n) est une suite positive et convergente vers 0, alors la suite $\left(\dfrac{u_n}{v_n}\right)$ converge.
D. Si (u_n) converge vers un réel non nul et si la suite (v_n) diverge vers $+\infty$ alors la suite $(u_n\times v_n)$ diverge.

Question n° 4 : L'ensemble des points $M(x,\,y,\,z)$ de l'espace tel que $\left\{\begin{array}{lcl} x &=& 1+3k\\ y &=& -1+2k\\ z &=& -3-k\end{array}\right.$ où k est un réel, est :

A. Un point. **B.** Une droite. **C.** Un plan. **D.** Une sphère.

Question n° 5 : Une solution de l'équation différentielle (E) : $y'-3y=5$ est :

A. $y(x)=5\text{e}^{3x}+\dfrac{5}{3}$ **B.** $y(x)=3\text{e}^{3x}-\dfrac{5}{3}$ **C.** $y(x)=5\text{e}^{3x}-\dfrac{5}{3}$ **D.** $y(x)=3\text{e}^{3x}+\dfrac{5}{3}$

Question n° 6 : On considère l'intégrale suivante : $I=\displaystyle\int_1^{\text{e}}\ln x\,\text{d}x$.

A. $I=1$ **B.** $I=[x\ln x]_1^{\text{e}}+\displaystyle\int_1^{\text{e}}\text{d}x$ **C.** $I=\text{e}-1$ **D.** $I=\text{e}$.

EXERCICE 2 **8 points**

Soit la fonction f définie par

$$f(x)=\frac{1}{4}x+\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Montrer que la fonction f est impaire. Qu'en déduire pour sa courbe représentative $\mathscr{C}_f$?
3. Montrer que la droite Δ d'équation $y = \dfrac{1}{4}x$ est asymptote à $\mathscr{C}_f$. Étudier la position relative de $\mathscr{C}_f$ et Δ.
4. Déterminer les points de $\mathscr{C}_f$ en lesquels la tangente est parallèle à la droite d'équation $5x+12y = 0$.

EXERCICE 3 **6 points**

Soit X une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre λ strictement positif sur $[0~;~+\infty[$.
On rappelle que la loi exponentielle de paramètre λ sur $[0~;~+\infty[$ a pour densité la fonction f définie sur $[0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}.$$

1. Le mode de X est le réel x pour lequel la densité est maximale. Quel est le mode de X ?
2. La médiane de X est le réel x pour lequel $p(\mathrm{X} \leqslant x) = p(\mathrm{X} \geqslant x)$. Quelle est la médiane de X ?
3. On s'intéresse à la durée de vie, exprimée en semaines, d'un composant électronique. On admet que cette durée de vie est une variable aléatoire X dont la loi de probabilité est une loi exponentielle de paramètre $\lambda = \dfrac{1}{2}$.
   Calculer la probabilité des évènements suivants :
   a. La durée de vie du composant est comprise entre 2 et 3 semaines.
   b. La durée de vie du composant électronique est strictement inférieure à 7 semaines.
   c. Le composant électronique n'est pas défectueux après 5 semaines de fonctionnement.

ANNEXE EXERCICE n° 1 - À RENDRE AVEC LA COPIE

N° question	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				
6				