Résolution de problèmes de temps et durée

François Jaquet, coordinateur international de l'Association du Rallye Mathématique Transalpin

1. Le cadre général

Le Rallye mathématique transalpin (RMT) est une confrontation internationale par classes dont les trois buts essentiels sont de

- favoriser la résolution de problèmes en équipes,
- sensibiliser les maîtres à l'intérêt de laisser les élèves s'organiser seuls,
- d'analyser les stratégies de résolution des élèves.

Selon les règles du concours, les élèves ne doivent pas seulement donner les réponses mais indiquer comment ils y sont parvenus et justifier leurs solutions. Leurs copies constituent une source abondante de renseignement sur les procédures de résolution adoptées par les groupes d'élèves, sur leurs représentations, les obstacles rencontrés, les connaissances et outils mis en oeuvre.

Parmi tous les problèmes proposés par le RMT à des centaines de classes au cours de ces quinze dernières années, plusieurs font intervenir le temps et la durée, aux différents degrés de la scolarité.

Dans cet article[1], nous présentons l'un de ces problèmes en analysant la variété des procédures observées, puis nous envisageons quelques implications didactiques découlant de ces premières observations et de l'examen d'autres problèmes sur le même thème

2. Un problème et son analyse préalable

2.1. L'énoncé

Les âges des frères

Dans une famille, il y a 3 garçons : Antoine, Bernard et Christian, et une fille Denise.

Denise regarde l'album de photos familial et constate que :

- quand Antoine avait 8 ans Bernard avait 12 ans,

- quand Bernard avait 9 ans Christian avait 3 ans.

Quel âge avait Christian quand Antoine avait 10 ans ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

Ce problème a été proposé aux classes des degrés 3 à 5 de la scolarité (CE2 à CM2) participant à la confrontation. Comme pour tous les problèmes du RMT, l'énoncé est accompagné d'une analyse a priori qui identifie les connaissances mathématiques en jeu, envisage la tâche de résolution de l'élève durant l'épreuve. Cette réflexion préalable décide du choix des problèmes et de leur attribution aux différents niveaux scolaires des classes en confrontation.

L'analyse préalable détermine encore les barèmes selon lesquels les personnes devront évaluer les productions des classes, qui doivent être les mêmes d'une région ou d'un pays à l'autre pour les besoins

[1] L'article est une synthèse des travaux et débats de deux ateliers successifs des journées 2007 de l'APMEP à Besançon. Le premier des ateliers a été consacré à l'analyse des procédures d'un problème (parties 2 et 3 de l'article, le deuxième a permis d'aller au-delà de l'examen des procédures (parties 4 et 5).

de la compétition. Les points attribués vont de 4, pour une réponse juste avec explications claires et complètes, à 0 pour une incompréhension, en passant par 3 pour une réponse correcte sans explications ou justifications, par 2 pour une réponse correcte mais sans explications ...

Ces barèmes d'attribution des points sont très délicats à élaborer et souvent sujets à des interprétations divergentes ou à des contestations. Ils permettent cependant d'harmoniser les évaluations parmi les sections du RMT, de déterminer un taux de « réussite » utile en vue des analyses ultérieures et de la constitution de la « banque de problèmes » du RMT, et surtout, de susciter des échanges très fructueux lors de rencontres où les évaluateurs doivent s'entendre sur la manière d'interpréter les démarches des élèves.

Pour ce problème, *Les âges des frères*, dont les résultats ont été analysés pour environ 900 classes d'une dizaine de sections, l'attribution des points fait apparaître une « progression » significative des « 4 points », du degré 3 au degré 5, qui se traduit par le passage de 0,82 à 2,48 de la « moyenne des points attribués aux copies ». Cet indicateur permet de dire globalement que le problème est bien adapté aux classes de niveaux 4 et 5 (CM), qu'il se révèle un peu « difficile » au niveau 3 (CE2). Il permet aussi d'imaginer que c'est aux niveaux 3 et 4 que le problème pourra éventuellement être exploité en classe pour une aide à certains apprentissages vu que la progression est sensible du 3^e au 5^e niveau. En revanche, ce genre de données ne donne aucune information sur les représentations des élèves, sur les obstacles rencontrés par certains, sur les savoirs mathématiques mobilisés. C'est l'étape suivante de l'analyse des procédures qui permettra d'en savoir plus, d'un point de vue didactique et pédagogique.

3. Les procédures relevées

L'analyse de 173 copies de trois sections du RMT (Franche-Comté, Suisse romande, Cagliari), a permis de classer les procédures en quatre grandes catégories que nous désignerons par « chronologique », « composition d'écart », « transposition » ou « simple report ». Les classes ayant résolu ce problème sont celles des niveaux 3 (CE2), 4 (CM1) et 5 (CM2) de la scolarité obligatoire.

Les extraits de copies qui suivent sont transcrits, en italique, en respectant les textes d'origine mais en corrigeant l'orthographe pour des raisons de lisibilité. Le niveau scolaire des auteurs de ces copies est signalé, en fin de citation.

3.1. Procédure « chronologique » (19 copies/173)

L'évolution des âges des trois enfants est transcrite par des tableaux ou par des listes. La « chronologie » s'observe graphiquement par le « parallélisme » de la présentation des données. Par exemple:

Antoine					***8***	*9*	***<u>10</u>***	*11*	*12*	
Bernard	*8*	***9***	*10*	*11*	***12***	*13*	*14*	*15*	*16*	
Christian		***3***	*4*	*5*	*6*	*7*	***<u>8</u>***			(niveau 4)

Il n'y a aucune opération arithmétique dans cette copie, comme dans la plupart des autres de la catégorie. Le temps va dans le sens de l'écriture (de gauche à droite) dans cet exemple et les événements simultanés se situent sur des colonnes verticales. Dans d'autres copies, le temps va de haut en bas et les événements simultanés se trouvent sur des lignes horizontales.

3.2. Procédure par «composition d'écarts » (18 copies/173)

> *Nous avons découvert qu'entre C et B il y avait 6 ans d'écart, car, 9 - 3 = 6. Mais aussi qu'il y a 4 ans d'écart entre A et B, car, 12 - 8 = 4. Nous avons calculé qu'entre 4 et 6 il y a 2, donc, quand Antoine a 10 ans Christian a 8 ans.* (niveau 5)

Dans cet exemple, les élèves trouvent 2 ans de différence entre A et C sans préciser qui est le plus âgé ; c'est implicite. Dans d'autres cas, on précise que A a deux ans de plus que C. Certaines fois, ce type de procédure est accompagné d'un « schéma temporel » comme le mentionne l'analyse préalable.

La quasi-totalité de ces procédures conduit à la réponse correcte.

3.3. Procédure par « transpositions » d'écarts constants ou/et calcul de différences aux différentes « époques » de l'histoire des frères. (67 copies/173)

Ce que je sais: A et B ont 4 ans de différence. - B et C ont 6 ans de différence.

Quel âge avait C quand A avait 10 ans?

Calculs: Donc quand B a 9 ans, A a 5 ans.

De 5 à 3 = 2 ans de différence. Quand A a 10 ans, C en a 8 ans

Réponse. Quand A a 10 ans C a 8 ans. (niveau 4)

Pour cet exemple, l'écart de 4 ans entre A et B est transposé dans le temps sur le moment où B avait 9 ans, afin de déterminer l'écart entre A et C.

Cette procédure est la plus fréquente, elle est adoptée par plus du tiers des groupes d'élèves. Une analyse fine montre que la constance des écarts peut être reportée de l'une ou l'autre des deux « époques » où deux âge sont connus : lorsque A = 8 et B = 12, ou lorsque B = 9 et C = 3 sur la troisième époque (correspondant à la question) où A = 10.

Dans cette catégorie, à côté des écarts constants entre les âges de deux frères, 4 ans entre A et B ou 6 ans entre B et C, on trouve également les différences entre deux des trois « époques » auxquelles se réfère l'énoncé : 3 ans entre le moment où B avait 9 ans et celui où il avait 12 ans, 2 ans entre le moment où A avait 8 ans et celui où il avait 10 ans (et où B avait 14 ans).

La « transposition » de -3 ans reconnaissables au « 3 + 5 = 8 » est assez fréquente (22/173)

Quand A avait 8 ans, B en avait 12, mais quand B avait 9 ans A avait 8 - 3 = 5 ans et Christian avait 3 ans (car il y a 3 ans de différence entre le moment où B a 9 ans et le moment où il a 12 ans).

Si A a 10 ans, on a rajouté 5 ans de plus qu'au moment où il avait 5 ans.

Donc 3 + 5 = 8 ans.

Ce qui fait que C a 8 ans quand A en a 10 . (niveau 5)

La « transposition » de + 2 ans, identifiées par « 14 - 6 = 8 » est encore plus fréquente (31/173)

C a 8 ans quand A a 10 ans. 14 - 6 = 8

Explication: Parce que B a 4 ans de plus que A donc pour que A a dix ans, il faut que B a 14 ans.

B a 6 ans de moins que C et donc quand B a 14 ans et A 10 ans, C a 8 ans. (degré 5)

Dans ce dernier exemple, il y a une erreur de texte : B a 6 ans de plus que C et non *6 ans de moins que C* qui ne tire pas à conséquence.

Certaines explications témoignent d'une bonne maîtrise de la structure du temps, au-delà de certaines maladresses verbales.

Nous sommes partis de 8 ans, l'âge de A en ajoutant 2 pour la donnée 10 puis nous avons fait la même chose avec l'âge de B et on a obtenu 14. Et puis nous avons soustrait en voyant que la différence d'âge entre B et C nous donne 6.

Puis, de 14, nous avons enlevé le 6, c'est-à-dire l'âge de la différence entre B et C, ce qui nous a donné l'âge de C quand A avait 10 ans. (niveau 4)

Les procédures de cette catégorie, comme celles des deux précédentes (3.1) et (3.2) conduisent à la réponse exacte, à quelques exceptions près dues à des inattentions ou erreurs de copie.

3.4. Procédure par « simple report », sans tenir compte du décalage temporel (41 copies /173)

Près du quart des copies révèlent que les élèves semblent ignorer que les « époques » des deux données (A = 8 ; B = 12) et (B = 9 ; C = 3) et celle de la question (A = 10 ; C = ?) ne sont pas contemporaines.

Dans 14 copies, l'écart entre les deux âges de A : 10 – 8 = 2 est déterminé explicitement puis reporté sur l'âge de C par l'addition 3 + 2 = 5. En voici trois exemples :

- *Explication: Antoine 8 ans*

  Christian 3 ans

  A a 8 ans et pour aller à 10 il faut 2. Alors 8 + 2 = 10. Et C a 3 ans et comme Antoine il faut 2 alors on rajoute 2 à 3 et ça fait 5. (niveau 5)
- *On a biffé Bernard. On a fait 8 + 2 pour aller à 10 épis 3 + 2 = 5.* (niveau 4)
- *On a éliminé Bernard et Bernard et on est resté avec C et A … .* (niveau 3)

Dans 13 copies, c'est la différence de 5 ans (8 – 3) entre les deux âges mentionnés d'Antoine et de Christian qui est calculée comme si les deux « époques » (A = 8 ; B = 12) et (B = 9 ; C = 3) étaient contemporaines, puis cette différence est reportée à « l'époque » de la question où A a 8 ans, par la soustraction 10 – 5 = 5, ce qui peut conduite à l'apparition d'un âge « 0 » voire négatif comme dans les deux derniers exemples ci-dessous.

- *A et C ont 5 ans de différence. A a 10 ans. C a 5 ans. Nous avons fait de la manière suivante: 10 - 5 = 5.* (niveau 3)
- *On a fait 8 - 3 = 5. Quand A avait 5 ans, C n'était pas encore né. On a fait 5 + 5 = 10. Donc C avait 5 ans quand A avait 10 ans parce que C avait 0 ans et A 5 ans. 0 + 5 = 5* (niveau 4)
- *A a 8 ans et 3 ans avant il a 5 ans. C a 3 ans et 3 ans avant il est pas né. A 5 ans plus tard il a 10 ans. B 5 ans plus tard il a 14 ans. C 5 ans plus tard il a 5 ans (avec un tableau des âges des trois enfants aux deux périodes considérées* (niveau 4)

Les trois premières catégories de procédures adoptées par les groupes d'élèves sont « efficaces » pour la résolution du problème, elles représentent les 60% des 173 copies examinées, tous niveaux confondus. Les échecs (40%) correspondent à la quatrième catégorie de procédures et à différentes autres stratégies erronées difficiles à interpréter.

Au niveau 3 (CE2) les réponses correctes se trouvent dans 42% des copies. Ce « taux de réussite » passe à 46 % au niveau 4 (CM1) et à 76% au niveau 5 (CM2).

La progression très nette d'un niveau à l'autre, déjà relevée lors de l'attribution des points dans le cadre du concours, est donc confirmée par l'analyse des procédures. Celle-ci apporte, en plus du jugement sur la réponse « correcte ou incorrecte », des indications sur les représentations des élèves et sur leur maîtrise des relations temporelles au travers des stratégies de résolution adoptées.

4. Au-delà de l'analyse des procédures ...

Une répartition par procédures de résolution exige évidemment une lecture attentive de chaque copie examinée. Il s'agit d'interpréter des textes, des schémas, des opérations et autres traces écrites, qui peuvent être abondants, redondants, mais aussi lacunaires, contradictoires ou trop succincts, au point de contraindre l'examinateur à « lire entre les lignes ». Comme les copies sont le fruit d'un travail de groupe - selon les conditions du RMT - elles ne respectent pas forcément la chronologie des différentes phases de résolution car elles sont le plus souvent rédigées après les recherches et débats collectifs par l'élève qui « tient le crayon », sous le contrôle d'un ou deux autres membres du groupe dans le meilleur des cas. Il faut donc souvent reconstituer un ordre « logique » dans lequel les traces écrites ont été produites. Ce travail d'interprétation et de reconstitution ne pourrait se faire sur la base d'un petit nombre de copies ; ce sont les répétitions, les convergences, les analogies et autres éclairages mutuels qui permettent peu à peu de dégager les éléments caractéristiques d'une procédure, pour l'identifier et la différencier des autres.

Il faut admettre encore que certaines copies sont « inclassables » parce que les élèves n'ont pas su exprimer clairement la manière dont ils ont résolu le problème, parce qu'ils ne l'ont pas compris ou encore parce qu'ils se sont contentés d'écrire quelques calculs avec les nombres donnés.

Malgré les limites de l'identification des différentes catégories de procédures, un examen des copies permet de relever de très nombreux obstacles, une grande diversité des représentations et encore d'autres caractéristiques du degré de développement des concepts en jeu. Les contraintes d'espace de cet article ne permettent pas un inventaire exhaustif de toutes ces observations. Nous nous limitons a en relever deux, qui concernent la structuration du temps : sa représentation sur un axe orienté et la succession des événements.

4.1. L'axe du temps

Les participants - adultes - à l'atelier ont tous résolu le problème *Les âges des frères* en représentant les événements sur un axe orienté de gauche à droite. Ce type de représentation n'apparaît cependant sur aucune des 173 copies examinées, même si celles de la procédure « chronologique » (3.1) se réfèrent parfois à des tableaux ou listes dans lesquelles l'écoulement du temps s'ordonne spatialement sur la feuille, le plus souvent dans le sens habituel de lecture. L'outil « axe orienté » est donc évident et efficace pour l'adulte, mais pas encore pour les élèves de 8 à 11 ans.

Cette observation est confirmée par l'analyse des réponses à un deuxième problème, proposé à des élèves de 8-9 ans (CE2).

A bicyclette

Christophe, Hervé, Alfio, Jacky et Giancarlo font une course à vélo et passent la ligne d'arrivée l'un après l'autre.

Christophe arrive après Hervé mais avant Alfio.

Giancarlo n'est pas le premier.

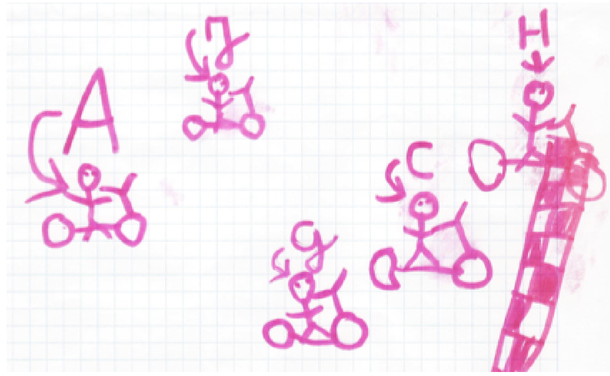
Jacky arrive avant Alfio et après Giancarlo.

Dans quel ordre ont-ils pu passer la ligne ?

Indiquez toutes les solutions que vous avez trouvées.

Il y a plusieurs solutions à ce problème et il y a plusieurs manières de les noter :

on peut dessiner les cinq cyclistes à la suite avec une ligne d'arrivée qu'ils vont franchir ou qu'ils viennent de franchir, du genre « photo finish »;



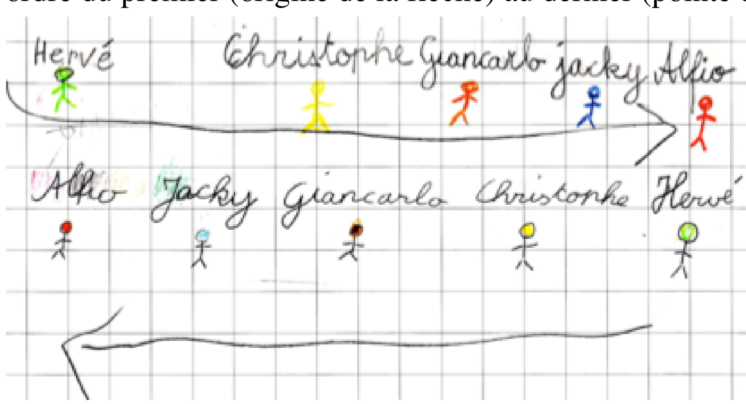
- on peut écrire un texte complet comme, par exemple, *Hervé est arrivé le premier, Christophe est arrivé le deuxième, ...* ;

- on peut écrire une liste des cinq noms, en colonne, numérotés de 1 à 5 pour indiquer l'ordre d'arrivée ; on peut se contenter des initiales accompagnées chacune de leur numéro d'ordre 1. H, 2. C, 3. G, 4. J, 5. A;

- on peut encore se limiter à écrire les cinq noms, ou leurs initiales, à la suite.

Toutes ces écritures sont apparues dans les copies examinées, mais la dernière est sujette à ambiguïtés. Pour les adultes et certains élèves, l'écriture HCGJA fait correspondre le sens de lecture et d'écriture (de gauche à droite) au déroulement du temps, étant sous entendu que « H », écrit en premier, passe le premier la ligne d'arrivée. Pour d'autres élèves, c'est l'écriture AJGCH qui représente le « peloton » des cinq coureurs, se dirigeant de la gauche vers la droite, avec « H » en tête. On imagine alors aisément les difficultés d'interprétation des copies pour les correcteurs chargée de leur attribuer des points dans le cadre du concours !

L'exemple qui suit est très révélateur de l'importance des conventions, élaborées progressivement par les « adultes » au cours de l'histoire, sur la représentation du déroulement du temps par un axe orienté. Les élèves de cette classe ont donné leur solution sous deux formes, avec une flèche indiquant (vraisemblablement) l'ordre du premier (origine de la flèche) au dernier (pointe de la flèche).



4.2. La succession des arrivées ou la relation d'ordre dans le temps

Pour situer dans le temps la position relative de deux événements, on utilise les mots « avant » et/ou « après ». Les enfants utilisent couramment ces termes mais dans une acception souvent restrictive, c'est-à-dire sans envisager la transitivité de la relation lorsque plus de deux événements interviennent : lorsqu'ils situent un événement « avant » un autre, ils ont de la peine à imaginer qu'il peut y en avoir un troisième, ou d'autres encore, entre les deux premiers.

Cette difficulté apparaît très clairement dans l'analyse des résultats du problème *A bicyclette* :

Sur 34 copies de classes examinées (classes de Suisse romande, de niveau 3 ou « CE 2 ») deux seulement donnent les trois solutions : HCGJA, HGCJA, HGJCA. Six classes ont trouvé deux solutions correctes et, parmi celles qui ont commis des erreurs, six classes ont présenté plus d'une solution. Pour les 20 autres classes, les copies n'évoquent pas la possibilité d'autres solutions.

Il est évident que de jeunes élèves, par effet de contrat didactique, sont tentés de se contenter de la première solution trouvée, malgré les incitations de l'énoncé telles que « Dans quel ordre ont-ils pu passer la ligne ? » ou « Indiquez toutes les solutions que vous avez trouvées ». Il faut cependant aller plus loin dans l'examen des copies pour en savoir plus.

Deux commentaires seulement sur les 34 copies font penser qu'il y a eu une réflexion sur cette pluralité des solutions :

Dans une classe, la solution HCGJA est présentée avec dessin des personnages sur leurs bicyclettes avant la ligne d'arrivée et le commentaire : *il n'y a qu'une solution et on ne peut pas en faire d'autres !!!!!*

Une autre copie donne la solution H, C, G, J, A avec les nombres 1, 2, 3, 4, 5 notés sous les lettres dans le même ordre avec le commentaire : *on a cherché beaucoup de solutions et après on a comparé et on avait tous les mêmes*.

Si le problème a trois solutions, on pourrait s'attendre à ce qu'elles apparaissent avec la même fréquence. Mais la solution HCGJA apparaît dans 28 copies sur 34, alors que HGCJA n'est présente que dans 7 copies et la troisième, HCJCA, que 3 fois.

C'est l'analyse de l'énoncé qui donne une explication, fort plausible, de cette inégalité dans la fréquence des trois solutions. La première partie de la première condition dictée par l'énoncé, « Christophe arrive après Hervé ... », est interprétée au sens restrictif du terme « après », comme s'il n'y avait pas d'événement entre les deux arrivées ou comme si les deux enfants étaient « l'un directement derrière l'autre ». Dans cette acception restrictive des termes « après » et « avant », la troisième condition « Jacky arrive avant Alfio et après Giancarlo » renforce encore la solution HCGJA.

On pourrait alors penser que les élèves qui ne trouvent que la solution HCGJA ont résolu le problème de façon cohérente, selon leur interprétation restrictive des termes « après » et « avant » ; mais il y a une contradiction avec la seconde partie de la première condition « Christophe arrive... avant Alfio. » où le terme « avant » est considéré dans son interprétation non restrictive, puisqu'il y a Giancarlo et Jacky avant Alfio, après Christophe.

La découverte de la seule solution HCGJA révèle donc une interprétation non stabilisée des termes « avant » et « après » et, par conséquent, l'impossibilité de déterminer précisément les successions d'événements soumises aux conditions données.

5. ... vers des intentions didactiques

En une quinzaine d'années d'existence, le RMT a permis d'identifier de nombreuses procédures de résolutions à propos de centaines de problèmes. La question de savoir que faire de cette quantité impressionnante de données s'est rapidement posée pour les animateurs de la confrontation.

Les premières exploitations de ces données l'ont été au profit de la formation des enseignants, initiale ou continue. On est ensuite passé à la pratique des problèmes en classe entière (alors que lors des épreuves du concours, les élèves résolvent des problèmes différents, sans intervention du maître). Depuis quelques années, des groupes de travail cherchent à construire des parcours didactiques pour certains concepts mathématiques bien déterminées (la proportionnalité, les aires, la numération de position ...) à partir des problèmes du RMT et des procédures de résolution déjà identifiées : il s'agit d'expérimentation coordonnées, d'adaptation des problèmes par le jeu des variables didactiques, de création de nouveaux énoncés ... (Voir *Actes des rencontres du RMT* en bibliographie).

Les problèmes de temps et de durée, pourtant nombreux dans le cadre du RMT, n'ont pas – encore – été exploités largement d'un point de vue didactique. On les trouve plaisants et bien adaptés à un concours, mais on ne sait pas trop qu'en faire en classe.

Ces hésitations et cet embarras se retrouvent dans le cadre plus général de l'enseignement des mathématiques. Les programmes de l'école primaire parlent de la structuration du temps, mais en termes assez généraux, en restant très discrets sur les compétences attendues. Les manuels ou fichiers n'accordent en général pas une grande importance aux concepts de temps et de durée, à l'exception des activités de lecture de l'heure et de calculs élémentaires de durées. De rares publications annexes cherchent à combler ces lacunes (Groupe élémentaire IREM de Besançon, 2006).

Les textes de la recherche en didactique des mathématiques sont également peu abondantes sur le sujet et il faut remonter à Piaget (1973) pour trouver une analyse approfondie du développement de la notion de temps chez l'enfant.

Il n'y a donc pas de pression institutionnelle ni de grands encouragements à exploiter des problèmes de temps et durée à l'école primaire et à la question : faut-il « enseigner » les concepts de temps et de durée ou faut-il les laisser mûrir naturellement ? on répond volontiers par le second volet de l'alternative.

Pourtant, ces concepts seront importants dans la carrière scolaire des élèves dès leur passage au Collège. Ils devront calculer des durées avec précision, maîtriser les transformations d'unités et aborder l'obstacle redoutable où le temps et l'espace se fondent dans la notion de vitesse.

Les analyses de procédures de résolution de problèmes et les observations qui en découlent devraient inciter à dépasser cette attitude d'indifférence générale face à la construction de la notion de temps. On y voit l'intérêt d'aller au-delà des techniques de lecture de l'heure ou des calendriers, des transformations élémentaires d'heures en minutes.

Des quelques exemples décrits précédemment on peut retenir l'axe gradué qui peut être relevé, sans l'institutionnaliser, comme une support efficace pour représenter l'écoulement dutemps, pour y situer une succession d'événements, pour valider des solutions, pour les expliquer à d'autres. Ne vaut-il pas la peine de reprendre en classe un problème comme *Les âges des frères* et d'organiser une mise en commun pour comparer les procédures par tableaux chronologiques (qui préfigurent l'axe) avec les autres, pour mettre en évidence la constance des écarts sur trois lignes parallèles représentant les âges des trois enfants ?

On pourrait aussi conduire une discussion à partir des procédures de résolution du problème *A bicyclette* pour rencontrer certainement les diverses interprétations de « après » et « avant », pour s'entendre sur l'ordre dans lequel on peut relever une succession d'événements.

Ces deux exemples, et beaucoup d'autres qui n'ont pu être développés ici, nous paraissent consistants pour une action didactique. Des problèmes, en complément des exercices techniques, sont utiles, voire indispensables, pour se construire une structuration du temps, pour maîtriser les repères temporels et la comparaison de durées nécessaires à la vie personnelle et sociale de l'enfant.

Bibliographie

GROUPE ELEMENTAIRE, IREM de Besançon. (2006). *Prends ton temps*. Presses universitaires de Franche-Comté

PIAGET, J. (1946). *Le développement de la notion de temps chez l'enfant*. Presses universitaires de France PUF (1973, deuxième édition)

BATTISTI, R. CHARNAY, R. GRUGNETTI, L. JAQUET, F. (Eds). (2006). *RMT, Des problèmes à la pratique de la classe / RMT : dai problemi alla didattica quotidiana*. Actes des rencontres du RMT Vol. 5. ARMT, IPRASE Trentino, IUFM de Lyon – Centre de Bourg-en-Bresse

GRUGNETTI, L. JAQUET, F. MEDICI, D. RINALDI M.-G. (Eds). (2007) *I problemi come supporto per l'apprendimento: il ruolo del rmt / Les problèmes au service de l'apprentissage: le rôle du RMT*. Actes des rencontres du RMT Vol. 6. Parma 2006. Dip. di Matematica dell'Universita' di Parma, sezione di Parma dell'ARMT, ARMT.

Il est possible de consulter et télécharger les problèmes du RMT et leurs analyses, proposés lors des épreuves I, II et finales des sessions 10 à 15 (2001 à 2007) sur le site de l'ARMT :

http://www.math-armt.org/