Brevet de technicien supérieur session 2003
Nouvelle–Calédonie
Comptabilité et gestion des organisations

Exercice 1 **12 points**

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes

Une usine fabrique deux types de pièces, notées a et b, pour du matériel électrique. Les pièces sont réalisées dans deux matériaux différents, métal et céramique.
Dans ce qui suit, sauf indication contraire, tous les résultats approchés sont à arrondir à 10^{-2}.

Partie A – Organisation de données et calculs de probabilité

On admet que dans un stock de 10 000 pièces :

- 40 % des pièces fabriquées sont en céramique ;
- 30 % des pièces fabriquées sont de type a ;
- dans les pièces de type b, il y autant de pièces métalliques que de pièces en céramique.

1. Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau ci-dessous à l'aide des informations précédentes :

	Nombre de pièces de type a	Nombre de pièces de type b	Total
Nombre de pièces métalliques			
Nombre de pièces en céramique			
Total			10 000

2. On prélève une pièce au hasard dans le stock de 10 000 pièces.
Toutes les pièces ont la même probabilité d'être choisies. On désigne par :

A l'évènement « la pièce est du type a » ;

B l'évènement « la pièce est en métal » ;

M l'évènement « la pièce est en métal » ;

M l'évènement « la pièce est en céramique ».

a. Calculer $p(A \cap C)$.

b. Calculer la probabilité que la pièce soit de type a ou en céramique.

c. On note $p_A(C) = p(C/A)$ la probabilité de l'évènement C sachant que l'évènement A est réalisé.
Calculer $p_A(C)$.

d. Calculer la probabilité qu'une, pièce soit en métal sachant qu'elle est de type b.

Partie B – Loi binomiale

On prélève au hasard 10 pièces dans la production d'une journée. Cette production est assez importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 10 pièces.
On note X la variable aléatoire qui, à tout prélèvement de 10 pièces, associe le nombre de pièces en céramique de ce prélèvement. On suppose que la probabilité de l'évènement « la pièce est en céramique » est 0,4.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
2. Calculer la probabilité d'obtenir exactement deux pièces en céramique.
3. Calculer la probabilité d'obtenir au plus deux pièces en céramique.

Partie C – Loi normale

Dans cette partie, on s'intéresse à la masse des pièces fabriquées. On note Y la variable aléatoire qui, à toute pièce prélevée au hasard dans un stock important de ces pièces associe sa masse, en grammes. On admet que la variable aléatoire Y suit la loi binomiale de moyenne 342 et d'écart-type 20.

1. Calculer $p(Y \leqslant 368)$.
2. Calculer la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard dans ce stock ait une masse supérieure ou égale à 330 grammes.
3. Calculer M tel que $p(Y \leqslant M) = 0,85$. Arrondir à l'unité.

Exercice 2 **8 points**

Partie A–Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur $[0 ; 1]$ par :

$$f(x) = \frac{1}{1-\ln 2}\,[x - \ln(x+1)]$$

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 10 cm.

1. **a.** Démontrer que pour tout x de l'intervalle $[0 ; 1]$, $f'(x) = \dfrac{1}{1-\ln 2}\dfrac{x}{x+1}$.
   b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0 ; 1]$.
   c. Établir le tableau de variations de f.
2. Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau de valeurs suivant dans lequel les valeurs approchées sont à arrondir à 10^{-2}.

x	0	0,1	0,2	0,5	0,8	0,9	1
$f(x)$		0,02			0,70		

3. Soit g la fonction définie sur $[0 ; 1]$ par $g(x) = x - f(x)$.
   On admet que g est croissante sur l'intervalle $\left[0 ; \dfrac{1}{\ln 2} - 1\right]$ et que g est décroissante sur l'intervalle $\left[\dfrac{1}{\ln 2} - 1 ; 1\right]$.
   a. Construire le tableau de variations de g.
   b. En déduire le signe de $g(x)$ sur $[0 ; 1]$.
4. Tracer la droite Δ d'équation $y = x$ et la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.
   (On rappelle que l'unité graphique est 10 cm.)

Partie B–Application économique

On appelle masse salariale la somme des salaires versés chaque mois par une entreprise. La répartition de la masse salariale entre les employés peut être décrite par une fonction f, telle que $f(x)$ représente le pourcentage de salaires perçus par le pourcentage x de salariés les moins bien rémunérés. Par exemple $f(0,8) = 0,70$ signifie que 70 % de la masse salariale totale est constituée de la somme des salaires perçus par les 80 % des employés les moins bien rémunérés.
Une telle fonction doit vérifier les conditions suivantes :

- $x \in [0~;~1]$, $\quad f(0) = 0$, $\quad f(1) = 1$;
- f est croissante sur $[0~;~1]$;
- pour tout x de $[0~;~1]$, $f(x) \leqslant x$.

1. Vérifier que la fonction f définie dans la partie A peut décrire la répartition de la masse salariale d'une entreprise.

2. En utilisant la fonction f de la partie A, donner :

a. le pourcentage de la masse salariale perçue par les 10 % des employés les moins bien rémunérés.

b. le pourcentage de la masse salariale perçue par les 10 % des employés les mieux rémunérés.