

Comment faire entrer les élèves dans une démarche d'investigation?

IREM Montpellier Groupe RESCO 20 octobre 2013

La résolution collaborative de problème

Sonia YVAIN: soniayvain@sfr.fr

Sébastien VIRDUCCI: s.virducci@free.fr

<http://www.irem.univ-montp2.fr/SPIP/Resolution-collaborative-de,96>

Un ancrage dans les programmes

La démarche d'investigation au collège (BO 2008)

appropriation du problème par les élèves

formulation de conjectures

investigation ou résolution du problème

échanges argumentés

structuration des connaissances

La démarche scientifique en seconde(BO 2009)

modéliser et s'engager dans une activité de recherche

conduire un raisonnement, une démonstration

pratiquer une activité expérimentale ou
algorithmique

s'exprimer de façon simple et concise

laisser dans leur résolution une place à l'autonomie et
à l'initiative des élèves

La démarche scientifique en première et terminale (BO 2010 et 2011)

mettre en œuvre une recherche de façon autonome

mener des raisonnements

avoir une attitude critique vis-à-vis des résultats obtenus

expliquer oralement une démarche, communiquer un
résultat par oral ou par écrit.

raisonner, démontrer, trouver des résultats partiels et les
mettre en perspective

chercher, expérimenter, modéliser

Le dispositif

- ✓ Une fiction réaliste
- ✓ Plus de 60 classes
- ✓ Environ 2000 élèves francophones de la 6^{ème} à la terminale
- ✓ Des travaux de groupes alternés avec du travail individuel
- ✓ Des échanges entre classes
- ✓ Une relance permettant de recentrer les recherches
- ✓ Des débats scientifiques

Organisation

1^{ère} semaine

Questions

- Envoi des questions aux classes du groupe

2^{ème} semaine

Réponses aux questions

- Relance à la fin de la 2^{ème} semaine par l'enseignant chercheur de RESCO

3^{ème} et 4^{ème} semaine

Investigation

- Envoi d'une synthèse des recherches

5^{ème} semaine

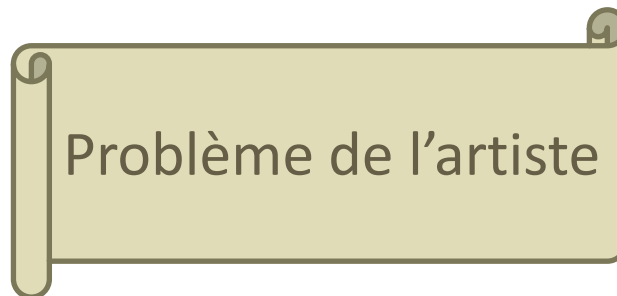
Débat mathématique

- Clôture du problème et bilan sur les mathématiques travaillées

Vivre le dispositif

Un artiste contemporain veut réaliser une œuvre sur un support rond, en plantant des clous sur le pourtour et en tendant des fils entre les clous.

Il se propose de peindre chaque zone d'une couleur différente.
De combien de couleur aura-t-il besoin ?



La phase d'appropriation

Quelles questions peuvent se poser les élèves ?
Et quelles réponses peuvent-ils trouver ?

Des exemples

Questions pour s'appropriier l'énoncé

Questions pour préciser l'énoncé

Questions pour la modélisation du problème



Modélisation des objets

Mettre les objets en relation

Questions sur la recherche des solutions

La relance

Bonjour à tous et à toutes,

Dans toutes les classes, vous avez déjà bien travaillé sur le problème de l'Artiste que nous vous avons proposé et plusieurs pistes possibles ont été envisagées.

On voudrait pouvoir donner une réponse précise à l'Artiste afin de l'aider à faire ses choix pour réaliser son œuvre.

Pour cela, on se propose de traiter mathématiquement le Problème de l'Artiste.

Dans ce but, je vous propose de considérer que :

- 1. Le nombre de couleurs est le nombre de zones.**
- 2. On cherche une solution générale, c'est-à-dire qu'on cherche le nombre maximum de zones en fonction du nombre de clous.**
- 3. Le support de l'œuvre est un disque et les clous sont répartis sur sa circonférence.**
- 4. La taille du support est suffisante pour que l'on puisse négliger la taille des clous et l'épaisseur des fils. Par conséquent, on assimile les clous à des points, et les fils tendus à des segments de droite.**

Je vous souhaite à tous et à toutes une très bonne poursuite de la recherche.

Viviane DURAND-GUERRIER Université Montpellier 2 Département de Mathématiques

La phase de recherche

Quelle recherche pour les élèves?

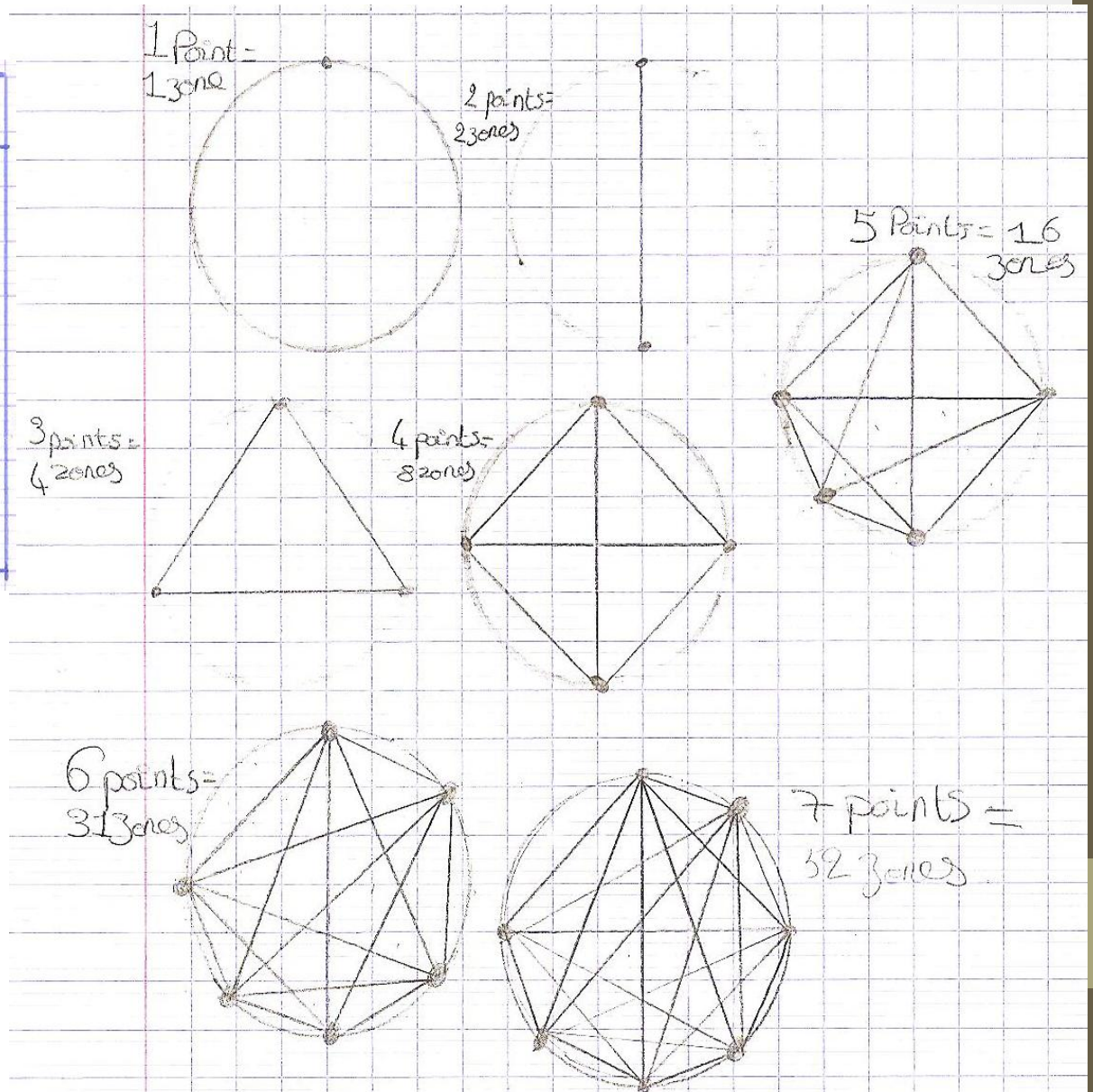
Quels résultats peuvent établir les élèves à partir d'une telle situation?



Des productions d'élèves

Nbr de clous	Nbr de zones
1	1
2	2
3	4
4	8
5	16
6	31* (30)
7	57
8	94* (80)

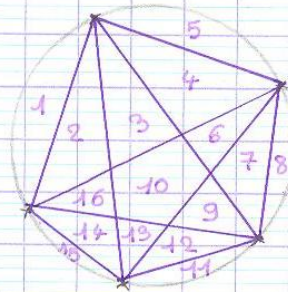
* Sauf si les clous sont équidistants



expérimenter pour conjecturer des résultats

Nous avons tout de même vérifié avec d'autres nombres de clous au cas où notre hypothèse n'était pas bonne.

5 clous :



Notre hypothèse restait toujours juste.

$$4 \text{ clous} + 1 \text{ clou} = 5 \text{ clous}$$

$$8 \text{ zones} \times 2 = 16 \text{ zones}$$

$$4 \text{ clous} \rightarrow 8 \text{ zones et } 5 \text{ clous} \rightarrow 16 \text{ zones.}$$

/ TB

expérimenter pour les mettre à l'épreuve

Pour suivre notre hypothèse, nous aurions dû trouver 32 clous.

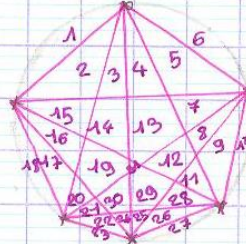
$$5 \text{ clous} + 1 \text{ clou} = 6 \text{ clous}$$

$$16 \text{ zones} \times 2 = 32 \text{ zones.}$$

Or, nous avons trouvé 31 zones.

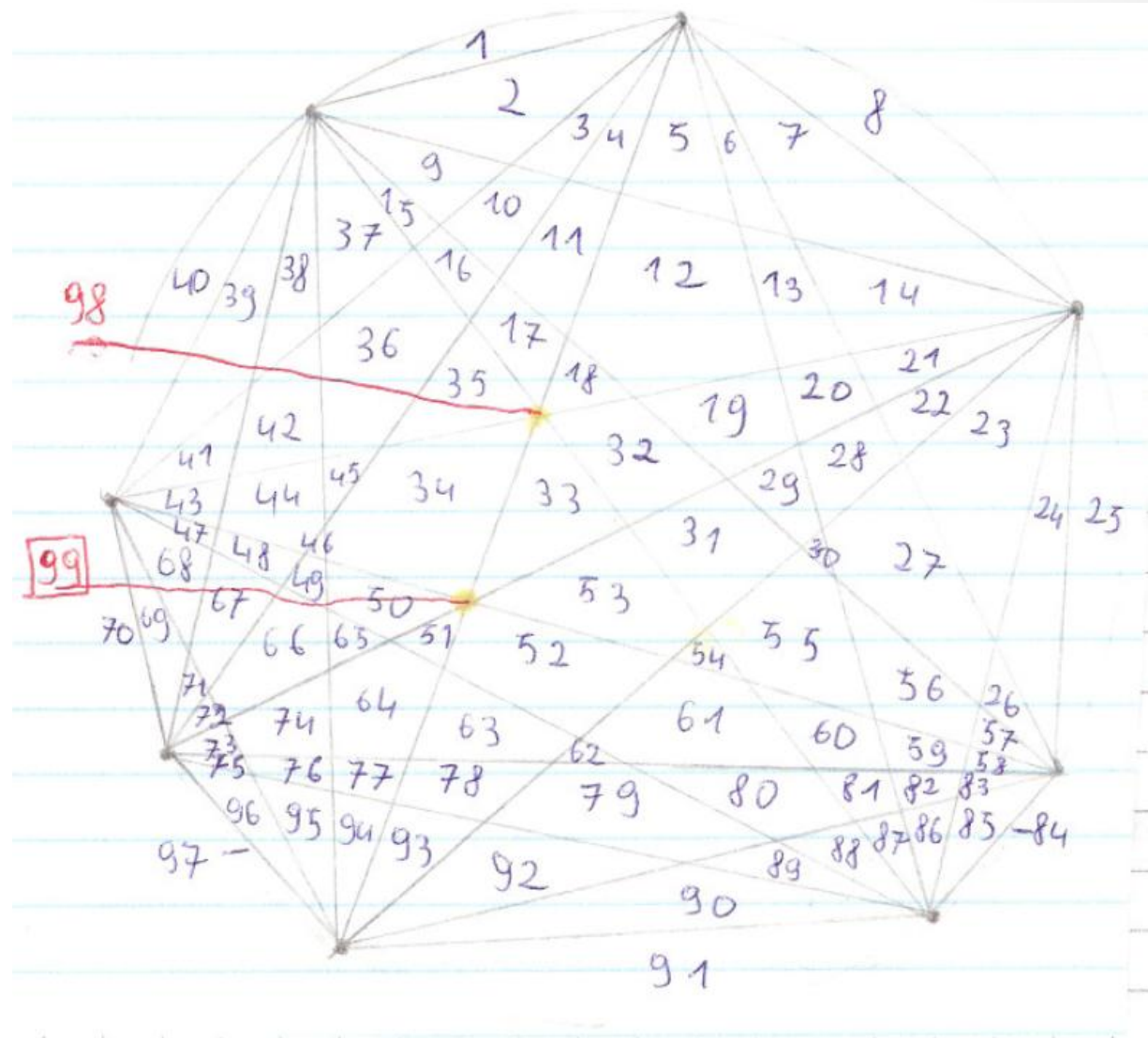
Notre hypothèse était donc fautive.

6 clous :



/ - 31 zones.

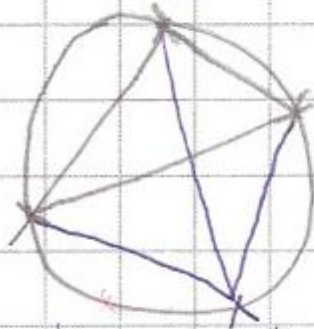
finalement se détacher des contingences matérielles



et chercher à formaliser, à structurer

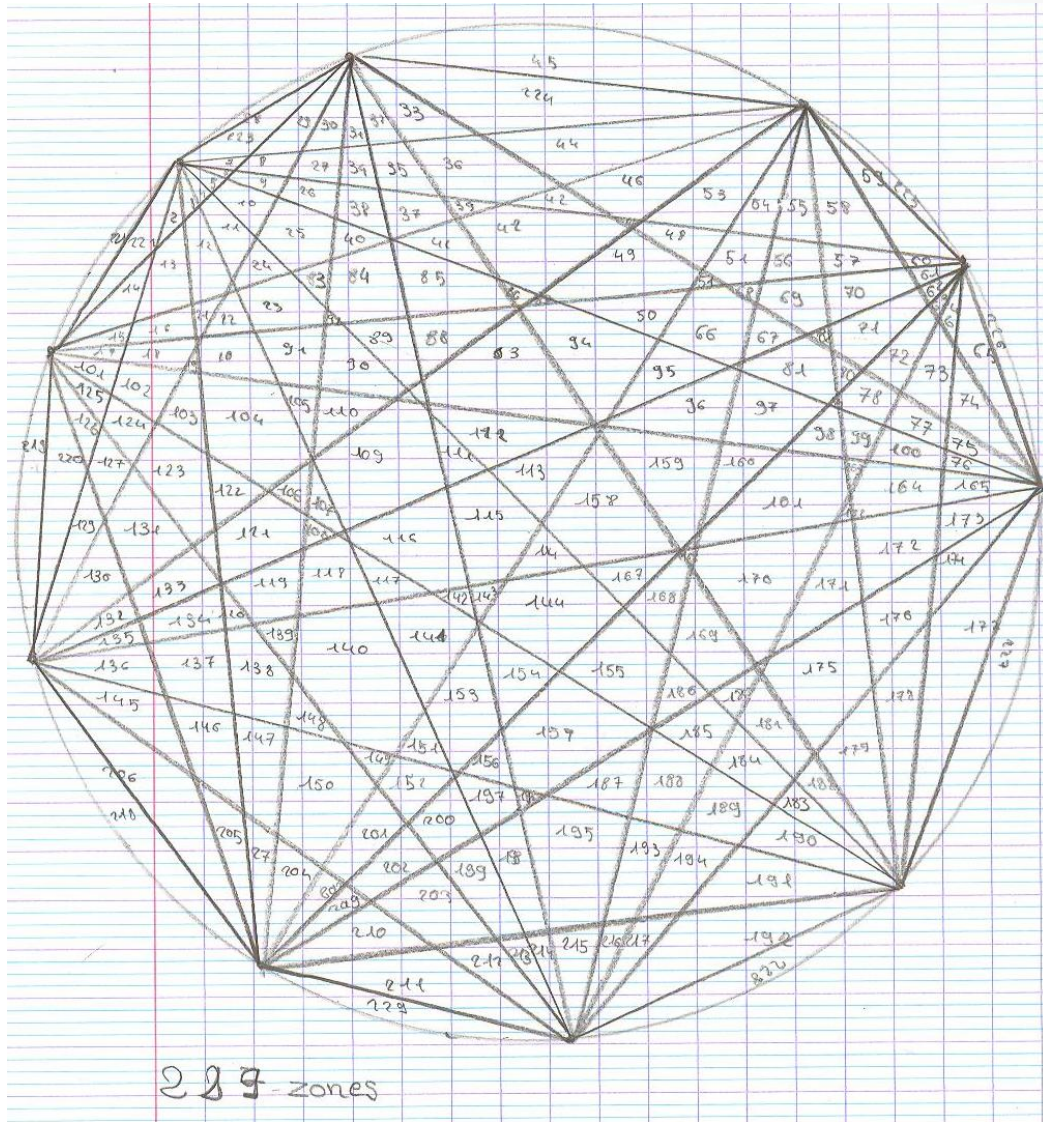
Que se passe-t-il quand on rajoute un clou ?

, Quand on rajoute un 4^e clous par exemple :



Il y a $3 = (n-1)$ nouveaux fil qui apparaissent.
Or il y a un seul fil : $(n-3)$, qui franchit une autre
fil, créant une intersection.

Du courage



Compétences travaillées

Travail sur les fonctions :

Identifier la variable (nombre de fils en fonction du nombre de clous, nombre de zones en fonction du nombre de fils...)

Recherche de proportionnalité, de dépendance affine

Étude graphique à partir des premiers résultats

Travail sur les suites :

Prise de contact avec des phénomènes récurrents : que se passe-t-il lorsqu'on ajoute un clou ?

Étude du sous-problème du nombre de fils en fonction du nombre de clous, avec obtention d'une formule de récurrence ou explicite

Découverte de la formule de la somme des n premiers entiers, avec ou sans démonstration par des dénombrements

Travail en géométrie :

Étude de polygones réguliers ou non

Utilisation de symétries

Nécessité de la précision du dessin, prise en compte de la taille de ce dessin

Utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique si celui-ci est familier

Travail lié à la topologie :

Le nombre de zones ne dépend pas de la taille du disque

Le nombre de zones dépend de la nature des points d'intersection (intersection de 2 fils ou davantage)

Démarche scientifique :

- Modéliser des objets par une représentation mathématique (identifier des possibles et expliciter ses choix)
- Évaluer la cohérence d'un résultat et le confronter à la situation
- Formuler un sous-problème ou un problème connexe
- Explorer sur des exemples, des cas particuliers, réduire un problème en traitant des cas particuliers, faire des liens entre le particulier et le général
- Organiser sa recherche

- Identifier les grandeurs pertinentes, les nommer et comprendre leur interdépendance
- Formuler des conjectures, les mettre à l'épreuve puis tenter de les démontrer
- Explorer de nouvelles pistes
- Prendre des initiatives
- Identifier et mobiliser les notions mathématiques potentiellement en lien avec une situation
- Se prononcer sur le caractère de généralité des résultats, distinguer une conjecture d'un résultat établi, utiliser un exemple générique
- Anticiper un résultat qu'on ne pourrait pas obtenir par un procédé réalisable

- Concevoir un support clair utilisant des représentations pertinentes (tableaux, schémas, notations...)
- S'exprimer avec précision pour présenter à la classe un travail individuel ou collectif
- Écouter, questionner et donner un point de vue en respectant les règles du débat

http://www.irem.univ-montp2.fr/SPIP/Resolution-collaborative-de_96

Sonia YVAIN: soniayvain@sfr.fr
Sébastien VIRDUCCI: s.virducci@free.fr

