∽ Brevet de technicien supérieur Métropole ∾
14 mai 2018 - Comptabilité et gestion [1]

Exercice 1 **4 points**

Étude d'une suite

Pour un particulier et sous certaines conditions, le prix d'un kilowatt-heure (kWh) était de 0,140 € TTC au 1er janvier 2015. On prévoit une augmentation du prix du kWh de 6 % par an jusqu'en 2050.
On note U_n le prix en euros du kWh à l'année $(2015+n)$. On a donc $U_0 = 0{,}140$.

1. Calculer U_1 et U_2. Arrondir les résultats au millième d'euro.
2. Quelle est la nature de la suite (U_n) ? Préciser sa raison.
3. On utilise la feuille de calcul ci-dessous pour observer l'évolution du prix du kWh.

	A	B	C
1	Année	n	U_n
2	2015	0	0,140
3	2016	1	
4	2017	2	
5	2018	3	
6	2019	4	
7	2020	5	

Donner une formule qui, saisie dans la cellule C3 puis recopiée vers le bas jusqu'en C7 permet de calculer les valeurs de la suite (U_n).

4. Exprimer U_n en fonction de n.
5. Calculer le prix du kWh que l'on prévoit au 1er janvier 2024. Arrondir le résultat au millième d'euro.
6. À partir de quelle année prévoit-on que le prix du kWh aura au moins doublé par rapport à celui de l'année 2015 ?

Exercice 2 **8 points**

Un formulaire est disponible en fin d'exercice

Partie A - Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[15\,;\,50]$ par

$$f(t) = \left(20t^2 - 60t - 1\,080\right)\mathrm{e}^{-0,1t}.$$

1. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[15\,;\,50]$ et on note f' sa fonction dérivée.
Calculer $f'(t)$ puis montrer que, pour tout t de l'intervalle $[15\,;\,50]$, on a

$$f'(t) = (48-2t)(t+1)\mathrm{e}^{-0,1t}.$$

1. Candidats libres

2. Étudier le signe de $f'(t)$ sur $[15\,;\,50]$.
3. Établir le tableau de variation de f sur l'intervalle $[15\,;\,50]$.
   Préciser le maximum, arrondi à l'unité, de f sur cet intervalle.

Partie B - Application de la partie A

Une société extrait du pétrole d'un gisement. Elle estime que la production annuelle de pétrole extraite (mesurée en centaines de milliers de barils par an) à partir de 2015, pourra être modélisée par la fonction f, étudiée à la partie A, en fonction du temps t (en années) écoulé depuis l'année 2000. Par exemple, $f(15)$ représente la production annuelle du gisement pour l'année 2015.

Dans cette partie, on utilisera les résultats de la partie A.

1. Déterminer en quelle année la production annuelle de pétrole sera maximale.
   De combien sera cette production maximale ?
2. On donne l'algorithme suivant :

Initialisation :	n prend la valeur 15 *total* prend la valeur 0

Traitement :	Tant que $n \leqslant m$ faire :
	   total prend la valeur $total + f(n)$
	   n prend la valeur $n+1$
	Fin Tant Que

Sortie :	Afficher *total*

   a. Si la variable m contient la valeur 18 avant l'exécution de cet algorithme, quelle valeur numérique contient la variable *total* à la fin de son exécution ?

   b. Que permet de calculer cet algorithme pour une valeur donnée de la variable m ? Dans le contexte de l'énoncé, que représente le résultat obtenu ?

Formulaire

Si u et v sont deux fonctions dérivables sur un intervalle, alors la fonction uv est dérivable sur cet intervalle, et on a

$$(uv)' = u'v + uv'.$$

Si u est une fonction dérivable sur un intervalle, alors la fonction e^u est dérivable sur cet intervalle, et on a

$$\left(\mathrm{e}^u\right)' = u'\mathrm{e}^u.$$

Exercice 3 **8 points**

Les parties A *et* B *sont indépendantes*

Partie A - Probabilités conditionnelles

Un fabricant de téléphones portables se fournit en microprocesseurs auprès de deux entreprises A et B.
L'entreprise A fournit 55 % des microprocesseurs, le reste étant fourni par l'entreprise B.
Il s'avère que 1 % des microprocesseurs provenant de l'entreprise A et 1,5 % des microprocesseurs provenant de l'entreprise B sont défectueux.

On prélève au hasard un microprocesseur dans le stock du fabricant. Tous les microprocesseurs ont la même probabilité d'être prélevés.

On considère les évènements suivants :
A : « Le microprocesseur provient de l'entreprise A »
D : « Le microprocesseur est défectueux »

1. **a.** Déduire des informations figurant dans l'énoncé les probabilités $P(A)$, $P_A(D)$.
   b. Représenter la situation par un arbre de probabilités pondéré.
2. Calculer les probabilités $P(A \cap D)$ et $P\left(\overline{A} \cap D\right)$.
3. Justifier que la probabilité de prélever un microprocesseur défectueux est 0,012 25.
4. Calculer la probabilité que le microprocesseur provienne de l'entreprise B sachant qu'il est défectueux. Arrondir le résultat à 10^{-3}.

Partie B - Loi normale

On note Y la variable aléatoire qui, à toute journée prise au hasard, associe la demande en téléphones portables faite au fabricant par ses clients, pour cette journée.
On suppose que la variable aléatoire Y suit une loi normale de moyenne 8 000 et d'écart type 100.

1. Calculer $P(Y \leqslant 8150)$. Arrondir à 10^{-2}.
   Interpréter le résultat par une phrase.
2. Calculer la probabilité que la demande en téléphones portables, faite cette journée à ce fabricant, soit comprise entre 7 950 et 8 050 téléphones. Arrondir à 10^{-2}.
3. La valeur approchée à 10^{-2} donnée par la calculatrice pour
   $P(7800 \leqslant Y \leqslant 8200)$ est 0,95.
   Comment aurait-on pu prévoir ce résultat sans calculatrice ?