# Brevet de technicien supérieur 14 mai 2018 Groupement C1

Les deux exercices sont indépendants.

**Exercice 1** **10 points**

Depuis quelques années, la production électrique éolienne est en fort développement industriel. Cette production présente de nombreux atouts : c'est une énergie renouvelable qui contribue à une meilleure qualité de l'air, à la lutte contre l'effet de serre et à l'indépendance énergétique du pays.

**Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.**

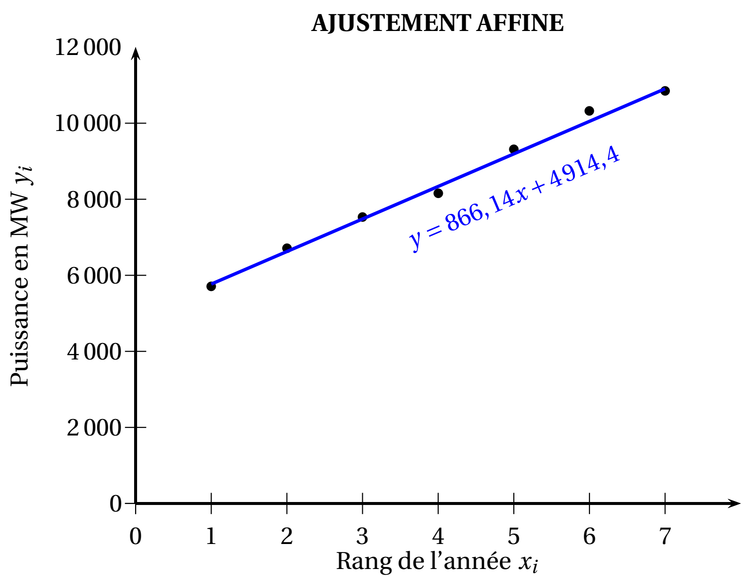
**Partie 1 : Modèle statistique**

Le Grenelle de l'environnement a fixé pour 2020 l'objectif suivant :

> L'énergie du vent devra fournir, avec 8 000 éoliennes, 10 % de notre électricité, contre un peu moins de 2 % actuellement. Ainsi l'objectif serait d'atteindre une puissance de 25 000 MW (Mégawatt) : 19 000 MW d'éolien terrestre (on-shore) et 6 000 MW d'éolien maritime (off-shore).

On veut étudier ici si la progression actuelle permettra de réaliser l'objectif des 25 000 MW pour 2020. Pour cela, on a relevé les données des puissances fournies par le parc éolien en France de 2010 à 2016 et on les a entrées dans une feuille de calcul.
On a ensuite réalisé un ajustement affine du nuage de points $M\left(x_i\ ;\ y_i\right)$.

| Année | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang année $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Puissance en MW $y_i$ | 5 762 | 6 714 | 7 536 | 8 157 | 9 313 | 10 324 | 10 847 |




En admettant que la progression se confirme, étudier si l'objectif du Grenelle de l'environnement peut être atteint.

**Partie 2 : Modélisation de la puissance d'une éolienne**

Dans cette partie on s'intéresse à un parc éolien situé en Bretagne et constitué de 6 éoliennes de même type.
Ces éoliennes possèdent trois pales et ont un diamètre de 100 m.
Les pales commencent à tourner lorsque le vent atteint une vitesse de 3 m/s.

1. Lorsqu'une éolienne atteint son plein régime, ses pales effectuent 16 tours par minute.
   Quelle est alors la vitesse en km/h à l'extrémité des pales ?
2. La puissance, exprimée en kW, d'une éolienne de ce parc, en fonction de la vitesse $v$ du vent, exprimée en m/s, est modélisée par la fonction $P$ définie sur $[3\,;\,+\infty[$ par

$$P(v) = -55 + \frac{5110}{2+750\mathrm{e}^{-0,75v}}.$$

   Un logiciel de calcul forme1 fournit les résultats suivants que l'on admet et qui pourront être exploités dans les questions suivantes.

| | |
|---|---|
| 1 | $f(x) := 1/(2+750\times\exp(-0,75\times x))$ |
| | $x \longmapsto \dfrac{1}{2+750\mathrm{e}^{-0,75x}}$ |
| 2 | Dériver $(f(x), x)$ |
| | $\dfrac{562,5\exp(-0,75\times x)}{(2+750\times\exp(-0,75\times x))^2}$ |
| 3 | Intégrer $(-55+5\,110\times f(x),\ x,\ 5,\ 12)$ |
| | 9 872,148 720 56 |

   **a.** Calculer la puissance attendue d'une de ces éoliennes lorsque le vent a une vitesse de 3 m/s.

   **b.** Étudier les variations de la fonction $P$ sur $[3\,;\,+\infty[$.

   **Remarque :**

   En réalité, une éolienne ne peut pas fonctionner au-delà d'une certaine vitesse du vent appelée la vitesse de coupure : l'éolienne est alors mise à l'arrêt pour protection et la puissance devient nulle.
   Cette limite répond à des objectifs de sécurité mais aussi de rentabilité : en tournant très vite, les pièces s'usent et se fragilisent alors que la production d'électricité ne connaît qu'un gain minime.
   Pour les éoliennes du parc breton, la vitesse de coupure du vent est de 20 m/s.

   **c.** Calculer la puissance d'une éolienne lorsque le vent atteint la vitesse de coupure.

   **d.** Déterminer en m/s, à l'unité près, la vitesse du vent à partir de laquelle la puissance d'une éolienne du parc est supérieure à 2000 kW.
3. **a.** Déterminer la puissance moyenne d'une éolienne lorsque le vent varie entre 5 m/s et 12 m/s.
   On rappelle que la valeur moyenne d'une fonction $f$ sur l'intervalle $[a\,;\,b]$ est $\frac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

   **b.** Estimer le nombre d'éoliennes de ce type nécessaire pour atteindre une production totale de 1 000 MW.

**Exercice 2** **10 points**

**Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.**
**Dans tout l'exercice on arrondira les résultats à $10^{-4}$ près.**

**Partie 1 : Loi binomiale**

Grâce à ses 70 éoliennes à trois pales du modèle Enercon E70, le parc de Fruges, dans le Pas de Calais, représente aujourd'hui le plus grand ensemble éolien terrestre de France.
Dans ce parc, les pales des éoliennes sont contrôlées périodiquement.
Le technicien de maintenance en charge des machines doit être capable d'évaluer la gravité du dommage pour faciliter l'intervention de spécialistes.
Certains constructeurs ont établi quatre classes de gravité.

| |
|---|
| • Classe 4 : dégâts légers qui ne nécessitent ni intervention des spécialistes, ni arrêt de l'éolienne. |

Dans les trois autres cas on est obligé de faire intervenir un spécialiste et d'arrêter l'éolienne.

| |
|---|
| • Classe 3 : la pale est réparée sur place. |
| • Classe 2 : la détérioration nécessite le démontage de la pale en cause. |
| • Classe 1 : le dommage est tellement grave qu'il faut changer le jeu entier des trois pales. |

Dans 98,2 % des cas, le technicien ne diagnostique aucun souci sur la pale ou bien seulement un dommage de classe 4.
Dans tous les autres cas, on dira que la pale est défaillante et demande une intervention extérieure.
On considère, pour simplifier le modèle, que les dommages sur les pales sont indépendants d'une pale à l'autre.

On désigne par $X$ la variable aléatoire qui, à chaque inspection des 70 éoliennes, associe le nombre de pales nécessitant une intervention de spécialistes.

1. Justifier que la variable aléatoire $X$ suit une loi binomiale $\mathscr{B}(210\ ;\ 0,018)$.
2. Calculer la probabilité qu'il n'y ait aucune pale nécessitant une intervention.
3. Calculer la probabilité qu'il y ait au plus 2 pales défaillantes.
4. Calculer le nombre moyen de pales d'éoliennes nécessitant une intervention.
5. On rappelle que :

| |
|---|
| Si $X$ suit une loi binomiale de paramètres $n$ et $p$ avec $n > 30$ et $np(1-p) < 10$, on peut approcher la loi binomiale par la loi de Poisson $\mathscr{P}(\lambda)$ où $\lambda = np$. |

   **a.** Montrer que, dans les conditions de l'exercice, une telle approximation est envisageable et déterminer la valeur du paramètre $\lambda$ correspondant.

   **b.** On désigne par $Z$ une variable aléatoire suivant la loi de Poisson de ce paramètre $\lambda$.
   Calculer $P(Z \leqslant 2)$. Ce résultat est-il cohérent avec ce qui précède ?

**Partie 2 : Loi normale**

Les éoliennes comportent généralement un frein mécanique qui permet d'immobiliser le rotor au cours des opérations de maintenance et d'éviter ainsi l'emballement de la machine.
L'entreprise Aquilon produit des pièces de rechange pour ce frein.
Une de ses machines fabrique en grande série l'une des pièces de ce mécanisme.
On admet que la variable aléatoire $Y$ qui, à chaque pièce de ce mécanisme, associe son diamètre exprimé en millimètres, suit la loi norma1e d'espérance $m = 22$ et d'écart type $\sigma = 0,025$.

L'entreprise accepte la pièce si son diamètre appartient à l'intervalle [21,94 ; 22,06].
Quelle est la probabilité qu'une pièce prise au hasard dans la production soit refusée ?

**Partie 3 : Test d'hypothèse**

Afin de contrôler le bon fonctionnement de cette machine de l'entreprise Aquilon, on prélève régulièrement dans la production des échantillons de 100 pièces.
Pour tester si la machine est bien réglée, l'entreprise construit un test bilatéral au seuil de 5 %.
On appelle $\overline{Y}$ la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 100 pièces, associe le diamètre moyen des pièces de cet échantillon. Le nombre de pièces est assez important pour que l'on puisse assimiler ces prélèvements à des tirages avec remise.
Lorsque la machine est bien réglée, $\overline{Y}$ suit la loi normale de paramètres $m$ et $\sigma_0 = \dfrac{\sigma}{10}$ (on rappelle que $m = 22$ et $\sigma = 0,025$).
On choisit l'hypothèse nulle $H_0$ : « $m = 22$ ».

1. Donner l'hypothèse alternative $H_1$.
2. On admet que sous l'hypothèse nulle $H_0$, la variable aléatoire $\overline{Y}$ suit la loi normale de moyenne $m$ et d'écart type $\sigma_0$. On souhaite déterminer, sous l'hypothèse nulle $H_0$, le réel positif $h$ tel que

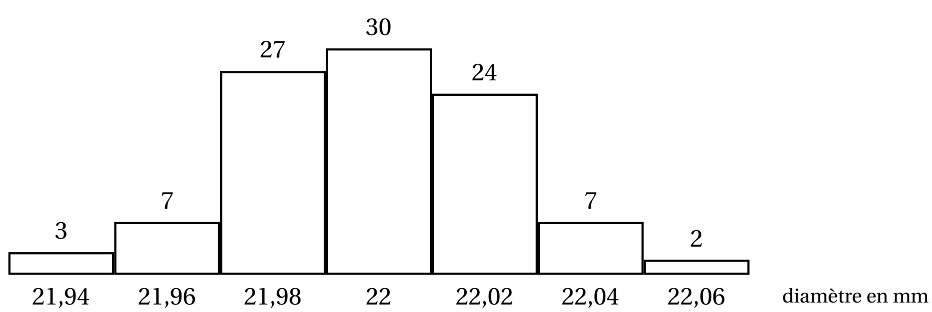
$$P(22 - h < \overline{Y} < 22 + h) = 0,95.$$

*Cette question est un questionnaire à choix multiple. Une seule réponse est correcte. Indiquer sur la copie la réponse correcte. On ne demande aucune justification. La réponse correcte rapporte un point. Une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.*

La valeur approchée de $h$ est :

| | | |
|---|---|---|
| 0,004 9 | 0,002 5 | 0,006 4 |

3. Énoncer la règle de décision du test bilatéral.
4. On prélève au hasard un échantillon de 100 pièces et on mesure leurs diamètres. Les résultats obtenus sont représentés sous forme d'un histogramme (les mesures des diamètres sont réparties en classes d'amplitude 0, 02 mm et le nombre de pièces pour chaque intervalle est écrit au-dessus des rectangles).




   **a.** En supposant que toutes les pièces d'une classe ont pour diamètre la valeur centrale de cette classe, donner la moyenne des diamètres pour cet échantillon (aucune justification n'est demandée).

   **b.** Peut-on accepter, au seuil de risque 5 %, l'hypothèse selon laquelle la machine est bien réglée ?