Brevet de technicien supérieur
Nouvelle–Calédonie
session novembre 2011 - Informatique de gestion

ÉPREUVE OBLIGATOIRE

Durée : 3 heures | Coefficient : 2

Exercice 1 | **10 points**

Les parties A et B de cet exercice peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

Partie A

On considère le graphe orienté **G** de sommets A, B, C, D, E, F pris dans cet ordre, dont la matrice d'adjacence est :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Calculer les matrices M^2 et M^3.

   On admettra que, pour tout entier n supérieur ou égal à 4, M^n est la matrice nulle.
2. Déduire de ce qui précède qu'il existe exactement 5 chemins reliant le sommet A au sommet F.
3. Écrire le tableau des prédécesseurs pour les sommets du graphe G et déterminer le niveau de chacun de ces sommets.

   Dessiner le graphe **G** en ordonnant les sommets par niveaux.
4. Les sommets du graphe **G** correspondent à des villes. Le tableau ci-dessous donne les temps, en minutes, nécessaires pour aller d'une ville à l'autre en suivant une arête du graphe **G**. Par exemple, il faut 75 minutes pour aller de la ville A à la ville B.

	B	C	D	E	F
A	75		45	30	
B					20
C					25
D	20				50
E	40	35			

   Déterminer le trajet de durée minimale, utilisant des routes autorisées par le graphe **G**, et permettant d'aller de la ville A à la ville F. On précisera la durée totale de ce trajet.

Partie B

Un commercial effectue régulièrement un trajet allant de la ville A à la ville F. Pour rompre la monotonie, il utilise aléatoirement des parcours différents. On admet qu'il utilise le trajet passant par la ville C dans 8 % des cas et le trajet de plus courte durée dans 40 % des cas. En 2011, ce commercial devra effectuer 50 fois le trajet.

Dans cette partie les valeurs des probabilités seront arrondies au centième.

1. On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de fois, où en 2011, ce commercial utilisera le trajet passant par la ville C.

a. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.

b. Calculer $p(X = 5)$.

2. On admet que la loi de la variable aléatoire X peut être approchée par celle d'une variable aléatoire Y qui suit une loi de Poisson.

a. Quel est le paramètre de cette loi de Poisson ?

b. Calculer $p(Y \leqslant 4)$.

3. On note Z la variable aléatoire qui compte le nombre de fois, où en 2011, ce commercial utilisera le trajet de plus coute durée. On décide d'approcher la loi de Z par celle d'une variable Z, qui suit une loi normale.

a. Justifier que les paramètres de cette loi normale sont $m = 20$ et $\sigma = 2\sqrt{3}$.

b. Calculer $p(16,5 \leqslant Z \leqslant 23,5)$. En tenant compte de la correction de continuité, interpréter ce résultat relativement au nombre de trajets du commercial.

Exercice 2 **7 points**

Partie A

Le tableau ci-dessous donne l'évolution, tous les deux ans, du nombre de tués en France suite à un accident de la route, de 1994 à 2006.

n désigne l'indice de l'année à partir de 1994.
u_n désigne le nombre de tués en France suite à un accident de la route pour l'année $(1994 + n)$.

1.

année	1994	1996	1998	2000	2002	2004	2006
$x = n$	0	2	4	6	8	10	12
$y = u_n$	10 709	8 638	8 253	7 742	6 126	5 593	4 709

D'après sources du ministère de l'intérieur, 2008.

1. À l'aide de la calculatrice, déterminer une valeur arrondie au millième du coefficient de corrélation linéaire r_1, entre x et Y.

2. Étude d'un premier modèle

a. Déterminer par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression de y par rapport à x, sous la forme $y = mx + p$. On donnera un arrondi au millième de m et p.

b. Déduire de la question précédente une estimation, par ce modèle, du nombre de tués en 2011.

3. Étude d'un second modèle
On pose $Y = \ln y$.

a. Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les données au millième.

année	1994	1996	1998	2000	2002	2004	2006
$x = n$	0	2	4	6	8	10	12
$Y = \ln y$	9,279	...	...	...	...	...	8,457

b. À l'aide de la calculatrice, déterminer une valeur arrondie au millième du coefficient de corrélation r_2, entre x et Y.

c. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite de régression de Y par rapport à x.

d. En déduire, en utilisant cet ajustement, une expression de y en fonction de x sous la forme $y = a\mathrm{e}^{bx}$. On arrondira a à l'unité et b au millième.

Partie B

On décide de modéliser l'évolution du nombre de tués sur les routes en France, par la fonction numérique f définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = 10\,551 \times \mathrm{e}^{-0{,}065x}.$$

1. Étudier les variations de la fonction f et calculer $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
2. Que peut-on en déduire quant au nombre de tués sur les routes ?
3. Calculer $f(22)$ et interpréter ce résultat.
4. En quelle année peut-on espérer arriver à moins de 1 000 tués par an sur les routes ?

Exercice 3 **3, points**

Un formateur d'un centre agréé par la Préfecture de Police doit organiser un stage de sensibilisation à la sécurité routière s'adressant à des personnes désireuses de récupérer 4 points sur leur permis de conduire. Pour définir un contenu, il doit tenir compte du profil des stagiaires. Il envisage les critères suivants :

- Les conducteurs expérimentés ayant été verbalisés pour des dépassements de vitesse inférieurs ou égaux à 20 km/h.
  ou
- Les conducteurs expérimentés ayant été verbalisés pour des dépassements de vitesse supérieurs strictement à 20 km/h avec un taux d'alcoolémie inférieur ou égal à 0,5 g/L.
  ou
- Les jeunes conducteurs ayant été verbalisés pour des dépassements de vitesse inférieurs ou égaux à 20 km/h avec un taux d'alcoolémie supérieur strictement à 0,5 g/L.
  ou
- Les jeunes conducteurs ayant été verbalisés pour des dépassements de vitesse inférieurs ou égaux à 20 km/h avec un taux d'alcoolémie inférieur ou égal à 0,5 g/L.
  ou
- Les conducteurs expérimentés ayant été verbalisés pour des dépassements de vitesse supérieurs strictement à 20 km/h quel que soit leur taux d'alcoolémie.

On modélise cette situation par une fonction booléenne f de trois variables a, b et c.

- La variable a désigne les jeunes conducteurs et $\overline{a}$ les conducteurs expérimentés ;
- la variable b désigne les dépassements de vitesse inférieurs ou égaux à 20 km/h et $\overline{b}$ les dépassements de vitesse supérieurs strictement à 20 km/h ;
- la variable c désigne un taux d'alcoolémie inférieur ou égal à 0,5 g/L et $\overline{c}$ un taux d'alcoolémie supérieur strictement à 0,5 g/L.

1. On admet que la fonction f s'exprime par :

$$f(a,\, b,\, c) = \overline{a}b + abc + \overline{ab}c + ab\overline{c} + \overline{ab}.$$

   Expliquer ce que représente le terme $\overline{ab}c$ dans cette expression.

2. Construire le tableau de Karnaugh de la fonction f, puis à l'aide du tableau simplifier f en justifiant la démarche.
3. Traduire l'expression simplifiée de f par une phrase simple.