BTS Informatique de gestion
Métropole juin 2005

Durée : 1 heure | coefficient : 1

ÉPREUVE FACULTATIVE

EXERCICE 1 **12 points**

On considère l'équation différentielle (E) définie par :

$$y' - 2y = \mathrm{e}^{2x} - 1$$

où y désigne une fonction numérique dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. Vérifier que la fonction φ définie sur $\mathbb{R}$ par $\varphi(x) = x\mathrm{e}^{2x} + \dfrac{1}{2}$ est une solution particulière de (E).
2. Déterminer la solution générale de l'équation (E_0) définie par : $y' - 2y = 0$.
3. En déduire la solution générale de (E).
4. Vérifier que la solution particulière de (E) qui s'annule en 0 est la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par
$$f(x) = -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + x\mathrm{e}^{2x} + \frac{1}{2}.$$
5. À l'aide d'une intégration par parties, calculer $\displaystyle\int_0^1 x\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$ et en déduire la valeur exacte de $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

EXERCICE 2 **8 points**

Les valeurs des probabilités seront arrondies au millième.

On considère la production de lampes pour vidéoprojecteurs.
On admet que la variable aléatoire T qui, à toute lampe choisie au hasard dans la production, associe sa durée de vie suit une loi exponentielle de paramètre λ.

1. Le constructeur annonce que la durée de vie moyenne de ce type de lampe est de 2 000 heures.
   En déduire la valeur de λ.
2. Quelle est ta probabilité pour que la durée de vie d'une telle lampe soit supérieure à 4 000 heures ?
3. Déterminer le réel t tel que $P(T \leqslant t) = 0,7$.
4. Sachant qu'une lampe a fonctionné plus de 2 000 heures, quelle est la probabilité pour qu'elle tombe en panne avant 4 000 heures ?