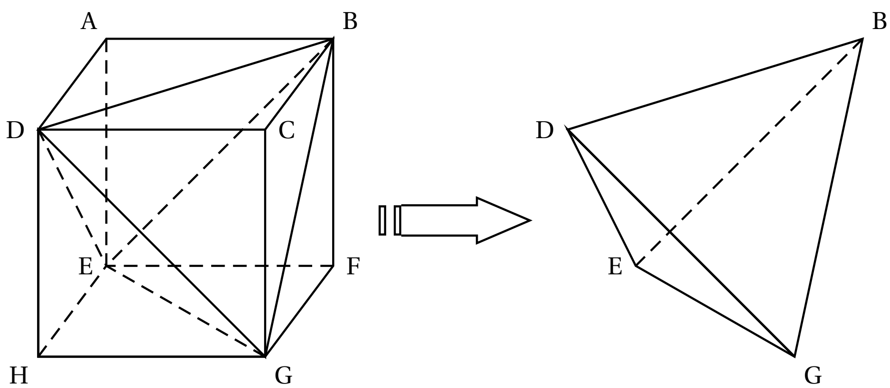
Brevet de technicien supérieur Design d'espace session 2005

Exercice 1 **7 points**

Étude d'un tétraèdre régulier obtenu à partir d'un cube

On dispose d'un cube ABCDEFGH dont une arête mesure 10 cm. On coupe le cube suivant les plans BDG, BDE, BEG et DEG. On obtient le tétraèdre DEGB.



1. Montrer que ce tétraèdre est régulier, c'est à dite montrer que les six arêtes du tétraèdre ont même longueur.
2. **a.** Calculer la valeur exacte de l'aire en cm^2 d'une face de ce tétraèdre.

   b. Soit I le centre de gravité du triangle DEG. On admet que la droite (BI) est perpendiculaire au plan du triangle DEG.

   Montrer que $\text{BI} = \dfrac{20}{\sqrt{3}}$ cm.

   c. En déduire la valeur exacte du volume V, en cm^3, du tétraèdre.

   On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par : $V = \dfrac{1}{3}B \times h$, où B est l'aire de la base et h la hauteur de la pyramide.

   d. Donner une valeur approchée arrondie à 10^{-1} de V.

Exercice 2 **13 points**

Exemple de courbe de Bézier définie par points de definition et polynômes de Bernstein.

Dans un repère orthonormal $\left(\text{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 centimètres, on donne les points suivants par leurs coordonnées :

$$\text{A}(-1~;~0),~\text{B}(0~;~1),~\text{C}(1~;~1)~\text{et}~\text{D}(1~;~0).$$

Pour tout nombre réel t de l'intervalle $[0 ; 1]$, soit M le point défini par :

$$\overrightarrow{\text{O}M} = (1-t)^3\overrightarrow{\text{OA}} + 3t(1-t)^2\overrightarrow{\text{OB}} + 3t^2(1-t)\overrightarrow{\text{OC}} + t^3\overrightarrow{\text{OD}}.$$

1. Calculer en fonction de t les coordonnées x et y du point M.

2. On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0\,;1]$ par :

$$f(t) = -t^3 + 3t - 1 \quad \text{et} \quad g(t) = -3t^2 + 3t.$$

Étudier les variations des fonctions f et g sur $[0\,;1]$ et rassembler les résultats dans un tableau unique.

3. On note Γ la courbe, dans le repère orthonormal $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$, dont un système d'équations paramétriques est : $\left\{\begin{array}{lll} x & = & f(t) \\ y & = & g(t)\end{array}\right.$ où t appartient à l'intervalle $[0\,;1]$.

a. Montrer que le vecteur $\overrightarrow{\text{AB}}$ est un vecteur directeur de la tangente à la courbe Γ au point A et que le vecteur $\overrightarrow{\text{DC}}$ est un vecteur directeur de la tangente à la courbe Γ au point D.

b. Déterminer un vecteur directeur de la tangente à la courbe Γ au point S obtenu pour $t = \dfrac{1}{2}$.

c. Placer les points A, B, C et D. Tracer avec précision les vecteurs $\overrightarrow{\text{AB}}$ et $\overrightarrow{\text{DC}}$, la tangente au point S, puis la courbe Γ.
(On rappelle que l'unité graphique est 2 cm.)

4. **a.** Tracer la courbe Γ' image de la courbe Γ par la symétrie centrale de centre $\text{A}(-1\,;\,0)$.

b. On note Γ_1 la réunion des courbes Γ et Γ'. Tracer la courbe Γ_2 image de la courbe Γ_1 par la symétrie orthogonale d'axe, l'axe des abscisses.