Brevet de technicien supérieur session 2008
Comptabilité et gestion des organisations
Nouvelle–Calédonie

Exercice 1 **10 points**

A. Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur $[4 ; 20]$ par

$$f(x) = 20 - 3x + 6\mathrm{e}^{0,12x}.$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormal où l'unité est 1 cm pour 2.

1. **a.** Démontrer que, pour tout nombre réel x de $[4 ; 20]$,
 $f'(x) = 3\left(-1 + 0,24\mathrm{e}^{0,12x}\right)$.

 b. Résoudre dans $[4 ; 20]$ l'équation : $-1 + 0,24\mathrm{e}^{0,12x} = 0$. Donner la valeur exacte de la solution x_0, puis sa valeur approchée arrondie à 10^{-2}.

 c. Résoudre dans $[4 ; 20]$ l'inéquation : $-1 + 0,24\mathrm{e}^{0,12x} \geqslant 0$.

 d. Déduire du c. le signe de $f'(x)$ lorsque x varie dans $[4 ; 20]$.

2. Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau de valeurs suivant dans lequel les valeurs approchées sont à arrondir à 10^{-2}.

x	4	8	11,89	16	18	20
$f(x)$			9,32			

3. Établir le tableau de variations de f. Dans ce tableau, on fera figurer les valeurs approchées de x_0 et $f(x_0)$ obtenues dans le tableau ci-dessus.

4. Construire la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère défini au début de cette partie.

5. Résoudre graphiquement dans $[4 ; 20]$ l'équation $f(x) = 20$. On fera apparaître sur la figure les constructions utiles.

B. Calcul intégral

On note $I = \displaystyle\int_4^{20} f(x)\,\mathrm{d}x$.

1. Démontrer que $I = 50\left(\mathrm{e}^{2,4} - \mathrm{e}^{0,48}\right) - 256$.

2. **a.** En déduire la valeur moyenne V_m de la fonction f sur $[4 ; 20]$.

 b. Donner la valeur approchée arrondie à 10^{-2} de V_m.

C. Application de la partie A

Une entreprise produit, chaque jour, entre 4 et 20 tonnes de sel pour l'industrie. On admet que lorsque x tonnes de sel sont produites, avec $4 \leqslant x \leqslant 20$, le coût moyen de la production d'une tonne de sel est $f(x)$ dizaines d'euros, où f est la fonction définie au début de la partie A.

1. Déterminer la quantité de sel à produire pour que le coût moyen de production d'une tonne de sel soit minimal. Déterminer alors ce coût moyen en euros.

2. Déterminer la quantité de sel qu'il faut produire pour que le coût moyen de production d'une tonne de sel soit de 200 euros.

Exercice 2 **10 points**

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes

Dans une société, on assemble et on installe un certain type d'équipement informatique pour les sièges sociaux de grandes entreprises.

A Probabilités conditionnelles

L'un des éléments de l'équipement, noté élément a, provient de deux fournisseurs, le fournisseur 1 et le fournisseur 2.
75 % des éléments a d'un stock important proviennent du fournisseur 1, le teste, provient du fournisseur 2.
1 % des éléments a provenant du fournisseur 1 sont défectueux.
2 % des éléments a provenant du fournisseur 2 sont défectueux.
On prélève au hasard un élément a dans le stock.
Tous les éléments a ont la même probabilité d'être prélevés.
On considère les évènements suivants :

F_1 : « l'élément prélevé provient du fournisseur 1 » ;
F_2 : « l'élément prélevé provient du fournisseur 2 » ;
D : « l'élément prélevé est défectueux ».

1. Déduire des informations figurant dans l'énoncé les probabilités $P(F_1)$, $P(F_2)$, $P_{F_1}(D)$ et $P_{F_2}(D)$.
(On rappelle que $P_{F_1}(D) = P(D/F_1)$ est la probabilité de l'évènement D sachant que l'évènement F_1 est réalisé).

2. **a.** Calculer les valeurs exactes des probabilités $P(D \cap F_1)$ et $P(D \cap F_2)$.

b. En déduire la probabilité que l'élément prélevé soit défectueux.

3. Calculer la probabilité que l'élément provienne du fournisseur 1 sachant qu'il est défectueux.

B Loi binomiale

Dans cette partie, les résultats approchés sont à arrondir à10^{-2}

Dans cette question on s'intéresse à un autre élément de l'équipement, noté b.
On considère un lot important d'éléments b.
On note E l' évènement « un élément b prélevé au hasard dans le lot est défectueux ».
On suppose que $P(E) = 0,025$.
On prélève au hasard 20 éléments b dans le lot pour vérification. Le lot est assez important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 20 éléments b.
On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement ainsi défini, associe le nombre d'éléments b de ce prélèvement qui sont défectueux.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.

2. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, il y ait exactement deux éléments b défectueux.

3. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, il y ait au moins deux éléments b défectueux.

C. Lois normales

Dans cette partie on s'intéresse au temps nécessaire pour la mise en service du système constitué par un élément a et un élément b.
On note Y_a la variable aléatoire qui, à chaque élément a prélevé au hasard dans un stock important d'éléments a, associe le temps, en heures, nécessaire à sa mise en service.
On admet que la variable aléatoire Y_a suit la loi normale de moyenne 22 et d'écart type 3.
On note Y_b la variable aléatoire qui, à chaque élément b prélevé au hasard dans un stock important d'éléments b, associe le temps, en heures, nécessaire à sa mise en service.
On admet que la variable aléatoire Y_b suit la loi normale de moyenne 25 et d'écart type 4.
On admet que les deux variables aléatoires Y_a et Y_b sont indépendantes.
On note Z la variable aléatoire qui à tout système constitué par un élément a et un élément b prélevés au hasard dans les stocks, associe le temps nécessaire, en heures, à sa mise en service.
On admet que $Z = Y_a + Y_b$.

1. Justifier que la variable aléatoire Z suit la loi normale de moyenne 47 et d'écart type 5.
2. Déterminer la probabilité qu'un système constitué par un élément a et un élément b prélevés au hasard dans les stocks, soit mis en service en moins de 50 heures.
   Arrondir à 10^{-3}.