# ∽ Brevet de technicien supérieur ∾ session 2005 - Groupement E

**Exercice 1** **10 points**

Dans un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm, on considère la courbe $(\Omega)$ définie par le système d'équations paramétriques suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x(t) & = & 5t^2 \\ y(t) & = & -10t^2+10t+1 \end{array}\right. \quad \text{où } t \text{ est un paramètre réel appartenant à l'intervalle } [0\,;\,1].$$

1. Quelles sont les coordonnées du point A de la courbe $(\Omega)$ correspondant à $t=0$ ? Même question pour le point S de $(\Omega)$ obtenu pour $t=\dfrac{1}{2}$.
2. Montrer que le point B de coordonnées $(5\,;\,1)$ est un point de la courbe $(\Omega)$.
3. Dresser le tableau de variations de la fonction $x$ sur l'intervalle $[0\,;\,1]$.
4. On se propose d'étudier les variations de la fonction $y$ sur l'intervalle $[0\,;\,1]$.
   **a.** Calculer $y'$ où $y'$ désigne la fonction dérivée de $y$.
   **b.** Étudier le signe de $y'(t)$.
   **c.** Dresser le tableau des variations de $y$.
5. Regrouper tous les résultats obtenus en un seul tableau donnant, en fonction de $t$, les signes de $x'(t)$ et de $y'(t)$ et les variations de $x$ et de $y$.
6. Montrer que la tangente en A à la courbe $(\Omega)$ est parallèle à l'axe des ordonnées.
7. Montrer que la tangente en S à la courbe $(\Omega)$ est parallèle à l'axe des abscisses.
8. Soit le point C( 0 ; 6) Montrer que la tangente en B à la courbe $(\Omega)$ est la droite (BC).
9. Dans le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ placer les points A, B et S, tracer les tangentes à $(\Omega)$ en ces points puis tracer la courbe $(\Omega)$.
10. Tracer l'image $(\Omega')$de la courbe $(\Omega)$ par la symétrie orthogonale par rapport à la droite (BC).

**Exercice 1** **10 points**

Le plan $(\mathscr{P})$ est rapporté au repère orthonormé $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. L'unité est le centimètre. La figure de l'annexe 1 (qui n'est pas dessinée à l'échelle) a été réalisée de la manière suivante :
On a tracé le cercle $(\Gamma)$ de centre O de rayon 6 et les points A$(0\,;\,6)$ et B$(3\,;\,0)$ et on a complété avec les points :

- C qui est l'un des points d'intersection du cercle de centre B et de rayon BA avec l'axe des abscisses
- et E qui est l'un des points d'intersection du cercle $(\Gamma)$ et du cercle de centre A et de rayon AC.

1. Calculer les longueurs AB, OC et AC. On donnera les valeurs exactes puis arrondies au mm.
2. On utilisera les valeurs exactes trouvées au **1.**.
   **a.** Montrer que $\cos\left(\widehat{AOE}\right)=\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$.

**b.** Calculer l'aire du triangle AIDE, on donnera la valeur exacte puis arrondie au mm$^2$.

**3.** On admettra que l'angle $\widehat{AOE}$ mesure exactement 72 °.

Soit $r$ la rotation de centre O et d'angle 72 °dans le sens trigonométrique c'est à dire inverse de celui des aiguilles d'une montre.

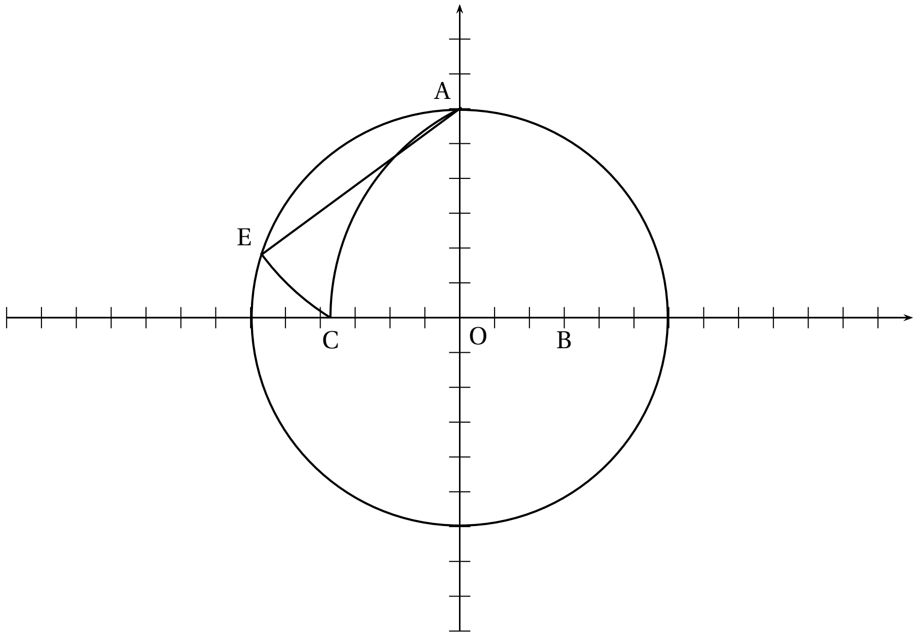
**a.** Quelle est l'image de A par $r$ ? Justifier.

**b.** Placer sur l'annexe 1, **que vous remettrez avec votre copie**, l'image F de E par $r$, puis l'image G de F par $r$ et enfin l'image H de G par $r$.

**c.** Quelle est l'image de H par $r$ ? Justifier. Quelle est la nature du polygone AEFGH ? Justifier.

**4.** Calculer l'aire du polygone AEFGH ; on donnera la valeur exacte puis arrondie au mm$^2$.

**5.** Calculer le périmètre du polygone AEFOH ; on donnera la valeur exacte puis arrondie au mm.


A
E
C
O
B