Concours Accès 2009

MATHÉMATIQUES

durée de l'épreuve : 3 h

Exercices nº 1 à 15 : pondération 1

1. Un automobiliste effectue 75 % du trajet entre les villes V et W en x heures à la vitesse de y km/h. Il termine ensuite le trajet à la vitesse de z km/h.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

A. La distance entre V et W est de $\dfrac{4xy}{3}$ km.

B. Les 25 % du trajet effectué à z km/h ont pris $\dfrac{xyz}{3}$ heures.

C. Le temps total pour relier V à W est de $\left(x+\dfrac{xyz}{3}\right)$ heures.

D. La vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet est de $\dfrac{4yz}{(3z+y)}$ km/h.

2. Parmi les 20 000 arbres d'une forêt, on a recensé la proportion de chacune des huit essences d'arbres présentes. Cette forêt est composée de pins, sapins, bouleaux, châtaigniers, frênes, chênes, charmes et hêtres. Ces huit essences représentent 4 %, 6 %, 8 %, 11 %, 14 %, 16 %, 19 % et 22 % de la forêt.

Nous avons les informations suivantes :

- les bouleaux sont plus nombreux que les charmes ;
- le pourcentage de hêtres est immédiatement supérieur à celui des sapins ;
- les frênes représentent la 3^e^ essence la moins représentée ;
- les pins sont plus nombreux que les hêtres et sapins réunis ;
- les pins sont 3 800 ;
- il y a deux fois plus de chênes que de châtaigniers.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Il y a 11 % de pins dans cette forêt.

B. Bouleaux, pins et chênes représentent plus de 50 % de la forêt.

C. Les sapins sont les moins représentés.

D. On a recensé plus de 3 000 charmes.

3. Trois collègues (Florence, Pierre et Alexandre) travaillent à temps partiel dans le même service. Ils ont pour mission la vérification de dossiers. On supposera que chaque salarié traite chaque jour travaillé un nombre de dossiers constant.

Lundi, Pierre et Alexandre ont vérifié, à eux deux, 425 dossiers.

Mardi, Florence et Alexandre ont travaillé ensemble sur 375 dossiers.

On sait que, grâce à son expérience, Pierre traite 25 % de dossiers de plus que Florence sur une journée.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Florence traite 175 dossiers par jour.

B. L'expérience de Pierre lui permet de traiter, par jour, 75 dossiers de plus qu'Alexandre.

C. Si le jeudi, les trois collègues travaillent ensemble, ils traiteront plus de 650 dossiers.

D. Si Alexandre améliore sa productivité de 20 %, plus de 450 dossiers pourraient être traités le lundi.

4. Une classe est composée de 10 étudiants. Ils viennent de recevoir anonymement leur note de l'examen de statistiques (note sur 20). Chaque étudiant indique oralement sa note aux autres à l'exception d'Elisabeth et Sylvie qui ne souhaitent pas divulguer leur note. « Ce n'est pas grave. Nous allons les deviner »s'exclame Paul, le meilleur étudiant en statistiques. Paul ajoute qu'il possède des informations complémentaires :

- La moyenne de la classe a été affichée et est de 12,2/20 ;
- En recalculant la moyenne sans vos 2 notes, on a trouvé 12,1/20 ;
- J'ai appris d'Elisabeth qu'elle avait 0,8 de plus que Sylvie ;
- J'ai obtenu la meilleure note avec 16,8/20 ;
- Véronique a eu la plus mauvaise note avec 8/20.

À partir de ces informations, Paul a pu conclure que :

A. La somme des notes, celles d'Élisabeth et Sylvie exclues, est de 121.

B. Élisabeth a obtenu une note meilleure que la moyenne de la classe.

C. Sylvie a obtenu 13/20 à son examen.

D. Les six étudiants dont on ne connait pas les noms, ont obtenu 12/20 de moyenne générale.

5. Pour rappel :
Le volume d'un cylindre $V = \pi R^2 h$
Le volume d'un cône $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$
Le volume d'une sphère $V = \frac{4}{3}\pi R^3$
Soit un cylindre d'un volume donné.

A. Pour obtenir un cône de même volume, il faut que la hauteur de celui-ci soit le triple de la hauteur du cylindre s'ils ont même rayon.

B. Pour obtenir un cône de même volume, il faut que le rayon de celui-ci soit le triple du rayon du cylindre s'ils ont même hauteur.

C. Si un cône a un rayon triple et une hauteur triple à ceux du cylindre, son volume sera 27 fois supérieur.

D. Pour obtenir une sphère de même volume que le cylindre, son rayon doit valoir $\sqrt[3]{\dfrac{3R^2 h}{4}}$ avec R et h, le rayon et la hauteur du cylindre.

6. Monsieur Flibuste cherche à visiter quatre îles dans les océans Pacifique et Atlantique : Marquises, Falkland, Galápagos et Tristan. Pour organiser son périple, il prend en compte les affirmations suivantes :

- Si je ne me rends pas aux Marquises alors je me rends à Tristan.
- Si je me rends aux Marquises alors je me rends aux Galápaqos.
- Si je me rends à Tristan alors je me rends à Falkland.
- Je ne me rends pas à Falkland.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Monsieur Flibuste visite 3 îles exactement.

B. Monsieur Flibuste visite 2 îles exactement.

C. Monsieur Flibuste visite Les Marquises et les Galápaqos.

D. Monsieur Flibuste visite Les Marquises, Tristan et les Galápaqos.

7. Une personne dispose d'une certaine somme d'argent. Elle dépense la totalité de cette somme dans les N magasins qu'elle visite. Plus précisément dans chaque magasin, elle dépense a euros de plus que la moitié de ce qu'elle avait en entrant. On note E_n la somme en entrant dans le magasin n et S_n la somme en sortant du même magasin n.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

A. $E_n = 2 \times (S_n + \alpha)$.

B. La somme en entrant dans le dernier magasin est : $E_N = 2 \times \alpha$.

C. Si $\alpha = 10$ et $N = 5$, la personne aurait 305 euros au départ.

D. Si $\alpha = 10$ et si la personne avait 610 euros au départ, alors elle peut visiter 10 magasins.

8. André, Bernard et Claude jouent à un jeu en plusieurs manches en n'utilisant que des pièces de 1 euro. Les joueurs n'utilisent que leurs avoirs de début de jeu. Les avoirs des joueurs sont donc des nombres entiers tout au long du jeu. Dans chaque manche, il y a 2 gagnants qui doublent leur avoir au détriment du perdant. Le jeu s'arrête dès que cette dernière règle ne peut plus s'appliquer.

À la fin de la 5^{e} manche, André a 4 euros, Bernard a 18 euros et Claude a 5 euros.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Le jeu comporte exactement 5 manches.

B. Au départ, André avait 7 euros, Bernard 18 euros et Claude 2 euros.

C. Claude est le joueur qui aura perdu le moins de manches.

D. La somme des 3 avoirs est constante, égale à 27 euros.

9. Nous avons les informations suivantes sur les nains de jardin situés sur la propriété de Monsieur Moustic :

- Les nains de jardin sans lunettes sont au nombre de 200.
- Il y a 25 nains de jardin chevelus mais sans lunettes ni barbe.
- Le nombre de nains barbus, à lunettes et chevelus est égal à quatre fois le nombre de nains chauves, à lunettes et sans barbe.
- 224 nains sont chauves.
- 60 nains sont barbus sans lunettes alors que 64 ont des lunettes et pas de barbe.
- 100 nains sont barbus à lunettes et 131 sont chauves sans barbe.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Il y a 3 nains chevelus et sans lunettes.

B. Il y a 15 nains chauves, imberbes et sans lunettes.

C. Il y a 112 nains chevelus.

D. Il y a 36 nains à lunettes, chauves mais barbus.

10. Une entreprise compte 1 200 personnes dont 504 femmes. Il n'y a que 3 catégories de personnel : « ouvriers », « agents de maîtrise »et « cadres ». Il y a 408 hommes dans la catégorie « ouvriers »et 144 femmes dans la catégorie « agents de maîtrise ». Les « cadres »représentent 20 % du personnel et les « ouvriers »(hommes et femmes) représentent la moitié de l'effectif total de l'entreprise.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

A. La catégorie « agents de maîtrise »est la moins nombreuse.

B. Dans la catégorie « cadres », les femmes sont majoritaires.

C. Il y a plus de 300 « agents de maîtrise ».

D. 20 % des hommes sont des « agents de maîtrise ».

11. Bruno, Amélie et Christine n'ont jamais redoublé au cours de leur scolarité. Sur leur curriculum vitae, on lit qu'ils sont originaires de trois régions différentes (Bretagne, Rhône-Alpes, Aquitaine). Tous les trois parlent couramment une langue étrangère différente (allemand, chinois, espagnol). Le niveau d'études de ces candidats est différent (bac +2, bac +3, bac +4).

On sait que :

- Le candidat parlant couramment espagnol et qui n'est pas originaire d'Aquitaine a fait une année d'étude supérieure de plus que celui qui parle couramment allemand ;
- Bruno a fait une année d'étude supérieure de moins que Christine qui parle couramment chinois ;
- Amélie est originaire de Bretagne.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Amélie a la scolarité la plus longue.

B. Bruno est originaire de la région Rhône-Alpes.

C. Le candidat parlant allemand a fait 3 ans d'études post-bac.

D. Le candidat parlant espagnol vient de la région Rhône-Alpes.

12. Pierre, Jean et Robert sont suspectés d'avoir commis un vol. L'enquête a permis de recueillir les informations suivantes :

- Si Pierre est coupable, il a alors un seul complice.
- Si Robert n'est pas coupable, Jean n'a pas de complice.
- Si Pierre n'est pas coupable, Robert est coupable.
- Si Robert est coupable, Jean est son complice.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

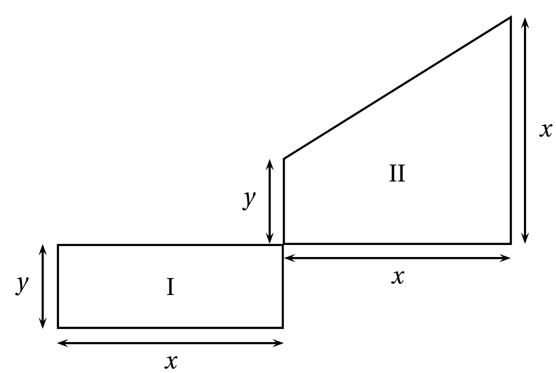
A. Pierre est coupable.

B. Il y a deux coupables.

C. Jean est coupable.

D. Robert est innocent.

13. Un agriculteur cultive 2 parcelles représentées sur la figure suivante. Dans la figure, les échelles ne sont pas été respectées. Il a clôturé la parcelle notée I avec 2 000 mètres de grillage.



À partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Si $y = \dfrac{x}{2}$ l'aire de la parcelle 1 représente 2/5 de la surface totale cultivée.

B. La surface totale cultivée est égale à $x^2 + 1\,500x$.

C. La surface totale cultivée est maximale pour $x = 500$ mètres.

D. Si y est égal à 900 mètres, la surface totale est égale à 14 hectares.

14. Au cours des soldes d'été, un article a subi 3 démarques successives :

- 20 % sur le prix initial ;
- 10 % sur le prix démarqué ;
- 50 % sur le prix indiqué après les 2 premières démarques.

Au prix hors taxes (HT), s'ajoute une taxe et le prix taxe comprise (TTC) est égal au prix HT augmenté de la taxe.

Le prix final TTC est de 54 € et le prix HT initial était de 125 €.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

A. Le prix initial TTC est égal à 142 €.

B. Les 2 premières démarques conduisent à une réduction du prix TTC de 42 €.

C. Le taux de la taxe est de 10 %.

D. Le prix payé par le client sera le même selon que les réductions s'appliquent sur le prix HT ou le prix TTC.

15. On interroge une personne au hasard et on lui demande son opinion (oui ou non) sur 3 questions. Nous ne connaissons pas les réponses mais nous savons que :

- Si la première réponse est négative alors la seconde est positive ;
- Si la première réponse est positive alors l'une au moins des deux autres est positive ;
- Il n'est pas possible qu'exactement deux réponses soient positives.

À partir de ces informations, on peut conclure que :

A. La deuxième réponse est positive.

B. Si la première réponse est positive, la dernière est positive.

C. Toutes les réponses sont obligatoirement positives.

D. On ne peut pas savoir si la première réponse est négative.

Exercices n° 16 à 22 : pondération 2

16. On considère la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$.

A. L'ensemble de définition de la fonction f est l'ensemble $]-\infty\,;\,-1[\cup]1\,;\,+\infty[$.

B. La droite D d'équation $x = -1$ est une asymptote verticale à la courbe représentative de la fonction f quand x tend vers -1.

C. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

D. La valeur $f(x)$ est supérieure ou égale à 0 pour tout x appartenant à son ensemble de définition.

17. On considère la fonction f définie par $f(x) = \ln\left(\dfrac{1+\sqrt{1+x^2}}{x}\right)$ où ln désigne le logarithme népérien.

A. L'ensemble de définition de la fonction f est l'ensemble $]0\,;\,+\infty[$.

B. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

C. Pour tout x appartenant à l'ensemble de définition de f $f'(x) = \dfrac{-1}{x\sqrt{1+x^2}}$ où f' est la fonction dérivée de f.

D. La fonction f atteint son maximum pour $x = 1$.

18. Soit f la fonction définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{\text{e}^{x} - \text{e}^{-x}}{\text{e}^{x} + \text{e}^{-x}}$.

A. Pour tout x appartenant à l'ensemble $\mathbb{R}$ on a : $f(x) = \dfrac{\text{e}^{2x} - 1}{\text{e}^{2x} + 1}$.

B. La courbe représentative de la fonction f est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

C. Pour tout x appartenant à l'ensemble $\mathbb{R}$ on a : $f'(x) = 1 - (f(x)^2$ où f' est la fonction dérivée de f.

D. 3 (3e -e -3) L'intégrale $\displaystyle\int_2^3 f(x)\,\text{d}x$ vaut $\ln\left(\dfrac{\text{e}^{3} - \text{e}^{-3}}{\text{e}^{2} + \text{e}^{-2}}\right)$.

19. Soit f la fonction définie sur l'ensemble $]0\,;\,+\infty[$ par : $f(x) = x^2 \ln x - x^2$, où ln désigne le logarithme népérien.

A. L'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions dans $]0\,;\,+\infty[$.

B. La fonction f change de sens de variation sur l'ensemble $]0\,;\,+\infty[$.

C. La fonction f atteint son minimum pour $x = \sqrt{\text{e}}$.

D. La tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 1 a pour équation $y = x$.

20. On considère l'inéquation suivante (E) : $\dfrac{2x-1}{m+1} - \dfrac{2x-5}{2(m+1)} > \dfrac{x+2}{3}$ où m est un paramètre réel donné.

A. Si $m = -1$ alors l'inéquation (E) n'est pas définie.

B. Si $m < -1$ ou $m > 2$ alors l'ensemble des solutions de l'inéquation (E) est $\left]-\infty\,;\,\dfrac{4m-5}{2-m}\right[$.

C. Si $-1 < m < 2$ alors l'ensemble des solutions de l'inéquation (E) est $\left]\dfrac{4m-5}{2-m}\,;\,+\infty\right[$.

D. Si $m = 2$ alors l'inéquation (E) n'admet pas de solutions.

21. À l'occasion d'une élection nécessitant deux tours de scrutin, plusieurs candidats, dont messieurs A, B et C, se sont présentés aux suffrages de leurs électeurs. A l'issue du premier tour, les résultats, en pourcentage, sont les suivants : 34 % pour A, 20 % pour B, 16 % pour C et 30 % pour les autres candidats. Au second tour, seuls A et B se présentent. On suppose que les votants du second tour sont les mêmes que ceux du premier tour et que les électeurs de A et de B n'ont pas changé d'avis entre les deux tours. On constate que 80 % des électeurs de C se reportent sur B et 20 % sur A ; les autres électeurs se reportent à 65 % sur A et à 35 % sur **B.**

A. La probabilité qu'un électeur choisi au hasard ait voté pour A au second tour est 0.567

B. La probabilité qu'un électeur choisi au hasard ait voté pour B au second tour est 0.2

C. La probabilité qu'un électeur vote pour C au premier tour et pour A au second est 0.032

D. La probabilité qu'un électeur ait voté pour C au premier tour sachant qu'il a voté au second tour pour A est 0,02.

22. Soit la suite (u_n) de nombres $u_0, u_1, \ldots, u_n, \ldots$ définie par : $u_n = \displaystyle\int_n^{n+1} \text{e}^{-x}\,\text{d}x$.

A. Le premier terme u_0 de la suite (u_n) vaut $1 - \text{e}^{-1}$.

B. (u_n) est une suite géométrique de raison e^{-2}

C. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} (u_n) = 0$.

D. Si $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n$ alors S_n vaut $1 - \text{e}^{-n-1}$.