BTS Informatique de gestion
Polynésie juin 2008

Durée : 1 heure — coefficient : 1

ÉPREUVE FACULTATIVE

EXERCICE 1 — **10 points**

Les questions sont indépendantes les unes des autres.

1. Calculer, à l'aide d'une intégration par parties, la valeur exacte de :

$$I = \int_0^{0,1} (x+1)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x.$$

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+1)\mathrm{e}^{-x}$.
   Donner le développement limité à l'ordre 3 de e^{-x} au voisinage de 0. En déduire le développement limité à l'ordre 3 de $f(x)$ au voisinage de 0.

3. **a.** Calculer la valeur exacte de l'intégrale $J = \displaystyle\int_0^{0,1}\left(1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}\right)\mathrm{d}x$.

   b. A-t-on $|I - J| \leqslant 10^{-4}$?
   (Si c'est le cas, on peut considérer que J est une bonne approximation de I)

EXERCICE 2 — **10 points**

Les « Crédits réunis » réalisent une étude sur 100 comptes épargne.
Ils constatent que le montant de l'épargne sur un compte est en moyenne de $m = 2\,010$ € avec un écart-type $s \approx 480$ €, et que $f = 15\%$ de ces montants sont supérieurs à 2 500 €.

1. Soit M la moyenne nationale du montant de l'épargne déposée sur les comptes ouverts aux « Crédits réunis ».

   a. Donner une estimation ponctuelle de M.

   b. Déterminer un intervalle de confiance de M, au seuil de risque de 5 %.
   Les bornes de l'intervalle seront données à un euro près.
   On rappelle que la variable aléatoire X qui, à chaque échantillon de n comptes, associe la moyenne des montants des épargnes, suit la loi normale $\mathcal{N}\left(M\,;\,\dfrac{s}{\sqrt{n-1}}\right)$.

2. Soit p la proportion (exprimée par un réel compris entre 0 et 1) des comptes dont le montant de l'épargne dépasse 2 500 € au plan national.

   a. On note Y la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 100 comptes épargne, associe le pourcentage de ceux dont le montant de l'épargne dépasse 2 500 €. On considère que la variable Y suit approximativement une loi normale. En donner les paramètres.

   b. En prenant comme approximation ponctuelle de p la valeur $f = 0,15$, déterminer un intervalle centré en $0,15$ dans lequel p a une probabilité de $0,9$ de se trouver. (Les bornes de cet intervalle seront arrondies au centième.)