Brevet de technicien supérieur session 2017

Comptabilité et gestion des organisations
Nouvelle–Calédonie

Durée : 2 heures

Exercice 1 — 9 points

Les deux parties peuvent être traitées de façon indépendante.

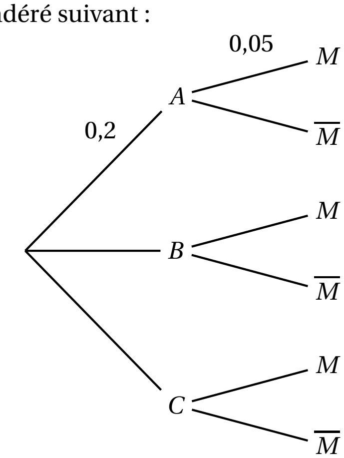
PARTIE A : Probabilités conditionnelles

Un poissonnier se fournit en crabes auprès de trois grossistes que l'on notera A, B et C.
20 % des crabes proviennent du grossiste A, 35 % proviennent du grossiste B et le reste provient du grossiste C.
Le poissonnier décide de vendre uniquement les crabes d'excellente qualité.
Parmi les crabes provenant du grossiste A, 5 % ne peuvent être vendus; parmi ceux provenant du grossiste B, 10 % ne peuvent être vendus; parmi ceux provenant du grossiste C, 20 % ne peuvent être vendus.

Un crabe est choisi au hasard dans le stock du poissonnier.
On considère les évènements :

- A : « Le crabe provient du grossiste A »;
- B : « Le crabe provient du grossiste B »;
- C : « Le crabe provient du grossiste C »;
- M : « Le crabe ne peut être vendu ».

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



2. **a.** Calculer la probabilité que le crabe provienne du grossiste A et ne puisse être vendu.

   b. Montrer que $P(M) = 0,135$.

PARTIE B : Loi binomiale et approximation par une loi normale

Dans cette partie, les probabilités seront arrondies à 10^{-4}

À l'occasion des fêtes de fin d'année, un client restaurateur passe une commande de 150 crabes auprès du poissonnier.
Pour honorer cette commande, le poissonnier prélève au hasard 150 crabes dans son stock de façon indépendante. On suppose que le stock, à ce moment de l'année, est suffisamment important pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 150 crabes.

On rappelle que 20 % des crabes vendus par le poissonnier proviennent du grossiste A.
On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de crabes provenant du grossiste A présents dans la commande livrée au restaurateur.

1. **a.** Justifier que la variable X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

   b. Calculer la probabilité que la commande livrée au restaurateur contienne exactement 25 crabes provenant du grossiste A.

2. On approche la loi binomiale suivie par X par une loi normale d'espérance μ et d'écart-type σ.

   a. Justifier que $\mu = 30$ et que $\sigma \approx 4,9$.

   b. Soit Y une variable aléatoire continue qui suit la loi normale de paramètres $\mu = 3$ et $\sigma = 4,9$.
   Calculer la probabilité que, dans la commande livrée au restaurateur, il y ait plus de 40 crabes provenant du grossiste A, c'est-à-dire $P(Y > 40,5)$.

Exercice 2 — 11 points

Un formulaire est donné enfin d'exercice

Le tableau ci-dessous est un extrait d'une feuille de calcul d'un tableur. Il donne, entre 2006 et 2013, le montant des dépenses, en milliards d'euros, en France pour les soins médicaux de longue durée dans les établissements hospitaliers spécialisés.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
2	Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8
3	Montant des dépenses en milliards d'euros $\left(y_i\right)$	12,938	13,852	15,154	16,561	17,205	17,843	18,491	19,186
4	Évolution du montant des dépenses par rapport à l'année précédente		7,1 %						

(*Source : projet de loi de finance de la Sécurité Sociale*)

PARTIE A : Taux d'évolution

1. **a.** Justifier que le taux d'évolution arrondi à 0,1 % du montant des dépenses, en milliards d'euros, en France pour les soins médicaux de longue durée dans les établissements hospitaliers spécialisés entre les années 2006 et 2007 est 7,1 %.

   b. La ligne 4 est au format pourcentage. Quelle formule saisie en cellule C4 permet d'obtenir, par recopie vers la droite, le contenu des cellules de la plage C4 : 14 ?

2. Déterminer le taux d'évolution global des dépenses en France pour les soins médicaux de longue durée dans les établissements hospitaliers spécialisés entre 2006 et 2013. On donnera le résultat sous forme de pourcentage arrondi au dixième.

3. Démontrer alors que le taux annuel moyen d'augmentation des dépenses en France pour les soins médicaux de longue durée dans les établissements hospitaliers spécialisés entre 2006 et 2013, arrondi au dixième, est égal à 5,8 %.

4. Dans cette question, on modélise l'évolution des dépenses en France pour les soins médicaux de longue durée dans les établissements hospitaliers spécialisés de la manière suivante : on part d'un montant de 12,938 milliards d'euros en 2006 et on applique une augmentation annuelle de 5,8 % à partir de cette date.

On définit ainsi une suite (u_n) où u_n représente la valeur estimée, selon ce modèle, en milliards d'euros, du montant des dépenses en France pour les soins médicaux de longue durée dans les établissements hospitaliers spécialisés pour l'année $(2005+n)$.
On a donc $u_1 = 12,938$.

a. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Donner la raison de cette suite.

b. Déterminer, pour tout n entier naturel, l'expression de u_n en fonction de n.

c. Selon ce modèle, quel serait le montant des dépenses pour les soins médicaux de longue durée en France en 2017 ? On arrondira le résultat au milliard d'euros.

d. Selon ce modèle, en quelle année pour la première fois, le montant annuel des dépenses en France pour les soins médicaux de longue durée dans les établissements hospitaliers spécialisés dépassera-t-il 25 milliards d'euros ?

e. Calculer la somme $S = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_{15}$. On arrondira au milliard d'euros.
Interpréter par une phrase ce résultat.

PARTIE B : Courbe de tendance

Sur le document réponse à rendre avec la copie, on a représenté le nuage de points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$, où x_i est le rang de l'année à partir de 2005, et y_i le montant des dépenses en milliards d'euros de l'année de rang x_i.
À l'aide d'un tableur, on a obtenu une courbe de tendance ajustant ce nuage de point. Cette courbe de tendance est associée à la fonction f définie sur l'intervalle $[1\,;\,17]$ par

$$f(x) = 12,55\mathrm{e}^{0,2\ln x}.$$

On modélise alors par la fonction f, le montant des dépenses en France pour les soins médicaux de longue durée dans les établissements hospitaliers spécialisés.

1. a. La fonction f étant dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,17]$, on note f' sa dérivée.
Justifier que $f'(x) = \dfrac{2,51}{x}\mathrm{e}^{0,2\ln x}$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1\,;\,17]$.

2. Établir le tableau de variations de f sur l'intervalle $[1\,;\,17]$.

3. Après avoir complété le tableau de valeurs fourni sur le document réponse à rendre avec la copie, tracer une allure de la courbe représentative de f dans le repère donné sur ce même document.

4. Selon ce modèle, déterminer à partir de quelle année le montant des dépenses en France pour les soins médicaux de longue durée dans les établissements hospitaliers spécialisés dépassera 21 milliards d'euros.

FORMULAIRE

Formule de dérivation
Soit u une fonction définie et dérivable sur un intervalle I.
La fonction e^u est dérivable sur I et on a :

$$(\mathrm{e}^u)' = u'\mathrm{e}^u$$

Somme des termes d'une suite géométrique
Si (u_n) est une suite géométrique de raison q (avec $q \neq 1$), alors

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_n = u_1 \times \frac{1-q^n}{1-q}$$

DOCUMENT RÉPONSE

GRAPHIQUE (EXERCICE 2 - Partie B)

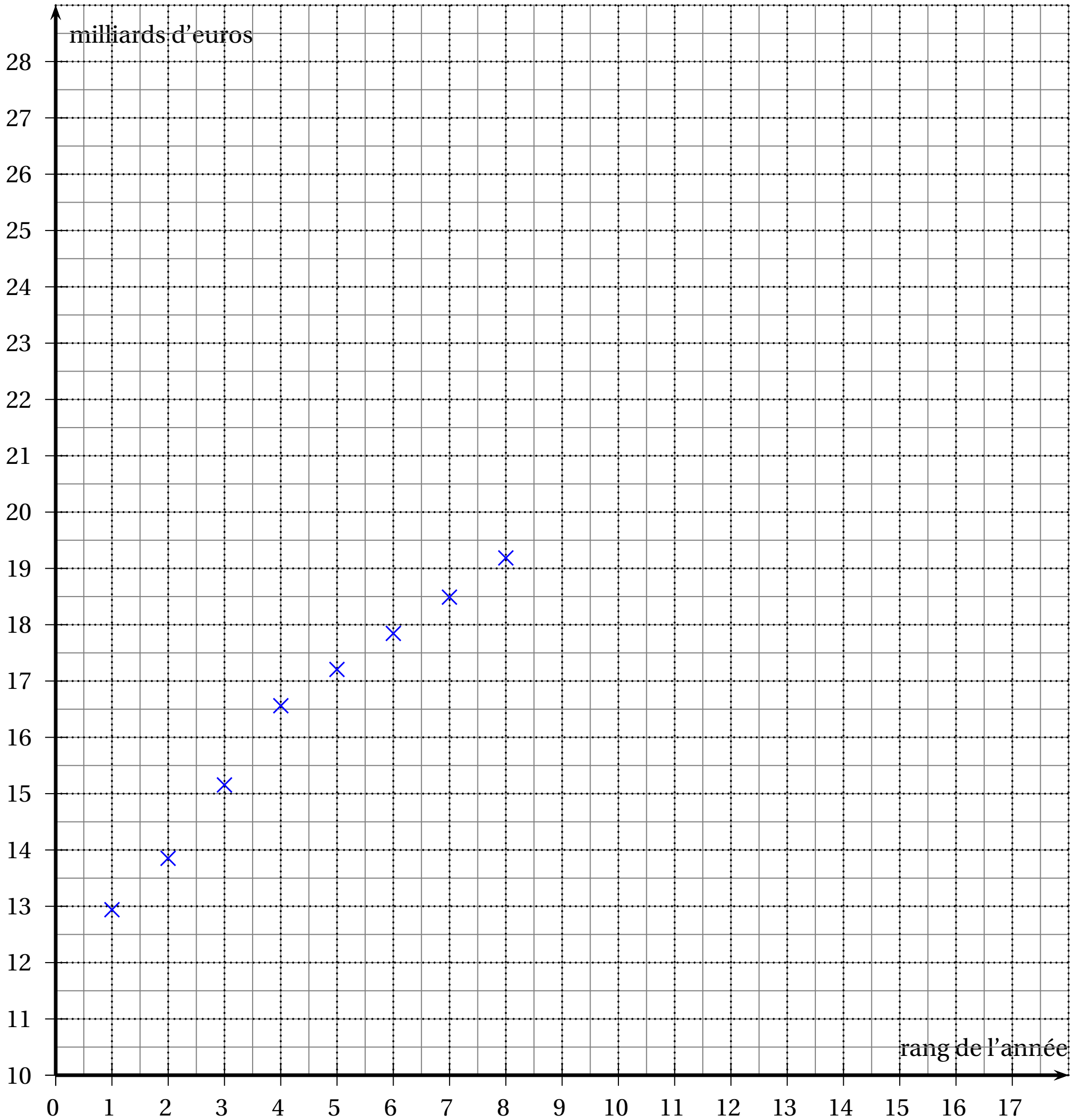


TABLEAU : Tableau de valeurs de la fonction f (EXERCICE 2 - Partie B)

x	1	4	8	12	17
$f(x)$					