Brevet de technicien supérieur Métropole session mai 2010 - Informatique de gestion

Épreuve facultative

Exercice 1 **12 points**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-0,5\ ;\ 0,5]$ par

$$f(x) = (x-2)\mathrm{e}^{-x}.$$

On note $\mathscr{C}$ sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

1. Calculer, à l'aide d'une intégration par parties, l'intégrale : $\mathrm{I} = \displaystyle\int_{-0,5}^{0,5}(x-2)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$.
   On donnera la valeur exacte de I *puis sa valeur arrondie au millième.*
2. Donner le développement limité d'ordre 2 de e^{-x} au voisinage de 0.
3. Démontrer que le développement d'ordre 2 de f au voisinage de zéro est :

$$-2+3x-2x^2+x^2\varepsilon(x) \quad \text{avec} \quad \lim \varepsilon(x) = 0.$$

4. Calculer $\mathrm{J} = \displaystyle\int_{-0,5}^{0,5}\left(-2+3x-2x^2\right)\mathrm{d}x$ et vérifier que $|\mathrm{I}-\mathrm{J}| \leqslant 10^{-2}$.
   On donnera la valeur exacte de J *puis sa valeur arrondie au millième.*
5. Déduire de 3., une équation de la tangente $\mathscr{T}$ à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 0.
6. Étudier la position de la tangente $\mathscr{T}$ par rapport à la courbe $\mathscr{C}$ au voisinage du point A.

Exercice 2 **8 points**

Les probabilités demandées seront arrondies au millième

On considère des circuits intégrés issus d'une certaine production.
On choisit au hasard un des circuits. On admet que la variable aléatoire T qui à tout circuit intégré associe sa durée de vie exprimée en heures, suit une loi exponentielle de paramètre λ.

1. Sachant que la MTBF des circuits est de 100 000 heures, calculer λ.
2. Calculer la probabilité pour qu'un circuit n'ait pas de défaillance au cours des 90 000 premières heures.
3. Déterminer à l'heure près, le temps de bon fonctionnement avec une fiabilité de 0,8.
4. Calculer la probabilité qu'un circuit soit encore en fonctionnement au bout de 110 000 heures, sachant qu'il était en fonctionnement au bout de 90 000 heures.