Brevet de technicien supérieur session 2007 Comptabilité et gestion des organisations Nouvelle–Calédonie

Exercice 1 **11 points**

Les parties A et B de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

A Ajustement affine

Une étude a été réalisée sur le solde moyen des comptes courants d'entreprises clientes d'un important groupe bancaire. Les résultats de cette étude sont donnés dans le tableau suivant : x désigne un montant en centaines de milliers d'euros, n désigne le nombre de milliers d'entreprises qui ont un compte courant dont le solde est supérieur ou égal à x.

x	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	2
n	1,81	0,79	0,32	0,15	0,078	0,031

1. Compléter après l'avoir reproduit le tableau suivant dans lequel les valeurs approchées sont à arrondir à 10^{-3}.

x	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	2
n	1,81	0,79	0,32	0,15	0,078	0,031
$z = \ln n$						

2. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite de régression de z en x sous la forme $z = ax + b$, où a et b sont à arrondir à 10^{-2}.

3. En déduire une expression de n en fonction de x de la forme $n = \alpha \mathrm{e}^{kx}$ où la constante k sera arrondie à 10^{-2}.

4. À l'aide du résultat du **3**, donner une estimation du nombre d'entreprises dont le compte courant a un solde moyen supérieur ou égal à 250 000 euros.

B. Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie pour tout x de $[0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = 3,2\mathrm{e}^{-2,4x}.$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$. L'unité est 5 centimètres.

1. **a.** Calculer $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

b. Que peut-on déduire du résultat du **a** pour la courbe $\mathscr{C}$?

2. Étudier les variations de f sur $[0~;~+\infty[$.

3. **a.** Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau de valeurs suivant dans lequel les valeurs approchées sont à arrondir à 10

x	0,2	0,5	1	1,5	2
$f(x)$					

b. Construire la courbe $\mathscr{C}$ sur une feuille de papier millimétré.

4. **a.** Résoudre par le calcul, dans $[0~;~+\infty[$, l'équation $f(x) = 0,60$.
Donner la valeur exacte de la solution x_0 puis la valeur approchée de x_0 arrondie a 10^{-2}.

b. Retrouver graphiquement le résultat du **4. a.**. On fera apparaître sur la figure les constructions utiles.

C. Application

On admet maintenant que, lorsque $0,1 \leqslant x \leqslant 2,5$, il y a $1\,000 f(x)$ entreprises possédant un compte courant dont le solde moyen est supérieur ou égal à x centaines de milliers d'euros dans le groupe bancaire évoqué dans la partie A.

1. Déterminer le nombre d'entreprises dont le compte courant a un solde moyen supérieur ou égal à 50 000 euros.
2. Déterminer le nombre d'entreprises dont le compte courant a un solde moyen compris au sens large entre 50 000 et 100 000 euros.

Exercice 2 **9 points**

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Un atelier produit en grande série des pièces destinées à l'équipement informatique.

A. Probabilités conditionnelles

L'atelier utilise deux machines M_1 et M_2. La fabrication est répartie entre les deux machines.
La machine M_1 fabrique 80 % des pièces dont 1 % sont défectueuses et la machine M_2 fabrique 20 % des pièces dont 2 % sont défectueuses.
On prélève au hasard une pièce dans la production d'une journée.
On désigne par D l'évènement : « la pièce est défectueuse » ; par A l'évènement : « la pièce a été fabriquée par la machine M_1 » et par B l'évènement : « la pièce a été fabriquée par la machine M_2 ».

1. Déduire des informations figurant dans l'énoncé $P(\text{A})$, $P(\text{B})$, $P_{\text{A}}(\text{D})$ et $P_{\text{B}}(\text{D})$.
(On rappelle que $P_{\text{A}}(\text{D}) = P(\text{D}/\text{A})$ est la probabilité de l'évènement D sachant que l'évènement A est réalisé.)
2. **a.** Calculer $P(\text{A} \cap \text{D})$ et $P(\text{B} \cap \text{D})$.
   b. En déduire $P(\text{D})$.
3. Calculer la probabilité qu'une pièce ait été fabriquée par la machine M_1 sachant qu'elle est défectueuse. Arrondir à 10^{-2}.

B. Loi binomiale

On admet dans cette partie que $P(\text{D}) = 0,012$. On prélève au hasard pour vérification 50 pièces dans un stock important. Le stock est assez important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 50 pièces. On note X la variable aléatoire qui à chaque prélèvement de ce type associe le nombre de pièces défectueuses de ce prélèvement.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
2. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, deux pièces exactement soient défectueuses. Arrondir à 10^{-2}.
3. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, au plus deux pièces soient défectueuses. Arrondir à 10^{-2}.

C. Loi normale

Dans cette question on s'intéresse à la masse des pièces.
On prélève une pièce au hasard dans un lot important. On admet que la variable aléatoire Y qui à chaque pièce de ce lot associe sa masse en kilogrammes suit la loi normale de moyenne 2 et d'écart type 0,1.

1. Calculer $P(2 \leqslant Y \leqslant 2,1)$. Arrondir à 10^{-2}.
2. Calculer $P(Y \geqslant 2)$.