Brevet de technicien supérieur
Assistant en création industrielle - session 2002

Exercice 1 **8 points**

Un magasin spécialisé dans la vente de téléphones portables fait une promotion sur un type d'appareil A.
Dans une journée 150 personnes se présentent indépendamment. La probabilité pour qu'une personne achète l'appareil A est de 0,4. On appelle X la variable aléatoire représentant le nombre d'articles A vendus en une journée.

1. Quelle est la loi de probabilité de la variable aléatoire X ? Calculer l'espérance E(X) et l'écart-type σ(X) de la variable aléatoire X.
2. On admet que la loi de la variable aléatoire X peut être approximée par une loi normale de moyenne $m = 60$ et d'écart-type $\sigma = 6$.
   Calculer les probabilités suivantes : $P(\mathrm{X} \leqslant 72)$, $P(\mathrm{X} \geqslant 69)$ et $P(69 \leqslant \mathrm{X} \leqslant 72)$.

Exercice 2 **12 points**

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

1. Déterminer les réels a, b, c, d sachant que $f(0) = \dfrac{1}{4}$; $f(3) = \dfrac{7}{4}$;
   $f'(0) = 0$; $f'(3) = 0$ où f' désigne la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.
2. Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = -\frac{x^3}{9} + \frac{x^2}{2} + \frac{1}{4}.$$

   a. Déterminer la fonction g' dérivée de g sur $\mathbb{R}$.

   b. Étudier le signe de g' et dresser le tableau des variations de g (on y précisera, sans démonstration, les limites de $g(x)$ quand x tend vers $+\infty$ et $-\infty$)

   c. Construire la représentation graphique $\mathscr{C}$ de la fonction g lorsque x varie dans l'intervalle $[0~;~3]$. On utilisera un repère orthonormé d'unité 2 cm. On représentera également les tangentes à la courbe $\mathscr{C}$ aux points d'abscisse $x = 0$ et $x = 3$.
3. **a.** Construire la courbe $\mathscr{C}_1$ image de la courbe $\mathscr{C}$ par la symétrie orthogonale par rapport à l'axe des ordonnées.

   b. Construire les courbes $\mathscr{C}'$ et $\mathscr{C}_1'$ symétriques de $\mathscr{C}'$ et $\mathscr{C}_1$ par rapport â l'axe des abscisses.
4. **a.** Calculer $\mathrm{I} = \displaystyle\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x$.

   b. En déduire l'aire en cm^2 du domaine délimité par $\mathscr{C}$, $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}'$, $\mathscr{C}_1'$ et les droites d'équation $x = 3$ et $x = -3$.