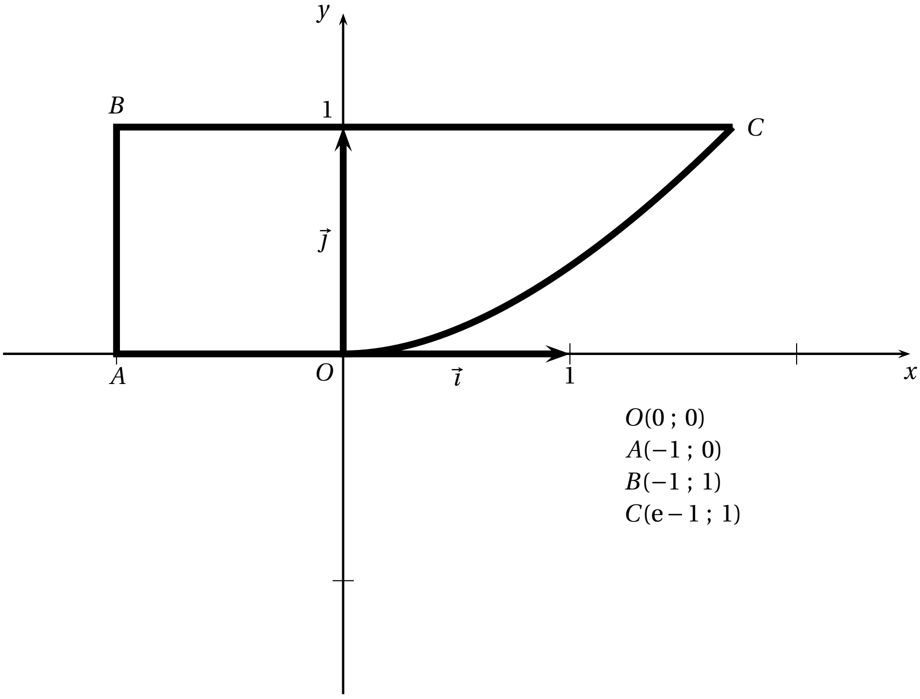
Brevet de technicien supérieur
Agencement de l'environnement architectural juin 2006

Exercice 1 **10 points**

Un technicien doit réaliser un plan de travail destiné à supporter du matériel informatique.
Ce plan de travail sera découpé dans un panneau MDF (panneau de fibres de bois de moyenne densité), puis recouvert de stratifié.

Partie A : Modélisation.

Le technicien dispose du schéma ci-dessous, représentant dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, la surface du plan de travail. L'unité représente **1 mètre** en vraie grandeur. Les dimensions réelles sont respectées au millimètre près.



L'arc de courbe $\overset{\frown}{OC}$ doit, de plus, vérifier les contraintes suivantes :

a) Il doit être tangent en O à l'axe des abscisses.

b) Il doit admettre en C une tangente ayant pour coefficient directeur 1.

Le technicien cherche à modéliser l'arc $\overset{\frown}{OC}$ à l'aide d'une fonction dont la courbe représentative correspond à cet arc.
Après plusieurs essais, il pense pouvoir utiliser la fonction f définie sur $[0 ; \text{e}-1]$ par :

$$f(x) = (x+1)\ln(x+1) - x.$$

1. Calculer $f(0)$ et $f(\text{e}-1)$.
2. Montrer que la dérivée f' de f sur $[0 ; \text{e}-1]$ est définie par $f'(x) = \ln(x+1)$.
3. À partir des résultats précédents, vérifier que la courbe $\mathscr{C}$, représentative de f dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, passe bien par les points O et C et satisfait aux contraintes a) et b) énoncées ci-dessus.

Partie B : Étude de la fonction f.

1. Étudier le signe de $f'(x)$. En déduire le sens de variation de la fonction f.
2. Écrire l'équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ représentative de f an point d'abscisse e − 1.
3. Recopier sur la copie puis compléter le tableau de valeurs suivant (les résultats seront donnés à 10^{-3} près) :

x	0	0,5	1	1,5	e − 1
$f(x)$					

4. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ ainsi que la tangente T à $\mathscr{C}$ au point C dans le repère orthonormal $\left(\text{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$ (unité graphique 10 cm).

Partie C : Calcul de la masse du plateau en MDF.

1. Vérifier que la fonction G définie par $G(x) = \dfrac{(x+1)^2}{2}\left(\ln(x+1) - \dfrac{1}{2}\right)$ est une primitive sur l'intervalle $[0\ ;\ \text{e}-1]$ de la fonction g définie par $g(x) = (x+1)\ln(x+1)$. En déduire une primitive F de la fonction f sur $[0\ ;\ \text{e}-1]$.
   a. Calculer l'aire (en unités d'aire) du domaine plan compris entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \text{e}-1$.
   b. En déduire l'aire, en m^2, du plateau découpé par le technicien (en donner une valeur approchée à 10^{-3} près).
2. Calculer sa masse, à dix grammes près, sachant que le panneau de MDF utilisé a une épaisseur de 40 mm et que sa masse volumique est de 750 kg/m^3.

Exercice 2 **10 points**

Tous les résultats de cet exercice seront donnés à 10^{-2} *près*

Les panneaux MDF de 40 mm d'épaisseur sont fabriqués en série par l'usine PANCOL.

1. Afin de vérifier le bon réglage de la chaîne de production, on a mesuré l'épaisseur, en mm, de 100 panneaux. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

x_i : épaisseur en mm	[39,7 ; 39,8[	[39,8 ; 39,9[	[39,9 ; 40,0[	[40,0 ; 40,1[	[40,1 ; 40,2[	[40,2 ; 40,3]
n_i : effectifs	1	12	36	41	8	2

   Calculer la moyenne et l'écart-type de cette série statistique.
   (On remplacera chaque classe par son centre affecté de J'effectif correspondant).
   Sachant que la tolérance relative à l'épaisseur est de $\pm 0,20$ mm, calculer le pourcentage de panneaux acceptables du point de vue de leur épaisseur.
2. On note X la variable aléatoire qui, à chaque panneau pris au hasard dans la production, associe son épaisseur exprimée en millimètres. On admet que X suit la loi normale de moyenne $m = 40$ et d'écart-type $\sigma = 0,1$.
   Calculer la probabilité qu'un panneau pris au hasard :
   a. ait une épaisseur inférieure à 39,8 mm ;
   b. soit acceptable, c'est-à -dire ait une épaisseur appartenant à l'intervalle [39,80 ; 40,20[;
   c. ne soit pas acceptable.

3. On suppose désormais que la probabilité qu'un panneau ne soit pas acceptable est $p = 0,05$.

Un grossiste achète à l'entreprise PANCOL les panneaux de MDF d'épaisseur 40 mm par lots de 200 panneaux. La constitution d'un lot est assimilée à un tirage de 200 panneaux avec remise. Soit Y la variable aléatoire qui, à chaque lot de 200 panneaux, associe le nombre de panneaux qui ne sont pas acceptables dans ce lot.

Quelle est la loi de probabilité de Y ?

Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de Y.

4. On décide d'approcher la loi de probabilité de Y par une loi de Poisson.

a. Quel est son paramètre ?

b. Quelle est la probabilité que, dans un lot de 200 panneaux, tous les panneaux soient acceptables ?

c. Quelle est la probabilité que, dans un lot de 200 panneaux, il y ait plus de 5 panneaux non acceptables ?