Brevet de technicien supérieur Nouvelle-Calédonie session décembre 2002 - Informatique de gestion

Épreuve facultative

Exercice 1 **10 points**

Soit f la fonction définie sur $]-1\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = (3+x)\ln(1+x).$$

On désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans un repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ orthonormé.

1. **a.** Montrer que le développement limité d'ordre 2, au voisinage de zéro, de la fonction f est :

$$f(x) = 3x - \frac{1}{2}x^2 + x^2\epsilon(x) \text{ avec } \lim_{x\to 0}\epsilon(x) = 0.$$

   b. Déduire de la question précédente une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse zéro et la position relative de $(\mathcal{C})$ et (T) au voisinage de ce point.

2. **a.** À l'aide d'une intégration par parties calculer la valeur exacte de l'intégrale :

$$\text{I} = \int_1^2 (2+t)\ln t\,\text{d}t.$$

   b. En déduire, en utilisant le changement de variable défini par $t = 1 + x$, la valeur exacte de l'intégrale :

$$\text{J} = \int_0^1 f(x)\,\text{d}x.$$

Exercice 2 **10 points**

On considère l'équation différentielle :

$$(E) \quad 10^4 y' + 3y = 0$$

où y est une fonction de la variable t, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. **a.** Résoudre l'équation différentielle (E).

   b. Déterminer la solution particulière f de (E) telle que $f(0) = 1$.

2. On désigne par T la variable aléatoire qui mesure, en heures, la durée de fonctionnement sans panne d'un appareil ménager.
On admet que pour tout réel t positif ou nul, la probabilité pour que T soit supérieur à t est donnée par $f(t)$, c'est-à-dire que : $P(T \geqslant t) = \text{e}^{-0,003t}$.

   a. Donner la moyenne des temps de bon fonctionnement (M T B F).
(on donnera le résultat sous sa forme arrondie à l'unité près)

   b. Calculer à 10^{-3} près la probabilité pour que l'appareil ménager tombe en panne avant 200 heures d'utilisation.

   c. Calculer l'instant t où la fiabilité est égale à $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire l'instant t où on a $P(T \geqslant t) = 0,5$.
On donnera le résultat sous sa forme arrondie à l'heure près.
Comment peut-on interpréter ce résultat ?