

∞ **Brevet de technicien supérieur Métropole** ∞  
**14 mai 2024 - Comptabilité et gestion**<sup>1</sup>

A. P. M. E. P.

**Exercice 1**

**10 points**

Une usine spécialisée dans la fabrication d'une pièce mécanique pour automobile utilise, dans sa chaîne de production, trois machines qu'on notera  $M_1, M_2$ , et  $M_3$ .

**Partie A**

Une étude statistique a montré que .

- la machine  $M_1$  produit 41 % des pièces dont 2,5 % sont défectueuses,
- la machine  $M_2$  produit 30 % des pièces dont 1,9 % sont défectueuses,
- la machine  $M_3$  produit le reste des pièces dont 1,5 % sont défectueuses

On choisit au hasard une pièce dans cette chaîne de production et on suppose que toutes les pièces ont la même probabilité d'être choisies.

On note les évènements :

- $M_1$  : « La pièce choisie est produite par la machine  $M_1$  ».
- $M_2$  : « La pièce choisie est produite par la machine  $M_2$  ».
- $M_3$  : « La pièce choisie est produite par la machine  $M_3$  ».
- $D$  : « La pièce choisie est défectueuse ».

.On notera  $\bar{D}$  l'évènement contraire de l'évènement  $D$ .

1. Déterminer  $P_{M_1}(D)$ .
2. Compléter l'arbre de probabilités fourni en **annexe, à rendre avec la copie**.
3.
  - a. Définir par une phrase l'évènement  $M_1 \cap D$ .
  - b. Calculer la valeur exacte de sa probabilité.
4.
  - a. Justifier, en détaillant les calculs, que  $P(D) = 0,0203$ .
  - b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
5. La pièce choisie au hasard est défectueuse, déterminer la probabilité qu'elle soit produite par la machine  $M_3$ .  
Arrondir le résultat à 0,001 près.

**Partie B**

On suppose dans cette partie que  $P(D) = 0,02$ .

On prélève au hasard 600 pièces. On suppose que le stock est assez important pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise. On note  $X$  la variable aléatoire qui, à chaque prélèvement associe le nombre de pièces défectueuses.

Les résultats seront arrondis à 0,001 près.

---

1. Candidats libres ou établissement privé hors contrat

1. Justifier que la variable aléatoire  $X$  suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2.
  - a. Calculer  $P(X = 12)$ .
  - b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice
3. Calculer la probabilité de l'évènement « cinq pièces ou moins sont défectueuses ».
4.
  - a. Calculer  $P(X \geq 6)$ .
  - b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

### Partie C

Dans cette partie, on s'intéresse au diamètre des pièces qui sont de format cylindrique.

On prélève au hasard une pièce dans le stock.

On suppose que la variable aléatoire  $Y$  qui associe à chaque pièce son diamètre (en centimètre), suit la loi normale de paramètres  $\mu = 5$  et  $\sigma = 0,04$ .

Les résultats seront arrondis à 0,01 près.

1.
  - a. Déterminer  $P(4,92 \leq Y \leq 5,08)$ .
  - b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2. Calculer la probabilité que le diamètre de cette pièce soit au minimum de 4,96 centimètres.

### Exercice 2 :

**10 points**

*Les différentes parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante*

### Partie A

Le tableau suivant donne le bénéfice (en milliers d'euros) réalisé par une entreprise spécialisée dans la vente à distance.

Année	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Rang de l'année : $x_i$	1	2	3	4	5	6
Bénéfice en milliers d'euros : $y_i$	9,9	11,3	12,5	13,4	14,4	15,4

*La calculatrice est nécessaire pour la plupart des calculs demandés.*

1. Déterminer un ajustement affine de  $y$  en fonction de  $x$  selon la méthode des moindres carrés.  
Les coefficients de l'équation de la droite seront arrondis à 0,01 près.
2. Dans cette question, on décide d'ajuster le nuage de points  $(x_i ; y_i)$  par la droite d'équation :  $y = 1,1x + 9$ .  
Selon ce modèle :
  - a. Déterminer une estimation, en milliers d'euros, du bénéfice en 2025.
  - b. Déterminer l'année à partir de laquelle le bénéfice dépassera 22 000 euros pour la première fois. Justifier la réponse.

**Partie B**

Le tableau suivant est un extrait d'une feuille de calcul qui donne l'évolution annuelle d'une année par rapport à la précédente) du nombre de produits vendus entre 2017 et 2022.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Année	2017	2018	2019	2020	2021	2022
2	Nombre de produits vendus	620	700	810	928	1 092	1 289
3	Évolution annuelle en %		12,9 %	15,7 %	14,6 %		18 %

1. La plage des cellules C3 à G3 est au format pourcentage, arrondie à 0,1 % près.
  - a. Donner une formule qui, saisie dans la cellule C3, permet d'obtenir par recopie vers la droite les taux annuels successifs de la ligne 3.
  - b. Calculer la valeur de la cellule F3, arrondie à 0,1 % près.
2.
  - a. Calculer le taux d'évolution global entre 2017 et 2022, arrondi à 1 %.
  - b. Calculer le taux d'évolution annuel moyen entre 2017 et 2022, arrondi à 0,1 %

**Partie C**

On suppose dans cette partie, qu'à partir de l'année 2022, le nombre de produits vendus augmente chaque année de 16 %.

On décide de modéliser ce nombre par une suite  $(u_n)$  où  $u_n$  désigne le nombre de produits vendus l'année  $(2022 + n)$ .

Ainsi  $u_0 = 1\,289$ .

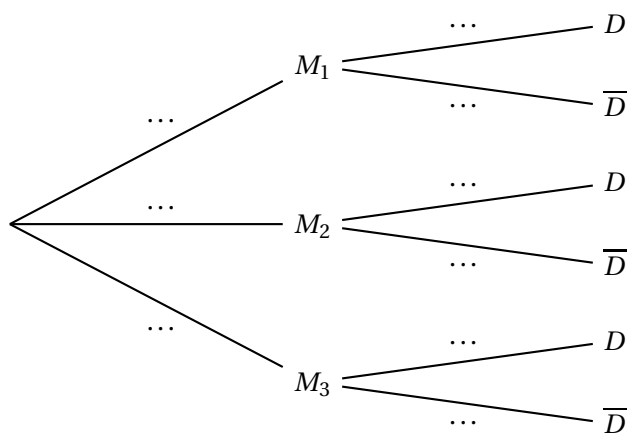
1. Calculer la valeur arrondie à l'unité de  $u_1$ , et  $u_2$ .
2. Montrer que la suite  $(u_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison.
3. Donner le terme général  $u_n$  en fonction de  $n$ .

L'entreprise prévoit d'investir dans une nouvelle plateforme numérique de vente à distance dès que le nombre de produits vendus dépassera 3 000.

4.
  - a. Compléter les différentes lignes non renseignées dans l'algorithme en **annexe** pour qu'après exécution, la variable  $N$  contienne l'année à partir de laquelle, le nombre de produits vendus dépassera pour la première fois 3 000 produits selon ce modèle,
  - b. Déterminer l'année à partir de laquelle, selon ce modèle, le nombre de produits vendus dépassera pour la première fois 3 000.

**Annexe à remettre avec la copie**

**Exercice 1 : Partie A**



**Exercice 2 : Partie C**

```

N ← 0
U ← .....
Tant que .....
    N ← ...
    U ← ... * U
Fin Tant que
N ← 2022 + N
    
```