

Brevet de technicien supérieur session 2009 Agencement de l'environnement architectural

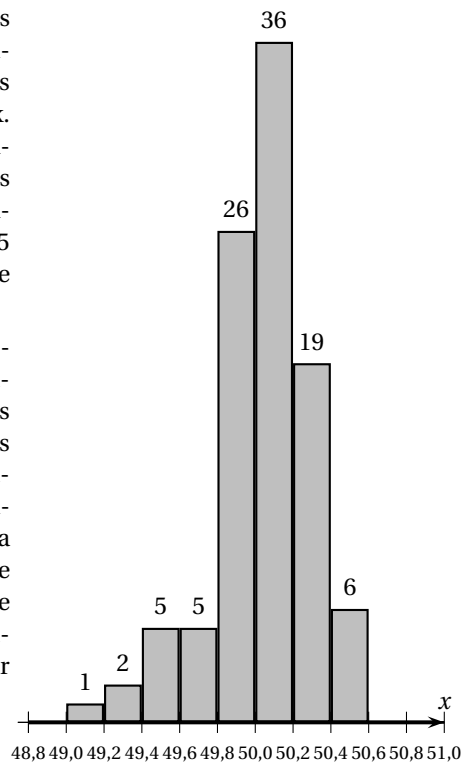
A. P. M. E. P.

Exercice 1

8 points

Un artisan fabrique des boules en bois de diamètre 50 mm, destinées à un fabricant de jouets. Après tournage, les boules sont matées et polies dans des rouleaux. C'est ensuite que sont contrôlés les diamètres de celles-ci. Le cahier des charges du fabricant de jouets impose que le diamètre d'une boule soit compris entre 49,5 et 50,5 mm. Une telle boule sera déclarée « conforme ».

1. On prélève au hasard dans la production hebdomadaire de l'artisan un échantillon de 100 boules que l'on passe au crible pour les calibrer. Les résultats sont résumés dans l'histogramme donné ci-contre. Calculer à 10^{-2} près la moyenne m et l'écart type σ de cette série. (On ne demande pas de justifier les calculs, mais on expliquera quelle valeur on choisit pour chacune des classes).



2. On choisit au hasard une boule parmi toutes celles de la production hebdomadaire, et on note X la variable aléatoire qui associe à la boule en question son diamètre exprimé en mm.
On admet que X suit la loi normale de paramètres $m = 50$ et $\sigma = 0,3$.
 - a. Calculer à 10^{-3} près la probabilité que la boule choisie soit conforme.
 - b. En déduire la probabilité qu'elle ne le soit pas.

Pour la suite on considérera que la probabilité qu'une boule ne soit pas conforme est 0,10.

3. Le fabricant a besoin de 4 boules pour compléter chacun de ses jouets. La constitution d'un lot de 4 boules est assimilé au tirage successif de 4 boules au hasard dans la production hebdomadaire. Le nombre total de boules est suffisamment important pour que l'on considère que ce tirage se fait « avec remise ».

On choisit un lot de 4 boules au hasard et on note Y la variable aléatoire qui lui associe le nombre de boules non conformes.

 - a. Quelle loi suit Y ? On précisera les paramètres de celle-ci.

Chacun des calculs suivants sera présenté en utilisant les notations de l'énoncé, et on donnera une valeur approchée du résultat à 10^{-2} près :

- b. Calculer la probabilité que toutes les boules soient conformes dans le lot choisi.

Calculer la probabilité qu'il y ait au plus une boule non conforme dans le lot choisi.

Exercice 2**12 points****Partie A**

Soit (E) l'équation différentielle

$$y' - 2xy = -4x^2 + 2,$$

où y désigne une fonction de la variable x et y' sa fonction dérivée.

1. Résoudre l'équation différentielle sans second membre (E') associée :

$$y' - 2xy = 0$$

2. Trouver les réels a et b tels que la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = ax + b$ soit une solution particulière de l'équation complète (E) puis en déduire l'ensemble des solutions de cette équation.
3. Déterminer la fonction f solution de (E) qui prend la valeur 1 en 0.

Partie B

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-2 ; 2]$ par

$$f(x) = e^{x^2} + 2x$$

et on nomme (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité 2 cm.

On considère la fonction h définie sur l'intervalle $[-2 ; 2]$ par

$$h(x) = xe^{x^2} + 1$$

1. a. Calculer la dérivée de la fonction h .
- b. Étudier le signe de la fonction h' . En déduire les variations de la fonction h sur l'intervalle $[-2 ; 2]$.
- c. Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution sur l'intervalle $[-2 ; 2]$, notée α et en donner une valeur approchée au centième.
- d. En déduire le signe de la fonction h sur cet intervalle.
2. a. Calculer la dérivée de la fonction f et montrer que, pour tout x de $[-2 ; 2]$, $f'(x) = 2h(x)$.
- b. En déduire le tableau de variations de f .
- c. Tracer la courbe représentative de la fonction f . Déterminer à 10^{-2} près la valeur de x pour laquelle f atteint son minimum.
3. a. Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe (\mathcal{C}) au point d'intersection de celle-ci avec l'axe des ordonnées.
- b. Représenter cette tangente sur le graphique.