Brevet de technicien supérieur Métropole Session mai 2014 - Comptabilité et gestion des organisations

Exercice 1 **11 points**

Partie A. Ajustement affine.

1. Le nuage de points n'a pas une allure rectiligne.
2. a.

Nombre d'articles fabriqués : x	1	20	30	50	70	80
$z = \ln(y)$	0,69	1,10	1,61	2,14	2,89	3,64

   b. $z \approx 0,04x + 0,31$.

   c. Comme $z = \ln(y)$, on a $y = \mathrm{e}^z \approx \mathrm{e}^{0,04x+0,31} = \mathrm{e}^{0,31}\mathrm{e}^{0,04x} \approx 1,36\mathrm{e}^{0,04x}$.

   d. On cherche une estimation de y quand $x = 60$, donc $y \approx 1,36\mathrm{e}^{0,04\times 60} \approx 14,99$ soit 1 499 euros.

Partie B. Calcul intégral.

1. $f(0) = 1,36$, il s'agit des coûts fixes.
2. $I = \displaystyle\int_1^{80} f(x)\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1,36}{0,04}\mathrm{e}^{0,04x}\right]_1^{80} = \left[34\mathrm{e}^{0,04x}\right]_1^{80} = 34\left(\mathrm{e}^{3,2} - \mathrm{e}^{0,04}\right)$.
3. $V_m \approx \dfrac{I}{79} \approx 10,11$.
4. Il s'agit du coût moyen de production, en centaines d'euros, pour une production comprise entre 1 et 80 articles.

Partie C. Étude d'une fonction et applications.

1. a. $g'(x) = \dfrac{1,36\times 0,04\mathrm{e}^{0,04x}\times x - 1,36\mathrm{e}^{0,04x}}{x^2} = \dfrac{1,36\mathrm{e}^{0,04x}}{x^2}(0,04x - 1)$.

   b. Pour tout réel $x \in [1~;~80]$, $\dfrac{1,36\mathrm{e}^{0,04x}}{x^2} > 0$ donc $g'(x)$ est du signe de $0,04x - 1$.
   $g'(x)$ est donc strictement positive sur $]25;80]$, strictement négative sur $[1~;~25[$ et $g'(25) = 0$.

   c. Voici le tableau de variations de g :

x	1		25		80
g	$1,36\mathrm{e}^{0,04}$	$\searrow$	$\dfrac{1,36\mathrm{e}}{25}$	$\nearrow$	$\dfrac{1,36\mathrm{e}^{3,2}}{80}$

.

   d. Dans l'intervalle $[1~;~80]$, $g(x) \leqslant 0,25$ pour x compris entre 7 et 60. On trace la droite d'équation $y = 0,25$, la partie de la courbe qui nous intéresse ici est située au dessous de cette droite.

2. a. 25.

   b. Entre 7 et 60.

Exercice 2 **9 points**

Partie A.

1. $P(A) = 0,75$, $P(B) = 0,25$, $P_A(C) = 0,93$ et $P_B(C) = 0,85$.

2. $P(A \cap C) = 0,75 \times 0,93 = 0,6975$ et $P(B \cap C) = 0,25 \times 0,85 = 0,2125$.

3. $P(C) = 0,6975 + 0,2125 = 0,91$.

4. $P_C(A) = \dfrac{P(A \cap C)}{P(C)} \approx 0,77$.

Partie B.

1. Il y a répétition d'épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes, X suit donc la loi $\mathscr{B}(20;0,09)$.

2. $P(X = 2) = \binom{20}{2} \times 0,09^2 \times 0,91^{18} \approx 0,28$

3. $P(X \leqslant 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0,91^{20} + 20 \times 0,09 \times 0,91^{19} \approx 0,45$

Partie C.

Dans cette partie, on s'intéresse à la vente d'articles d'un même type parmi l'ensemble des produits frais proposés.
Le nombre d'articles de ce type vendus par jour peut être modélisé par une variable aléatoire Y qui suit la loi normale de moyenne 40 et d'écart type 10. Le magasin réalise sur la vente de chaque article un bénéfice de 3 euros.

1. **a.** $\dfrac{150}{3} = 50$, il faut vendre 50 articles de ce type.

b. Comme Y suit la loi $\mathcal{N}(40;10)$, on pose $T = \dfrac{Y-40}{10}$, T suit alors la loi $\mathcal{N}(0;1)$. On nous demande de calculer $P(Y \geqslant 50)$, on a :
$P(Y \leqslant 50) = 1 - P(Y < 50) = 1 - P(T < 1) \approx 1 - 0,8413 \approx 0,16$.

2. Pour ne pas être en rupture de stock, il faut vendre un nombre d'articles inférieur ou égal à 55, donc la probabilité cherchée est $P(Y \leqslant 55) = P(T \leqslant 1,5) \approx 0,93$.

3. Soit Q la quantité d'articles en stock en début de journée, on a
$P(Y > Q) < 0,025 \iff 1 - P(Y \leqslant Q) < 0,025 \iff P(Y \leqslant Q) > 0,975$
$\iff P\left(T \leqslant \dfrac{Q-40}{10}\right) > 0,975$, il faut donc que $\dfrac{Q-40}{10} > 1,96$, soit que $Q > 59,6$ soit 60 articles.