Brevet de technicien supérieur
Design d'espace Design de produits session 2008

Exercice 1 **8 points**

On considère le triangle ABC tel que AC = 24 cm, BC = 28 cm et AB = 40 cm.

1. Faire un dessin à l'échelle $\dfrac{1}{4}$.
2. Calculer la mesure en degrés de l'angle $\widehat{\text{ACB}}$ du triangle ABC.
Arrondir à 10^{-1}.
3. On admet pour la suite que l'angle $\widehat{\text{ACB}}$ a une mesure de 100,3 °.
Calculer l'aire S du triangle ABC. Arrondir à 10^{-1}.
4. Pour la suite, on admet que $S = 330,6$ cm^2.
Calculer l'aire S' du triangle dessiné à la première question.
5. On appelle H le pied de la hauteur issue du point C. Placer H sur le dessin.
Donner l'expression de l'aire du triangle ABC en fonction de CH. En déduire CH.
6. Calculer la mesure en degrés de l'angle $\widehat{\text{BAC}}$. Arrondir à 10^{-1}.
7. En utilisant un résultat admis au **3.** et le résultat obtenu au **6.**, calculer une valeur approchée de la mesure de l'angle $\widehat{\text{CBA}}$.
8. On appelle J le point situé sur la droite (CH) à l'extérieur du triangle ABC et tel que IH = 8 cm (sur le dessin, compte tenu de l'échelle, IH = 2 cm).
Placer le point J et dessiner le triangle A$'$B$'$C$'$, image du triangle ABC par la rotation de centre J et d'angle −90 °.

Exercice 2 **12 points**

L'objectif de cet exercice est de tracer deux courbes de Bézier qui permettent de définir, avec l'axe des abscisses, une forme utilisée pour un logo.

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm, on considère les points :

$$\text{P}_0(2\,;\,0)\ ;\ \text{P}_1(1\,;\,3)\ ;\ \text{P}_2(-2\,;\,0).$$

La courbe de Bézier $\mathscr{C}_1$ définie par ces points de contrôle est l'ensemble des points $M_1(t)$ tels que pour tout t de l'intervalle $[0\,;\,1]$:

$$\overrightarrow{\text{O}M_1(t)} = (1-t)^2\overrightarrow{\text{OP}_0} + 2t(1-t)\overrightarrow{\text{OP}_1} + t^2\overrightarrow{\text{OP}_2}.$$

1. Démontrer que les coordonnées x_1 et y_1 des points M_1 de cette courbe ont pour expression :
$$x_1 = f_1(t) = -2t^2 - 2t + 2 \quad \text{et} \quad y_1 = g_1(t) = -6t^2 + 6t.$$
2. Étudier les variations de f_1 et g_1, sur $[0\,;\,1]$ et rassembler les résultats dans un tableau unique.
3. **a.** Donner un vecteur directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_1$ en chacun des points P_0 et P_2 et tracer ces tangentes. Placer le point P_1.
b. Tracer la courbe $\mathscr{C}_1$.

4. On considère maintenant les points de contrôle :

$$\mathrm{P}_2(-2\,;\,0)\ ;\ \mathrm{P}_3(0\,;\,2)\quad \text{et } \mathrm{P}_4(l\,;\,0).$$

On admet que la courbe $\mathscr{C}_2$ définie par ces trois points est l'ensemble des points M_2 de coordonnées :

$$x_2 = f_2(t) = -t^2 + 4t - 2 \ \text{ et } \ y_2 = g_2(t) = -4t^2 + 4t$$

où t appartient à l'intervalle $[0\,;\,1]$.
Le tableau des variations conjointes de f_2 et g_2 est le suivant :

t	0		$0,5$		1
$f_2'(t)$			$+$		
$f_2(t)$	-2		$\nearrow$		1
$g_2'(t)$		$+$	0	$-$	
$g_2(t)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Montrer que les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ ont la même tangente au point P_2.

5. Dans cette question, tous les tracés sont à effectuer sur la figure du **3. b.**.

a. Placer les points P_3 et P_4 puis tracer la tangente a la courbe $\mathscr{C}_2$ au point P_4.

b. Tracer la courbe $\mathscr{C}_2$.