

Brevet de technicien supérieur 14 mai 2018

Conception de produits industriels

A. P. M. E. P.

Exercice 1

10 points

Un formulaire est fourni en fin d'exercice

Une entreprise construit des baby-foot. Elle sous traite la fabrication des joueurs en matière plastique ABS (Acrylonitrile Butadiène Styrène).

La procédure de fabrication est la suivante :

- on injecte dans un moule prévu à cet effet sous pression des granulés d'ABS à une température de 230 °C durant 3 secondes;
- le moule est maintenu à une température ambiante de 20 °C par un système de refroidissement liquide;
- dès lors, la matière plastique ABS se refroidit progressivement et lorsque sa température a atteint 120 °C, elle est suffisamment solide et le joueur est alors démoulé. Puis, on lance immédiatement la fabrication d'un nouveau joueur.

On cherche à estimer la durée de fabrication d'un joueur et pour cela on détermine d'abord la durée du refroidissement avant démoulage.

On note $t = 0$ l'instant où la matière plastique ABS est coulée dans le moule. Elle est alors à une température de 230 °C.

Lors de la fabrication du joueur, on note $f(t)$ la température en degrés Celsius de cette matière plastique à l'instant t , exprimé en secondes.

D'après la loi de refroidissement de Newton, la fonction f' définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ est solution de l'équation différentielle

$$(E) : y'(t) + 0,25y(t) = 5$$

où l'inconnue y est une fonction de la variable t définie et dérivable sur $[0; +\infty[$.

Partie A - Résolution d'une équation différentielle

1. Résoudre l'équation différentielle $(E_0) : y'(t) + 0,25y(t) = 0$.
2. Déterminer une fonction constante solution de l'équation différentielle $(E) : y'(t) + 0,25y(t) = 5$.
3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E) définies sur l'intervalle $[0; +\infty[$.
4. On rappelle que $C(0) = 230$. En déduire l'expression de $C(t)$ pour $t \in [0; +\infty[$.

Partie B - Étude d'une fonction

Dans cette partie, on admet que

$$C(t) = 210e^{-0,25t} + 20 \text{ pour } t \in [0; +\infty[.$$

1. a. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
b. Pourrait-on prévoir de trouver cette valeur dans le contexte proposé?
2. a. Déterminer l'expression de $f'(t)$ où f' est la dérivée de la fonction f sur $[0; +\infty[$.

- b. En déduire le tableau de variation de la fonction f sur $[0; +\infty[$.
3. On cherche à estimer la cadence de fabrication des joueurs par l'entreprise.
- a. Déterminer la valeur t_1 mesurée en secondes et arrondie à l'unité, du temps de refroidissement avant que le démoulage du joueur soit possible.
- b. En déduire le nombre maximum de joueurs produits en 1 heure dans ce moule.

FORMULAIRE

Équation différentielle d'ordre 1

Les solutions de l'équation différentielle homogène (E_0) : $ay'(t) + by(t) = 0$ sont les fonctions y définies sur un intervalle I par :

$$y(t) = ke^{-\frac{b}{a}t}, \text{ avec } k \text{ constante réelle.}$$

Formule de dérivation

Soit u une fonction définie et dérivable sur un intervalle I . La fonction e^u est dérivable sur I et on a :

$$(e^u)' = u'e^u$$

EXERCICE 2

10 points

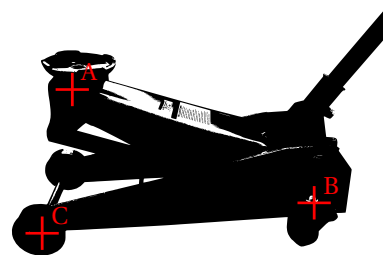
Une société conçoit et fabrique des crics hydrauliques.

Partie A - Angle et produit scalaire

A, B, C sont les trois points repérés du cric sur le schéma. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on définit les points A, B et C par leurs coordonnées :

$$A(84; 233), B(274; 123) \text{ et } C(0; 55).$$

- Déterminer les coordonnées des vecteurs \vec{BA} et \vec{BC} .
- Calculer le produit scalaire $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$.
- Calculer les normes des vecteurs \vec{BA} et \vec{BC} .
- Pour assurer un bon fonctionnement du cric, l'angle \widehat{ABC} ne doit pas dépasser 45° . Cette contrainte est-elle respectée?



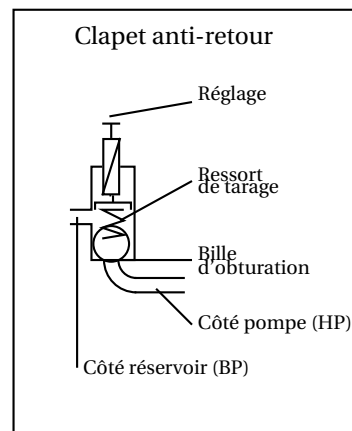
Partie B - Probabilités

Le circuit hydraulique du cric nécessite un clapet anti retour (schéma ci-contre) pour éviter le reflux d'huile lors de la levée d'une charge. Le clapet anti-retour est composé entre autre d'une bille fournie par un sous-traitant. Afin d'assurer l'étanchéité du clapet, la bille doit avoir un diamètre de $6 \pm 0,05$ mm. Elle est, dans ce cas, dite conforme.

On prélève au hasard une bille dans un stock important livré par le sous-traitant.

On note E l'évènement : « la bille est non conforme ».

On suppose que le sous-traitant fournit au moins 95 % de billes conformes. On se place dans le pire des cas, autrement dit, que le sous-traitant a fourni 95 % de billes conformes; ainsi $P(E) = 0,05$.



Les billes sont conditionnées par lots de 200. On prélève au hasard un lot. On suppose que le stock est suffisamment important pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise. On note X la variable aléatoire qui, à chaque lot de 200 billes ainsi prélevé, associe le nombre de billes non conformes de ce lot.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. a. Calculer $P(X = 0)$ en donnant une valeur approchée à 10^{-6} près.
Interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.
- b. Calculer, à l'aide de la calculatrice, la probabilité qu'un lot de 200 billes ainsi prélevé contienne au plus 10 billes non conformes. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près.

Partie C - Algorithmique

La société possède une machine qui utilise un algorithme de contrôle afin de vérifier les dimensions des billes livrées.

Cet algorithme de contrôle utilise les variables suivantes :

- NbBilleOk : nombre de billes conformes, c'est-à-dire de diamètre $6 \pm 0,05$ mm ;
- Dimension : dimension de la bille contrôlée en millimètres
- i : numéro de la bille ;

Une partie de l'algorithme est écrite ci-dessous :

Ligne 1	Affecter à la variable NbBilleOk la valeur 0
Ligne 2	Pour i allant de 0 à 199
Ligne 3	Si Dimension $\geq \dots$ et Dimension $\leq \dots$ alors
Ligne 4	Affecter à la variable NbBilleOk la valeur NbBilleOk+ 1
Ligne 5	Fin du Si
Ligne 6	Fin du Pour

1. Recopier et compléter la ligne 3 de l'algorithme sur la copie afin que l'algorithme comptabilise le nombre de billes conformes par lot.
2. Par lecture de l'algorithme indiquer le nombre de billes testées.
3. Si la variable NbBilleOk contient le nombre 189 après l'exécution de l'algorithme, quel est le pourcentage de billes répondant aux critères de conformité ?