Brevet de technicien supérieur Comptabilité et gestion session 2002

Exercice 1

Les trois parties A, B et C peuvent être traitées de manière indépendante

Afin d'augmenter son chiffre d'affaires, un magasin d'appareils électroménagers réalise un investissement pour rénover son rayon des ventes et effectuer une campagne publicitaire.
Cet exercice propose une étude du coût, des recettes et du bénéfice de cette opération financière, pendant l'année qui suit sa réalisation.
Les données financières sont exprimées en milliers d'euros (k€) et les résultats demandés seront arrondis à 10^{-1} près.

Partie A étude du coût

1. Le coût de l'opération financière s'élève la fin du 1er mois à 50 k€ et à la fin du 2e mois à 46 k€.

   Calculer la diminution en pourcentage du coût entre le premier et le deuxième mois.
2. On note u_n le coût exprimé en kg de l'opération financière à la fin du n-ième mois ($1 \leqslant n \leqslant 12$), ainsi $u_1 = 50$ et $u_2 = 46$. On admet que (u_n) est une suite géométrique de raison $0,92$.

   Calculer u_{12}.
3. En fait le coût mensuel de l'opération financière suit une évolution légèrement différente et peut être modélisé par la fonction f définie sur $[1\,;\,12]$ par :

$$f(t) = \frac{108}{1 + \mathrm{e}^{0,15t}}.$$

   On admet que $f(t)$ représente le coût mensuel, exprimé en k€, comptabilisé à la fin du t-ième mois.

   a. Calculer $f'(t)$, pour tout t appartenant à l'intervalle $[1\,;\,12]$. En déduire le sens de variation de f sur l'intervalle $[1\,;\,12]$.

   b. En annexe, deux courbes sont tracées. L'une représente la fonction f.
   La reconnaître ; expliquer.

   c. Déterminer graphiquement, en faisant figurer les tracés utiles, durant quel mois le coût mensuel devient inférieur à 30 k€.

Partie B étude des recettes

On admet que le montant mensuel des recettes peut être modélisé par la fonction g définie sur l'intervalle $[1\,;\,12]$ par :

$$g(t) = 2(18 - t)\mathrm{e}^{0,1t}.$$

Ainsi $g(t)$ représente le montant des recettes, exprimées en k€, comptabilisées la fin du t-ième mois.

1. Montrer que $g'(t) = 0,2(8-t)\mathrm{e}^{0,1t}$, pour tout t appartenant à l'intervalle $[1\,;\,12]$.
   En déduire le tableau de variations de g.

2. On veut calculer l'intégrale $I = \displaystyle\int_1^{12} g(t)\,\mathrm{d}t$.

   a. On considère la fonction G définie par $G(t) = 20(28-t)\mathrm{e}^{0,1t}$.
   Montrer que G est une primitive de g sur l'intervalle $[1\,;\,12]$.

   b. En déduire la valeur de I.

Partie C : étude du bénéfice

1. La courbe représentant la fonction g est tracée en annexe, la reconnaître.
2. Déterminer graphiquement, à partir de quel mois l'opération financière devient bénéficiaire.

Exercice 2

Dans une station de sports d'hiver, une étude statistique est réalisée dans le but d'étudier la durée d'attente au pied des remontées mécaniques.
Dans ce problème, on s'intéresse à l'étude de la durée d'attente, exprimée en minutes, au pied d'une remonté mécanique particulière.

Partie A : étude de la durée d'attente en début de journée

On désigne par A et B les évènements suivants :

A : « la durée d'attente lors de la première montée est supérieure à 3 minutes » ;
B : « la durée d'attente lors de la deuxième montée est supérieure à 3 minutes ».

Des observations permettent d'admettre que $p(A) = 0,2$.
De plus, on constate que :

— si la durée d'attente lors de la première montée est supérieure à 3 minutes, la probabilité que la duré d'attente lors de la deuxième montée soit supérieure à 3 minutes est $0,3$;
— si la durée d'attente lors de la première montée est strictement inférieure à 3 minutes, la probabilité que la durée d'attente lors de la deuxième montée soit supérieure à 3 minutes est $0,5$.

1. a. On désigne par $\overline{A}$ l'évènement contraire de A.
   Calculer les probabilités des évènements $\overline{A}$, $A \cap B$ et $\overline{A} \cap B$.

   b. En déduire que $p(B) = 0,46$.

2. Un skieur emprunte cinq fois consécutives cette remontée dans les conditions décrites précédemment.
   On appelle X la variable aléatoire exprimant le nombre de remontées où la durée d'attente est supérieure 3 minutes. X suit-elle une loi binomiale ? Justifiez votre réponse.

Partie B étude de l'effet du renouvellement de le remontée mécanique

On renouvelle cette remontée mécanique en vue d'améliorer son débit.
On étudie les nouvelles durées d'attente aux moments de forte affluence pour cette nouvelle remontée.
À cet effet, on considère un échantillon de 100 skieurs pris au hasard et on constate que la moyenne des durées d'attente pour cet échantillon est 5,3 minutes et que l'écart type est 2,5 minutes. Le nombre de skieurs est suffisamment grand pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.
On note Z la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 100 skieurs prélevés au hasard et avec remise dans l'ensemble des skieurs, associe la moyenne des durées

d'attente pour cette nouvelle remontée. On suppose que Z suit la loi normale de moyenne inconnue m et d'écart type $\frac{\sigma}{\sqrt{100}}$.

1. À partir des informations portant sur l'échantillon, calculer, à 0,01 près, une estimation ponctuelle de σ.
2. À partir des informations portant sur l'échantillon, donner une estimation de la moyenne m des durées d'attente au pied de la nouvelle remontée mécanique par un intervalle de confiance avec le coefficient de confiance de 95 %. On prendra pour σ l'estimation obtenue à la question précédente. On donnera des valeurs arrondies à 0,1 près des bornes de l'intervalle.
3. Cette étude permet-elle d'affirmer que la durée d'attente moyenne pour l'ensemble des skieurs au pied de cette nouvelle remontée mécanique est inférieure à 6 minutes ? Justifiez voire réponse.

ANNEXE à rendre avec la copie