Brevet de technicien supérieur session 2015
Groupement E Design d'espace

Les deux exercices sont indépendants

Exercice 1 **10 points**

Un designer a conçu un bac à fleurs qui ornera le centre d'une place. On en donne ci-dessous une représentation en perspective cavalière.

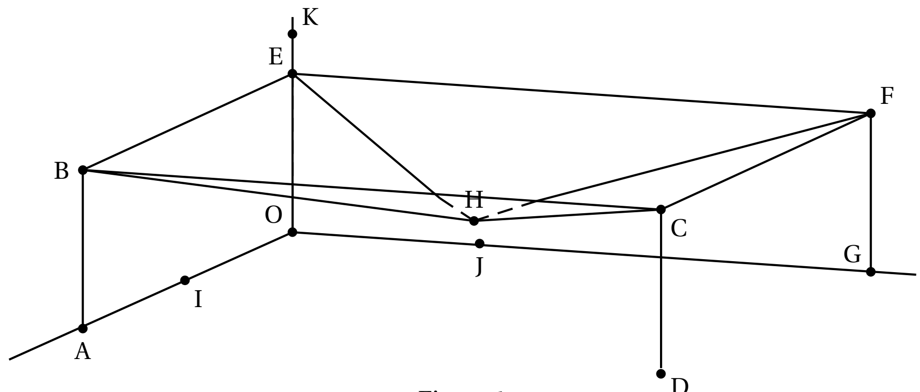


Figure 1

Le bac a la forme d'une pyramide dont la base est un rectangle EBCF et le sommet est H.
Le côté EB mesure 2 m, et le côté EF mesure 3 m.
Le bac est positionné sur des pieds de 80 cm de haut.
Le point H se situe à mi-hauteur et la hauteur issue de H passe par le centre du rectangle EBCF.

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante

A. Volume du bac à fleurs

1. Déterminer la hauteur de la pyramide, exprimée en mètres.
2. En déduire le volume de terre nécessaire pour remplir le bac, exprimé en m^3, puis en litres.

   (On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par $\frac{1}{3} \times B \times h$, où B est l'aire de la base et h la hauteur.)

B. Surface de matériau nécessaire

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O} ; \overrightarrow{\text{OI}}, \overrightarrow{\text{OJ}}, \overrightarrow{\text{OK}}\right)$ d'unité graphique 1 m, comme indiqué sur la figure 1 fournie en annexe.

1. **a.** Donner les coordonnées des points B, C, E et F lues sur la figure 1.

   b. On admet que le point H a pour coordonnées H$(1 ; 1{,}5 ; 0{,}4)$.
   Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\text{HE}}$, $\overrightarrow{\text{HB}}$ et $\overrightarrow{\text{HF}}$.

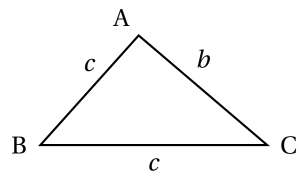
2. **a.** Montrer que les longueurs HE, HB et HF sont égales et valent chacune environ 1,85 m.

   b. Représenter sur la copie les triangles EBH et EFH à l'échelle 1/50.

3. **a.** Calculer les produits scalaires $\overrightarrow{\text{HE}} \cdot \overrightarrow{\text{HB}}$ et $\overrightarrow{\text{HE}} \cdot \overrightarrow{\text{HF}}$.

b. En déduire une valeur approchée des angles $\widehat{\text{EHB}}$ et $\widehat{\text{EHF}}$ arrondie au dixième de degré.

c. On rappelle la formule suivante :



L'aire du triangle ABC est égale à $\dfrac{1}{2}bc\sin\widehat{A}$

Déterminer l'aire de la surface de matériau nécessaire pour construire le bac (donner le résultat en m^2, arrondi au dixième).

C. Représentation en perspective centrale

L'objectif de cette partie est de représenter le bac à fleurs en perspective centrale avec comme plan frontal le plan (ABC). Pour ce faire, il s'agira de compléter la figure 2 de l'annexe, où la ligne d'horizon est déjà tracée. On note `a, b, c, d, e, f, g, h, o` les images respectives des points A, B, C, D, E, F, G, H, O dans cette représentation en perspective centrale.

1. On note `w` le point d'intersection de la droite (`eb`) avec la ligne d'horizon.
   Justifier que `w` est le point de fuite principal.
2. Compléter soigneusement la représentation en perspective centrale du bac à fleurs sur la figure 2 de l'annexe, en laissant apparents les traits de construction ..

Exercice 2 — 10 points

Le but de cet exercice est de représenter, en utilisant des courbes de Bézier, une lettre de l'alphabet grec.

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ donné en annexe 2, on considère les points A(0 ; 1) ; B(−3 ; 1,5) et C(1 ; 5).

La courbe de Bézier C_1 définie par ces trois points de contrôle est l'ensemble des points $M_1(t)$ tels que, pour tout t de l'intervalle [0 ; 1] :

$$\overrightarrow{\text{O}M_1(t)} = (1-t)^2\overrightarrow{\text{OA}} + 2t(1-t)\overrightarrow{\text{OB}} + t^2\overrightarrow{\text{OC}}.$$

1. Démontrer que les coordonnées x_1 et y_1 des points $M_1(t)$ de cette courbe ont pour expression :

$$x_1 = f_1(t) = 7t^2 - 6t \quad \text{et} \quad y_1 = g_1(t) = 3t^2 + t + 1.$$

2. Étudier les variations des fonctions f_1, et g_1 définies pour t dans l'intervalle [0 ; 1] par :

$$f_1(t) = 7t^2 - 6t \quad \text{et} \quad y_1 = g_1(t) = 3t^2 + t + 1.$$

   Rassembler les résultats dans un tableau unique.

3. **a.** Quelle(s) tangente(s) à la courbe C_1 peut-on connaître sans effectuer aucun calcul ? Justifier la réponse.

b. *Cette question est un questionnaire à choix multiples. Une seule réponse est exacte. Recopier sur la copie la réponse qui vous paraît exacte. On ne demande aucune justification.*
La réponse juste rapporte un point. Une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

La courbe C_1 admet au point S, obtenu pour $t = \frac{3}{7}$, une tangente de vecteur directeur : 7

$\overrightarrow{\imath}$	$\overrightarrow{\jmath}$ (-1,3)	$\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-1,3\\1,98\end{pmatrix}$	$\overrightarrow{\imath} + \frac{25}{7}\overrightarrow{\jmath}$

c. Tracer les tangentes précédentes, puis la courbe C_1 sur le graphique de l'annexe 2.

4. La courbe C_1 coupe l'axe des ordonnées en deux points A et A′. Calculer les coordonnées de A′.

5. On considère la courbe de Bézier C_2 définie par les points O(0 ; 0), D(1,5 ; 0,75) et A(0 ; 1).

Cette courbe est l'ensemble des points $M_2(t)$ de coordonnées x_2 et y_2 tels que, pour tout réel t de l'intervalle [0 ; 1],

$$x_2 = f_2(t) = -3t^2 + 3t \quad \text{et} \quad y_2 = g_2(t) = -0,5t^2 + 1,5t.$$

La courbe C_2 est représentée sur le graphique donné en annexe 2.

Les courbes C_1 et C_2 ont-elles la même tangente au point A ? Justifier la réponse.

6. Placer dans le repère de l'annexe 2 le point E(−1 ; 5). Tracer le segment [EC].

La figure obtenue à partir de ce segment et des deux courbes C_1 et C_2 représente la lettre grecque « zêta ».

ANNEXE 1 À RENDRE AVEC LA COPIE

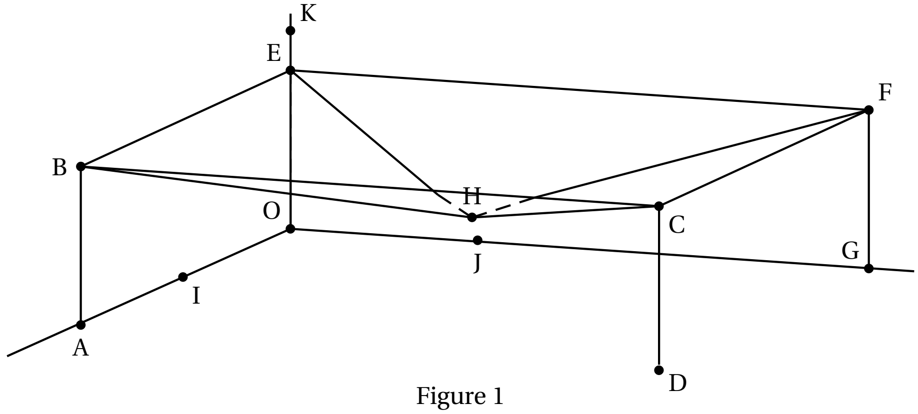


Figure 1

ANNEXE 2 À RENDRE AVEC LA COPIE