BTS Nouvelle Calédonie novembre 2017
Services informatiques aux organisations

Épreuve obligatoire

Exercice 1 **5 points**

Un opérateur de téléphonie mobile propose trois offres de forfait mensuel sans engagement à ses clients. Chaque offre met à disposition du client une durée de communication mensuelle ainsi qu'un accès à l'Internet 4G avec un volume prédéfini de données.
Le descriptif de chacune de ces offres est détaillé dans le tableau suivant :

	Offre n° 1	Offre n° 2	Offre n° 3
Montant mensuel du forfait (en euro)	6	10	18
Durée de communication (en heure)	2	2	6
Données internet (en Go)	0,2	2	20

1. On considère les matrices $M = \begin{pmatrix} 6 & 10 & 18\\ 2 & 2 & 6\\ 0,2 & 2 & 20\end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 350\\ 120\\ 70\end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 350 & 120 & 70\end{pmatrix}$.

a. Lequel de ces deux produits de matrices est-il défini : $M \times A$ ou $M \times B$? Justifier.

b. Effectuer ce produit de matrices à la calculatrice et interpréter le résultat obtenu.

2. On donne P la matrice inverse de M dont les coefficients sont arrondis à la quatrième décimale :

$$P = \begin{pmatrix} -0,1804 & 1,0567 & -0,1546\\ 0,25 & -0,75 & 0\\ -0,0232 & 0,0644 & 0,0515\end{pmatrix}.$$

Pour un mois donné, l'opérateur a obtenu un chiffre d'affaires de 26 540 € pour l'ensemble de ces trois offres. On sait que cela correspond à la mise à disposition de 7 780 h de communications et à un volume de données internet de 14 440 Go.

On définit les matrices $C = \begin{pmatrix} 26540\\ 7780\\ 14440\end{pmatrix}$ et $X = \begin{pmatrix} x\\ y\\ z\end{pmatrix}$ où x désigne le nombre de clients ayant choisi l'offre n° 1, y le nombre de clients pour l'offre n° 2 et z le nombre de clients pour l'offre n° 3.

a. Écrire une égalité matricielle représentant la situation en utilisant les matrices M, C et X.

b. Montrer l'égalité matricielle $X = P \times C$.

c. En déduire le nombre de clients ayant choisi chacune des trois offres.
Les valeurs seront arrondies à la dizaine.

Exercice 2 **9 points**

En France, chaque entreprise est identifiée par un numéro unique appelé **SIREN** (Système d'**I**dentification du **R**épertoire des **EN**treprises) composé de 9 chiffres. Chaque établissement d'une même entreprise se voit attribuer un numéro de SIRET à 14 chiffres composé de trois parties :

$$\underbrace{\text{SIREN}}_{\text{9 chiffres}}\quad \underbrace{\text{NIC}}_{\text{4 chiffres}}\quad \underbrace{\text{Clé}}_{\text{1 chiffre}}$$

- la première partie est le numéro SIREN de l'entreprise;
- la deuxième partie, appelée NIC (Numéro Interne de Classement), est un numéro d'ordre séquentiel à quatre chiffres attribué à l'établissement;
- la troisième partie est une clé de contrôle qui permet de vérifier la validité de l'ensemble du numéro SIRET.

Exemple 1 : 478 333 495 25518 est le numéro de SIRET du 2551$^{\text{e}}$ établissement de l'entreprise de numéro de SIREN 478 333 495. La clé de contrôle est le dernier chiffre : 8.

On définit :

- E : l'ensemble de toutes les entreprises;
- S : l'ensemble de tous les numéros de SIREN attribués;
- T : l'ensemble de tous les numéros de SIRET attribués.

1. Indiquer si chacune des propositions suivantes est vraie ou fausse :

a. Q : « Deux établissements différents d'une même entreprise ont les 9 premiers chiffres de leur numéro de SIRET identiques. »

b. R : « Deux établissements différents d'une même entreprise ont le même numéro NIC. »

2. a. Peut-on définir une application de l'ensemble S de tous les numéros de SIREN attribués vers l'ensemble T de tous les numéros de SIRET attribués? Justifier.

b. L'application qui, à chaque entreprise de l'ensemble E, associe un numéro de SIREN de l'ensemble S, est-elle injective, surjective, bijective? Justifier chaque réponse.

c. Quel nombre maximum d'entreprises différentes la numérotation SIREN permet-elle d'identifier?

3. Le calcul de la clé de contrôle (14$^{\text{e}}$ chiffre du code SIRET) se fait selon l'algorithme ci-dessous.

1$^{\text{re}}$ étape : on calcule la somme pondérée des 13 chiffres constituant le numéro de SIRET sans la clé.

- On détermine le rang de chacun des 13 chiffres (le premier. en partant de la gauche, étant de rang 0).
- On associe à chaque chiffre une pondération de 2 pour les chiffres de rang pair et 1 pour les chiffres de rang impair.
- On calcule le produit de chaque chiffre par sa pondération. Si le résultat obtenu est supérieur ou égal à 10, on enlève 9.
- On effectue la somme de tous les chiffres ainsi obtenus.

Exemple 2 : on considère le numéro de SIRET (sans clé) suivant : 732 829 320 0007.

Rang	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chiffres	7	3	2	8	2	9	3	2	0	0	0	0	7
Pondération	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Chiffres × Pondération	14	3	4	8	4	9	6	2	0	0	0	0	14
On enlève 9 si le produit précédent est supérieur ou égal à 10	5	3	4	8	4	9	6	2	0	0	0	0	5

- La somme pondérée est $5+3+4+8+4+9+6+2+0+0+0+0+5 = 46$.

2$^{\text{e}}$ étape : on détermine la clé de contrôle.

- Si la somme pondérée est un multiple de 10, la clé est 0. Sinon, la clé est égale à $10 - a$ où a est le reste de la division de la somme pondérée par 10.

a. Déterminer la clé du numéro de SIRET de l'exemple 2.

b. Vérifier si le numéro de SIRET 321 654 980 12312 est valide, c'est-à-dire si la clé de contrôle est correcte.

4. Soit $A = \{478\,333\,496 ; 732\,829\,320\}$ et $B = \{0001 ; 0002 ; 0003\}$.

a. Indiquer le cardinal de A, de B et du produit cartésien $A \times B$.

b. Déterminer deux éléments de $A \times B$.

c. Interpréter le contenu de l'ensemble $A \times B$ dans le contexte de l'exercice.

Exercice 3 **6 points**

Sous l'effet des phénomènes climatiques, de la houle et des marées, l'érosion provoque le recul des falaises. Actuellement, la vitesse de recul est élevée et selon les secteurs géographiques, elle peut varier de $0,08$ à $0,28$ mètre par an. Ce phénomène provoque l'affaiblissement de la base des falaises et entraîne des éboulements. Les constructions en bordure de falaises sont alors menacées et leurs habitants doivent être relogés.

Une maison est construite à 15 mètres du bord de la falaise. On considère que le danger est trop important pour que les occupants puissent l'habiter lorsqu'elle se trouvera à moins de 10 m du bord.

1. On suppose que dans ce secteur géographique, l'érosion se fait à raison de $0,21$ m par an.
On note u_n la distance en mètre entre le bord de la falaise et la maison après n années d'érosion.
On a donc $u_0 = 15$.

a. Déterminer la nature de la suite (u_n) puis exprimer u_n en fonction de n.

b. Déterminer dans combien d'années les occupants devront quitter cette maison en raison du danger.

2. Les scientifiques considèrent à présent un autre modèle mathématique dans lequel la distance restante entre la maison et le bord de la falaise diminue de 2,5 % chaque année.
On note alors v_n la distance en mètres restante après n années d'érosion, avec $v_0 = 15$.

a. Déterminer la nature de la suite (v_n) puis exprimer v_n en fonction de n.

b. Déterminer avec ce modèle mathématique, dans combien d'années les occupants devront quitter cette maison.

3. Lorsque la distance restante avec le modèle (u_n) est de $11,85$ m, déterminer par un calcul la distance restante obtenue avec le modèle (v_n).
Le résultat sera arrondi au cm.