Brevet de technicien supérieur Polynésie
16 mai 2025 - Comptabilité et gestion

MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES 2 heures

Exercice n° 1 : **10 points**

Les différentes parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.
On s'intéresse à quelques données sur le changement climatique et ses conséquences dans le monde.

Partie A

Le tableau ci-dessous donne l'augmentation du niveau moyen des océans en prenant pour référence le niveau moyen lors de l'année 1995.

Année	1995	2000	2005	2010	2015	2020
Rang de l'année x_i	0	5	10	15	20	25
Augmentation du niveau moyen des océans y_i (en centimètre)	0	1,7	3,1	4,8	6,8	8,7

(source : E.U. Copernicus Marine Service Information)

Lecture : entre l'année 1995 et l'année 2005, le niveau moyen des océans a augmenté de 3,1 cm.

1. Donner l'équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés, sous la forme $y = ax + b$ où a et b sont à arrondir à 0,001.
2. Dans cette question, on décide d'ajuster le nuage de points de cette série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ par la droite d'équation : $y = 0{,}35x - 0{,}14$.
   Utiliser ce modèle pour répondre aux questions suivantes :
   a. Estimer pour l'année 2025 l'augmentation du niveau moyen des océans par rapport à son niveau moyen de 1995.
   b. Déterminer l'année à partir de laquelle l'augmentation du niveau moyen des océans dépassera 20 centimètres par rapport à son niveau moyen de 1995.

Partie B

Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille de calcul d'un tableur, donne la superficie mensuelle moyenne des glaces arctiques en septembre sur la période de 1980 à 2020. La plage de cellules C3 à F3 est au format pourcentage à une décimale.

	A	B	C	D	E	F
1	Année	1980	1990	2000	2010	2020
2	Superficie (en millions de km^2)	7,7	6,4	6,2	4,9	4
3	Taux d'évolution par rapport à l'année 1980 (en %)					

(*source : National Snow and Ice Data Center*)

1. Proposer une formule à saisir en C3 et qui permet, par recopie vers la droite, de calculer les taux d'évolutions successifs des superficies par rapport à l'année 1980.
2. **a.** Justifier que, sur la période 1980 à 2020, la superficie moyenne des glaces arctiques en septembre a diminué d'environ 48,1 %.

   b. Calculer le taux d'évolution annuel moyen correspondant sous la forme p %. Arrondir p % à 0,1.

Partie C

On suppose dans cette partie qu'à partir de l'année 2020, la superficie moyenne des glaces arctiques en septembre diminue tous les ans de 1,6 %.
La suite (u_n) modélise la superficie moyenne, exprimée en million de km^2, des glaces arctiques en septembre pour l'année $(2020+n)$.
On a ainsi : $u_0 = 4,0$.

1. Calculer u_1 puis u_2. Arrondir à 0,01 million de km^2.
2. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Justifier et donner sa raison.
3. Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.
   Selon ce modèle :
4. Quelle serait la superficie moyenne des glaces arctiques en septembre 2025 ?
   Arrondir à 0,01 million de km^2.
5. En quelle année la superficie moyenne des glaces arctiques en septembre passera-t-elle pour la première fois en dessous de 2 millions de km^2 ?

Exercice n° 2 : 10 points

Les différentes parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante

Un institut a réalisé un sondage sur l'intérêt des Français pour les Jeux Olympiques qui ont eu lieu à Paris en août 2024.

Partie A

Ce sondage a donné les résultats suivants :

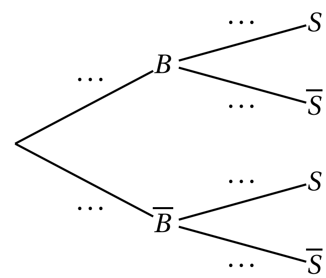
- 8,8 % des sondés ont acheté des places pour ces Jeux Olympiques.
- Parmi les sondés ayant acheté des places pour ces Jeux Olympiques, 95 % ont déclaré avoir également suivi ces Jeux Olympiques à la télévision.
- Parmi les sondés n'ayant pas acheté des places pour ces Jeux Olympiques, 75 % ont déclaré avoir également suivi ces Jeux Olympiques à la télévision.

On choisit au hasard une personne interrogée lors de ce sondage. Toutes les personnes ont la même probabilité d'être choisies.
On s'intéresse alors aux évènements suivants :

- B : « la personne sondée a acheté des places pour ces Jeux Olympiques ».
- S : « la personne sondée a suivi ces Jeux Olympiques à la télévision ».

On note respectivement $\overline{B}$ et $\overline{S}$ les évènements contraires de B et S.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



2. Calculer la probabilité que la personne sondée ait acheté des places et ait également suivi ces Jeux Olympiques à la télévision.
3. Montrer que $P(S) = 0{,}7676$.
4. Le responsable du sondage affirme que, parmi les personnes n'ayant pas suivi ces Jeux Olympiques à la télévision, moins de 2 % ont déclaré avoir acheté des places.
   Justifier cette affirmation.

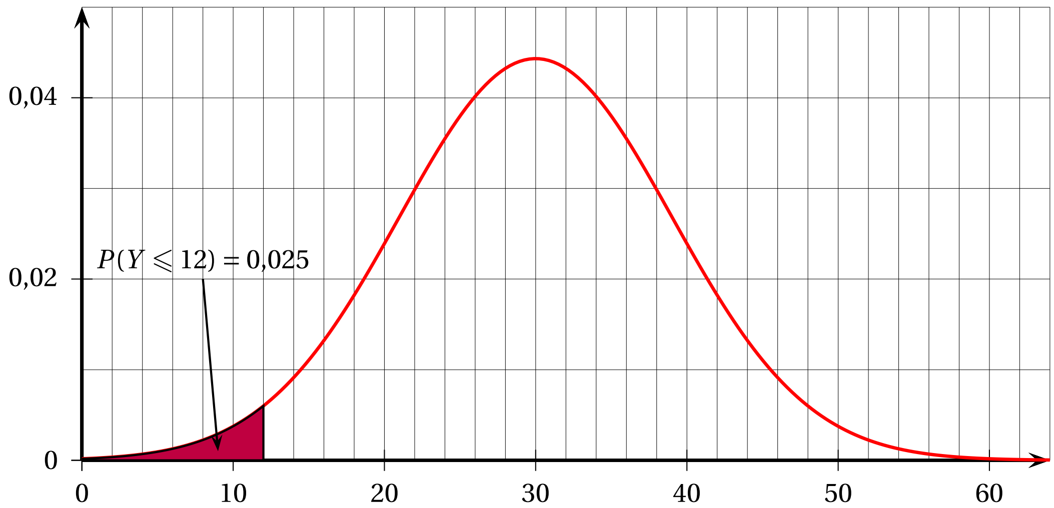
Partie B

On choisit au hasard 200 personnes interrogées lors de ce sondage. Le nombre de personnes interrogées est assez grand pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise. On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 200 personnes interrogées, associe le nombre de personnes disant avoir suivi ces Jeux Olympiques à la télévision.
On admet que la probabilité pour qu'une personne interrogée dise avoir suivi ces Jeux Olympiques à la télévision est égale à 0,77.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et en donner une interprétation dans le cadre de cet exercice.
3. Calculer la probabilité pour que, dans un tel prélèvement, exactement 155 personnes disent avoir suivi ces Jeux Olympiques à la télévision. Arrondir le résultat au millième.
4. Calculer $P(X \leqslant 149)$. Arrondir le résultat au millième.
5. Calculer la probabilité pour que, dans un tel prélèvement, au moins 150 personnes disent avoir suivi ces Jeux olympiques à la télévision. Arrondir le résultat au millième.

Partie C

Le sondage s'intéressait également au temps passé par les sondés à suivre ces Jeux Olympiques sur les divers médias possibles (télévision, internet, radio...).
On note Y la variable aléatoire qui modélise le temps passé par chaque personne interrogée à suivre ainsi ces Jeux olympiques. Y est exprimée en heure.
Selon les résultats de ce sondage, on admet que Y suit une loi normale d'espérance 30 dont on donne ci-dessous la courbe représentative de sa fonction densité.
On sait de plus que $P(Y \leqslant 12) = 0{,}025$.



1. Quel est le pourcentage de personnes interrogées à avoir passé plus de 30 heures à suivre ainsi ces Jeux olympiques ? Justifier.
2. Donner en justifiant la probabilité $P(Y \geqslant 12)$.
3. Donner en justifiant la probabilité $P(30 \leqslant Y \leqslant 48)$.
4. Dans cette question, toute trace de recherche sera prise en compte.

   Combien de temps une personne interrogée doit-elle avoir passé à suivre ces Jeux Olympiques pour faire partie des 16 % de personnes interrogées ayant ainsi passé le plus de temps ? Justifier votre résultat.