

**œ Brevet de technicien supérieur œ**  
**Informatique de gestion session 2006**

A. P. M. E. P.

**Épreuve facultative**

**Exercice 1**

**8 points**

La durée de vie exprimée en heures d'un agenda électronique est une variable aléatoire  $T$  qui suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ .

1. On appelle  $R$  la fonction de fiabilité.
  - a. Donner l'écriture de  $R(t)$  en fonction de  $t$  et de  $\lambda$ .
  - b. Sachant que  $R(1000) = 0,85$ , déterminer  $\lambda$  à  $10^{-6}$  près par excès.
2. Dans cette question, on prend  $\lambda = 0,00016$ .
  - a. Donner le temps moyen de bon fonctionnement d'un agenda.
  - b. Calculer  $P(T > 2000)$  à  $10^{-3}$  près.
  - c. Résoudre  $P(T < t) = 0,5$ . Arrondir à l'heure la plus proche.

**Exercice 2**

**12 points**

**Partie A**

1. Résoudre l'équation différentielle (E) :  $y' + y = 0$ , où  $y$  représente une fonction de la variable réelle  $x$ .
2. Soit (E') l'équation différentielle :  $y' + y = (3x + 2)e^{\frac{1}{2}x}$ .
  - a. Chercher une solution particulière  $g$  de (E') sous la forme :  $g(x) = (ax + b)e^{\frac{1}{2}x}$ .
  - b. En déduire toutes les solutions de (E').
  - c. Parmi celles-ci, déterminer la fonction  $h$  vérifiant  $h(0) = 1$ .

**Partie B**

On donne la fonction  $k$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $k(x) = e^{-x} + 2xe^{\frac{1}{2}x}$ .

On désigne par  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1. Écrire les développements limités à l'ordre 2 au voisinage de 0 des fonctions

$$x \mapsto e^{-x} \text{ et } x \mapsto e^{\frac{1}{2}x}.$$

2. En déduire un développement limité d'ordre 2 au voisinage de 0 de la fonction  $k$ .
3. À l'aide du résultat précédent, donner une équation de la tangente  $T$  à la courbe  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse 0. Déterminer les positions relatives de  $\mathcal{C}$  et de  $T$ .