Brevet de technicien supérieur session 2008 Comptabilité et gestion des organisations Polynésie

Exercice 1 **12 points**

Les parties A, B et C de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

A. Utilisation d'un ajustement affine

La Fédération Française de Franchise a publié le nombre de franchisés établis en France entre 2000 et 2005. Le tableau suivant, où t_i désigne le rang de l'année, donne, en milliers, le nombre y_i de ces franchisés, au premier janvier de chaque année.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang de l'année : t_i	1	2	3	4	5	6
Nombre de franchisés : y_i	30,63	31,781	33,26	34,745	36,773	39,51

1. On effectue le changement de variable : $x_i = t_i^2$.
   Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau suivant :

$x_i = t_i^2$						
y_i	30,63	31,781	33,26	34,745	36,773	39,51

2. Déterminer, à l'aide d'une calculatrice, le coefficient de corrélation linéaire de la série statistique de variables x et y. Arrondir à 10^{-2}.
3. **a.** Déterminer, à l'aide d'une calculatrice, une équation de la droite de régression de y en x, sous la forme $y = ax + b$, où a et b sont à arrondir à 10^{-3}.
   b. En déduire une expression de y en fonction de t.
4. À l'aide de la question précédente :
   a. Donner une estimation du nombre de franchisés installés en France au premier janvier 2008 ;
   b. Estimer l'année au cours de laquelle, le nombre de franchisés installés en France dépassera, pour la première fois, les 60 000.

B. Utilisation d'une suite géométrique

On peut constater qu'entre 2004 et 2005 le nombre de franchisés considéré dans la partie A a augmenté d'environ 8 %.

Dans les questions qui suivent, on admet qu'à partir du premier janvier 2005, le nombre de franchisés augmente de 5 % par an.

1. Le premier janvier 2005, il y avait 39 510 franchisés. Calculer le nombre de franchisés au premier janvier 2006.
2. On note u_n le nombre de franchisés au premier janvier de l'année $(2005 + n)$, où n est un entier naturel. On a donc $u_0 = 39510$.
   a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
   b. Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.
3. **a.** Déterminer le plus petit entier p tel que $u_p > 60000$.
   b. L'affirmation suivante :
   « le nombre de franchisés dépassera 60 000 pour la première fois au cours de l'année 2010 » est-elle vraie ou fausse ?
   Donner la réponse sans justification.

C. Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur $[1 ; 10]$ par

$$f(x) = 8\ln(16x - 10) + 7.$$

1. On désigne par f' la fonction dérivée de f sur $[1 ; 10]$.
   - **a.** Calculer $f'(x)$ pour tout nombre réel x de $[1 ; 10]$.
   - **b.** Étudier le signe de $f'(x)$ quand x varie dans $[1 ; 10]$.
2. Établir le tableau de variations de f sur $[1 ; 10]$.
3. **a.** Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau de valeurs suivant dans lequel les valeurs approchées sont à arrondir à 10^{-1}.
   - **b.** Construire la courbe représentative $\mathscr{C}$ de f dans un repère orthogonal.
     On prendra pour unité 1 cm pour 1 sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 2 sur l'axe des ordonnées, la graduation commençant à 0 sur l'axe des abscisses et à 20 sur l'axe des ordonnées.
   - **c.** Résoudre graphiquement dans $[1 ; 10]$ l'équation $f(x) = 35$. On fera apparaître sur le graphique les constructions utiles.

D. Application des résultats de la partie C

On admet que le chiffre d'affaires, en millions d'euros, d'un ensemble d'entrepreneurs est donné, pour l'année $(2000 + n)$, par $f(n)$ où f est la fonction étudiée dans la partie C.

1. Déterminer le chiffre d'affaires en millions d'euros, arrondi à 10^{-1}, pour l'année 2008.
2. En quelle année le chiffre d'affaires a-t-il dépassé 35 millions d'euros ?

Exercice 2 **8 points**

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Dans une grande chaîne de magasins, on s'intéresse au fonctionnement d'un certain modèle de téléviseur.

A. Loi binomiale

Dans cette partie les résultats approchés sont à arrondir à 10^{-1}

On considère un stock important de téléviseurs de ce modèle.
On note E l'évènement : « un téléviseur prélevé au hasard dans le stock est défectueux. »
On suppose que $P(\text{E}) = 0,02$.
On prélève au hasard 100 téléviseurs dans le stock. Le stock est assez important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 100 téléviseurs.
On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement ainsi défini, associe le nombre de téléviseurs de ce prélèvement qui sont défectueux.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
2. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, il y ait exactement quatre téléviseurs défectueux.
3. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, il y ait au moins deux téléviseurs défectueux.

B. Loi normale

Dans cette partie, les résultats approchés sont à arrondir à10^{-2}

Soit Y la variable aléatoire qui, à chaque téléviseur de ce modèle prélevé au hasard dans le stock de la chaîne associe sa durée de fonctionnement sans panne, en années.
On admet que Y suit la loi normale de moyenne 6 et d'écart type 1.

1. Calculer $P(4 \leqslant Y \leqslant 8)$.
2. Un téléviseur est dit « amorti » si sa durée de fonctionnement sans panne est supérieure ou égale à 5 ans.
Calculer la probabilité qu'un téléviseur prélevé au hasard dans le stock soit amorti.

C. Probabilités conditionnelles

Les téléviseurs de ce modèle proviennent de deux fournisseurs notés « fournisseur 1 » et « fournisseur 2 ».
Le fournisseur 1 a fourni 60 % des téléviseurs d'un lot important et le fournisseur 2 a fourni le reste de ce lot.
Dans ce lot, 1 % des téléviseurs provenant du fournisseur 1 sont défectueux et 1,5 % des téléviseurs provenant du fournisseur 2 sont défectueux.
On prélève au hasard un téléviseur dans ce lot. On considère les évènements suivants :

A : « le téléviseur prélevé provient du fournisseur 1 » ;
B : « le téléviseur prélevé provient du fournisseur 2 » ;
D : « le téléviseur prélevé est défectueux ».

Dans cette partie, on demande les valeurs exactes des probabilités.

1. Déduire des informations figurant dans l'énoncé les probabilités $P(\text{A})$, $P(\text{B}), P_{\text{A}}(\text{D})$ et $P_{\text{B}}(\text{D})$.
(On rappelle que $P_{\text{A}}(\text{D}) = P(\text{D}/\text{A})$ est la probabilité de l'évènement D sachant que l'évènement A est réalisé.)
2. **a.** Calculer les valeurs exactes des probabilités $P(\text{D} \cap \text{A})$ et $P(\text{D} \cap \text{B})$.
   b. Déduire de ce qui précède la probabilité que le téléviseur prélevé soit défectueux.