Brevet de technicien supérieur Métropole
Informatique de gestion session 2005
Option : administrateur de réseaux

Exercice 1 **8 points**

Les parties A, B et C sont indépendantes.
Toutes les valeurs arrondies seront données à 10^{-3} *près.*

Partie A

En France, le nombre d'abonnements à l'Internet haut débit est donné, en millions, dans le tableau suivant :

Période	1er trimestre 2003	2e trimestre 2003	3 e trimestre 2003	4e trimestre 2003	1er trimestre 2004
x = rang de la période	1	2	3	4	5
y = nombre d'abonnements en millions	2,236	2,450	2,790	3,524	4,406

(*) source ART Autorité de Régulation des Télécommunications.

1. Recopier et compléter le tableau suivant, les résultats seront arrondis au millième.

x rang de la période	1	2	3	4	5
$z = \ln y$					

2. Donner le coefficient de corrélation de z en x. Que peut-on en conclure ?
3. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement de z en x. Aucun calcul intermédiaire n'est exigé.
4. En supposant la même progression de l'Internet haut débit, estimer le nombre d'abonnements en millions au troisième trimestre 2004.
5. Exprimer y en fonction de x sous la forme $y = A\mathrm{e}^{Bx}$ où A et B sont des réels arrondis au millième.

Partie B

En janvier 2003, une enquête dans une université a montré que 7 % des étudiants disposaient personnellement de l'Internet haut débit.
On interroge 100 étudiants. On suppose que l'effectif de l'université est suffisamment important pour que les interrogations soient considérées comme indépendantes.
Soit X la variable aléatoire qui mesure le nombre d'étudiants disposant de l'Internet haut débit.

1. Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres .
2. Calculer la probabilité $P(X = 5)$.
3. On admet que X peut être approchée par une variable X_1 suivant une loi de Poisson.
   a. Quel est le paramètre de cette loi de Poisson ?

b. Déterminer les probabilités $P(X_1 = 5)$ et $P(X_1 > 7)$.

c. Déterminer la probabilité qu'il y ait au plus 5 étudiants disposant de l'Internet haut débit.

Partie C

En septembre 2004, une enquête semblable a montré que 50 % des étudiants disposaient de l'Internet haut débit.
On interroge 100 étudiants. Soit Y la variable aléatoire qui mesure le nombre d'étudiants disposant de l'Internet haut débit.

1. Expliquer pourquoi Y suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.
2. On admet que Y peut être approchée par une variable aléatoire Y_1 suivant une loi normale.

   a. Justifier que Y_1 suit la loi normale $\mathcal{N}(50\ ;\ 5)$.

   b. Déterminer la probabilité $P(45 \leqslant Y_1 \leqslant 55)$.

   c. Déterminer la probabilité qu'il y ait au moins 40 étudiants disposant de l'Internet haut débit. On calculera $P(Y_1 \geqslant 39,5)$.

Exercice 2 **3 points**

Le responsable du parc informatique d'une entreprise envisage l'acquisition de nouveaux ordinateurs. Pour s'équiper ce responsable s'adresse à une entreprise de vente de matériel informatique qui propose des configurations prédéfinies (ordinateur et périphériques).
On définit les critères suivants :

a la configuration comprend un graveur de DVD ;
b la configuration comprend une imprimante ;
c la configuration comprend un scanner.

Les contraintes d'équipement excluent les configurations avec graveur DVD mais sans scanner ainsi que les configurations sans graveur et sans imprimante.

1. Donner une expression booléenne E traduisant les conditions d'exclusion d'une configuration.
2. Dresser la table de Karnaugh de E.
3. Traduire l'expression booléenne $a\overline{b}c$ sous forme d'une phrase et préciser si la configuration considérée peut être acceptée.
4. À partir de la table de Karnaugh obtenue précédemment, donner l'expression F simplifiée traduisant l'acceptation d'une configuration.
5. La phrase « Les configurations acceptées sont celles qui comportent soit un graveur et un scanner soit pas de graveur et une imprimante » traduit-elle l'expression booléenne F ?

Exercice 3 **9 points**

Soient f et g les fonctions définies sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = 3x\mathrm{e}^{-x} \quad \text{et} \quad g(x) = (3+x)\mathrm{e}^{-x}.$$

On notera $\mathscr{C}$ et Γ leurs représentations graphiques respectives dans le plan muni d'un repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ avec les unités graphiques suivantes : 1 cm sur l'axe des abscisses et 3 cm sur l'axe des ordonnées.

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$, puis étudier les variations de f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

2. Déterminer la limite de g en $+\infty$, puis étudier les variations de g sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

3. Déterminer une équation de la tangente Δ à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $x = 0$. Tracer Δ.

4. Tracer les courbes $\mathscr{C}$ et Γ dans le repère $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

5. Soit h la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $h(x) = g(x) - f(x)$.

a. Résoudre $h(x) = 0$.

b. Étudier le signe de $h(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

c. En déduire les coordonnées exactes du point I d'intersection de $\mathscr{C}$ et Γ et les positions relatives de ces deux courbes.

6. Vérifier que la fonction H définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par : $H(x) = (2x-1)\mathrm{e}^{-x}$ est une primitive de h sur cet intervalle.

7. Calculer en cm^2, l'aire $\mathscr{A}$ de la partie du plan comprise ente les courbes $\mathscr{C}$ et Γ et les droites d'équation $x = 0$ et $x = \dfrac{3}{2}$. On donnera la valeur exacte de $\mathscr{A}$ et sa valeur arrondie au centième.