Correspondance de Leonhard Euler avec ses contemporains dont Gabriel Cramer

Mireille Schumacher

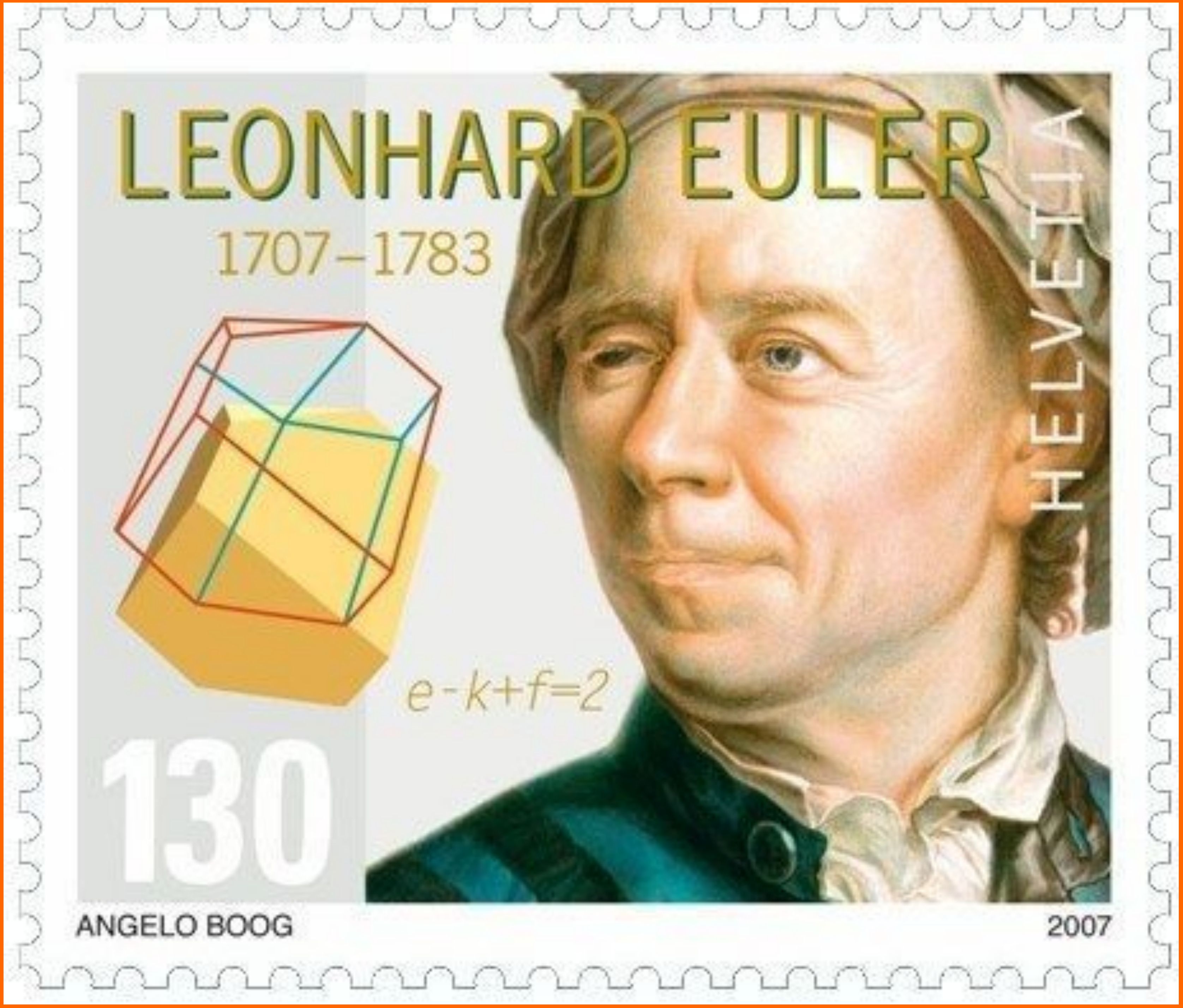
Gymnase d'Yverdon Suisse
mireille.schumacher@gmail.com
www.euler-ch.org

Marseille, APMEP, 19 - 22 octobre 2013

Table des matières

- *L'oeuvre complète de Leonhard Euler*
- *Envergure du réseau épistolaire eulérien*
- *Correspondance*
- *Correspondance Euler - Cramer*
- *Conclusion*
- *Références*

L'oeuvre complète de Leonhard Euler


LEONHARD EULER
1707–1783
e-k+f=2
130
HELVETIA
ANGELO BOOG
2007

Les lieux de vie de Leonhard Euler, 1707-1783

Leonhardi Euleri opera omnia

L'œuvre complète de Leonhard Euler est articulée en :

- trois séries
- comptant 72 volumes
- recensant les 865 écrits du savant
- numérotés selon l'Index d'Eneström lettre E suivie du numéro de l'article

- Première série

  29 volumes tous parus

  Mathematiques pures

- Deuxième série

  31 volumes dont 29 parus et 2 en préparation

  Mécanique et astronomie

- Troisième série

  12 volumes tous parus

  Physique, Théologie et
  Lettres à une princesse d’Allemagne

Quatrième série A *Correspondance d'Euler avec ses contemporains*

4 volumes parus – 5 volumes en préparation

Quatrième série B *Manuscrits d'Euler*

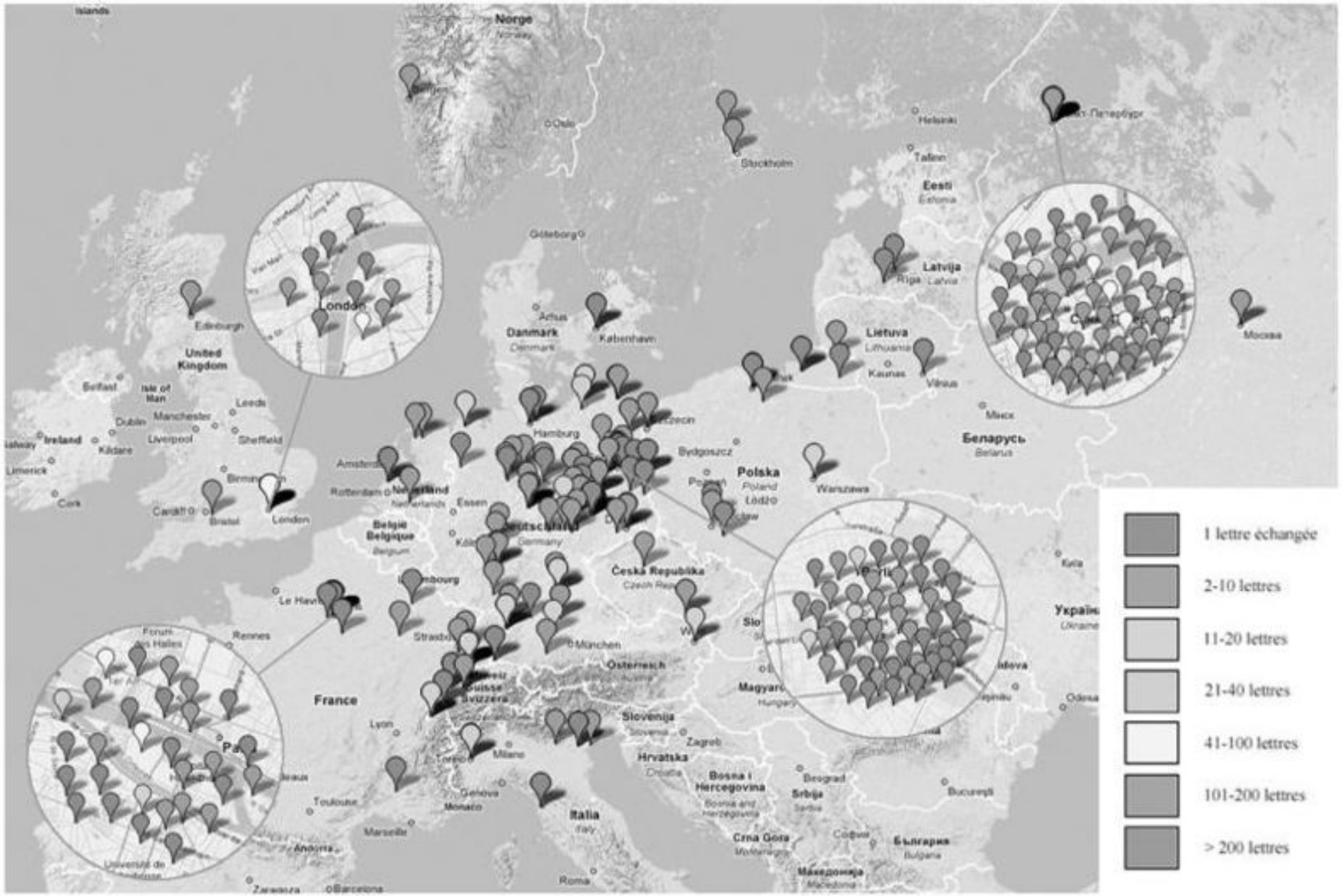
Parution planifiée

Envergure du réseau épistolaire eulérien

- *Leonhard Euler a entretenu un très important réseau de correspondants à travers toute l’Europe des Lumières*

- Le nombre de lettres constituant cette correspondance savante est époustouflant : environ 3200 lettres connues
- Euler en a écrit 1118
- 1/3 en *français*, 1/3 en *latin* et 1/3 en *allemand*

- Paris, Londres, Berlin et Saint-Pétersbourg sont les quatre villes qui possèdent les académies les plus importantes pour le XVIIIe siècle, chacune publiant son propre journal lu à travers l'Europe ; elles sont les centres principaux de cette correspondance



Les pôles du savoir au XVIIIème siècle

Paris, Londres, Berlin, Saint-Pétersbourg

Les correspondants d'Euler, environ 300, sont :

- Des savants européens

  Très peu de correspondants en Angleterre, aucun en Espagne

- Des fonctionnaires des académies

  En particulier Johann Daniel Schumacher, administrateur de l’académie de St-Petersbourg, avec lequel Euler a échangé 307 lettres en allemand

- Des éditeurs et des libraires

Ils abordent des questions de mathématique, d’astronomie, de physique, de chimie, de botanique, de philosophie, de médecine, de géographie, de cartographie et des sujets administratifs

Comment procèdent les scientifiques et les historiens des sciences pour éditer une correspondance ?

- Prospection dans les archives
- Transcription des manuscrits
- Commentaires et annotations

  Les notes ont une valeur documentaire : identification des personnages qui gravitent dans l'entourage du savant

Plusieurs années de travail pour rendre accessibles ces lettres au grand public

Véritable mine d'informations, cette correspondance apporte un éclairage précieux sur l'élaboration et la circulation des savoirs au XVIIIème siècle

Correspondance

La première initiative de publier une partie de la correspondance d'Euler date des années 1960

Conventions adoptées

- *Chaque volume de correspondance comprendra l'échange de lettres avec un ou plusieurs correspondants*
- *Toutes les lettres avec un correspondant seront éditées, autrement dit « même traitement pour les lettres à caractère scientifique ou non »*
- *La langue de la majorité des lettres qui constitueront le volume déterminera la langue utilisée pour les annotations et les commentaires*

Quatrième série A   4 volumes parus

- *IVA 1 : Vademecum de la correspondance*
- *IVA 2 : Correspondance d'Euler avec Jean Bernoulli et Nicolas Bernoulli*
- *IVA 5 : Correspondance d'Euler avec A.C. Clairaut, J. d'Alembert et J.L. Lagrange*
- *IVA 6 : Correspondance d'Euler avec P.-L. M. de Maupertuis et Frédéric II*

5 volumes en préparation

- *IVA 3 : Correspondance d'Euler avec Daniel Bernoulli*
- *IVA 4 : Correspondance d'Euler avec Christian Goldbach*
- *IVA 7 : Correspondance d'Euler avec les Romands et le Bâlois Johann Kaspar Wettstein à Londres*
- *IVA 8 : Correspondance d'Euler avec Johann Andreas von Segner et d'autres scientifiques de Halle*
- *IVA 9 : Correspondance d'Euler avec Martin Knutzen*

La plupart des lettres sont du temps où Euler résidait à Berlin (1741-1766)

Choix de la langue

- *Allemand pour les volumes IVA 2, 3 et 8*
- *Français pour les volumes IVA 5, 6 et 7*
- *Italien pour le volume IVA 9*
- *Anglais pour la correspondance Euler – Goldbach Vol.IVA 4*
  Exceptionnel intérêt de cette correspondance pour les chercheurs en mathématique, en particulier pour la théorie des nombres
- *Seules les lettres en latin sont traduites dans la langue du volume considéré et adjointes*

LEONHARD EULER
CORRESPONDANCE
BRIEFWECHSEL

OPERA OMNIA

SERIES QUARTA A:
COMMERCIUM
EPISTOLICUM
VOL. VII

BIRKHÄUSER

Volume IVA 7

Les correspondants d'Euler	*Nombre de lettres de E / à E*	*Langue de communication*
Louis Bertrand (1731-1812)	*0 / 11*	*F*
Charles Bonnet (1720-1793)	*6 / 8*	*F*
Jean de Castillon (1708-1791)	*1 / 5*	*L / F*
Gabriel Cramer (1704-1752)	*10 / 9*	*F*
Philibert Cramer (1727-1779)	*0 / 3*	*F*
Gaspard Cuentz (1676-1752)	*0 / 1*	*F*
Georges-Louis II Lesage (1724-1803)	*3 / 6*	*F*
Johann Michael von Loen (1694-1776)	*0 / 1*	*F*
Johann Kaspar Wettstein (1695-1760)	*56 / 1*	*F*

- En juin 1752, un cerf-volant virevolte dans le ciel de Philadelphie. L’orage gronde. Un homme d’une quarantaine d’années, accompagné de son fils, a fixé au bas du filin qui relie le cerf-volant au sol, une clé métallique

- Il approche la main de la clé, ses poils se hérissent et une légère secousse vient confirmer son intuition. La clé est chargée électriquement. Benjamin Franklin vient de démontrer la nature électrique de l’orage et des éclairs

- En Europe, la nouvelle se répand rapidement et les savants mettent en place des laboratoires où l’on tente de capter le feu du ciel par de longues perches de métal

Le 26 juillet 1753, le tonnerre se fait entendre dans le lointain. Le Professeur Georg Wilhelm Richmann de Saint-Pétersbourg consulte l'électromètre qui lui permet de mettre en évidence la charge électrique de la perche qu'il a installée dans sa maison, quand soudain la foudre s’abat sur la perche, le frappant d’une boule de feu à la tête. Le malheureux savant meurt instantanément, tandis que le dessinateur Iwan Sokolow, venu l’assister, s’en tire avec un évanouissement et une belle frayeur.

La mort de Georg Wilhelm Richmann
Professeur à Saint-Pétersbourg, le 26 juillet 1753

Gravure tirée de E . Segrè, *Die groβen Physiker und ihre Entdeckungen*
Von den Röntgenstrahlen zu den Quarks, München, 1986, vol. 1, p. 186
Emilio Gino Segrè, *Les physiciens modernes et leurs découvertes*

Parmi les nombreux comptes-rendus des événements tragiques...

Une lettre de Leonhard Euler à son ami bâlois Johann Kaspar Wettstein, chapelain et bibliothécaire du prince de Galles, datée du 27 octobre 1753 [R 2782]

Cartographie du réseau épistolaire d’Euler

Lettre d’Euler à Wettstein du 27 octobre 1753 [R 2782]

« Vous aurés appris, Monsieur, par les gazettes le funeste effet, que l’électricité a produit à St. Petersbourg, y ayant tüé le Prof. Richman : les françois, qui se sont fort appliqué [sic] à faire les memes experiences, les ont abandonnées depuis, et nos Physiciens ici [Berlin], qui avoient fait tous les preparatifs pour le meme dessein, en ont été tellement effrayés, qu’ils les ont abolis entierement.
C’est à M$_r$ [Benjamin] Francklin, qu’on est redevable de cette triste decouverte »

Correspondance Euler - Cramer

Gabriel Cramer

1704 - 1752

- Nommé à l'âge de 20 ans à la chaire de mathématique de l'Académie de Genève
- Fondateur avec Leibniz de la théorie des déterminants, Gabriel Cramer a donné son nom à une « *Règle* » et à un « *Paradoxe* »
- Il a calculé orbites et aphélies des planètes
- Ses œuvres sont nombreuses et variées. La plus connue est son *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* (1750)
- Il édite des travaux pour les frères Bernoulli et pour Euler
- Sa correspondance scientifique est considérable

- Gabriel Cramer et son collègue Jean-Louis Calandrini enseignent à Genève et voyagent à tour de rôle pour enrichir leurs connaissances
- Le 1er voyage de Cramer débute en 1727 et se termine en 1729 ; il va l'emmener à Bâle, Paris, Londres, Cambridge, Oxford et en Hollande
- A Bâle, déception pour Cramer. Il manque Euler qui vient de partir à St-Pétersbourg, mais il sera l'élève de Johann Bernoulli, véritable carte de visite pour nouer des contacts en Europe
- En Angleterre, il assiste aux assemblées de la Royal Society et rencontre entre autres Halley, Machin, Moivre, Saunderson ainsi que Stirling. Si à Bâle, il avait était instruit dans une science d’obédience leibnizienne, en Angleterre Newton est omniprésent

- En Hollande Cramer fait la connaissance de 'sGravesande qui est l’un des premiers à introduire les idées de Newton sur le continent
- A Paris, capitale de la science cartésienne, Cramer découvre les salons ainsi que l’Académie royale où il rencontre Buffon, Clairaut, Dortous de Mairan, Fontenelle, Maupertuis, Nicole, Réaumur
- Pendant ces 2 ans de voyage, il s'est formé aux outils et méthodes des 3 grandes écoles de pensées de l'époque : celle de Leibnitz, de Newton et de Descartes. Il va garder de nombreux contacts par courrier et établir sa renommée

C'est à partir de 1743 qu'une relation épistolaire (19 lettres) s'établit entre Euler et Cramer. Euler demande à Cramer de bien vouloir corriger les épreuves d'«un petit ouvrage sur le problème des Isopérimétries» et d'en rédiger la préface

Il s'agit du *Methodus.* Cramer juge ce manuscrit « admirable » et y reconnaît « *comme dans tout ce qui sort* [de la plume d'Euler]*, la main du grand Maître* ». Il supervisera l'impression du *Methodus* [E.65]. L'ouvrage paraîtra en 1744 sans préface, par manque de temps

- Ces échanges épistolaires illustrent les méthodes de travail, jour après jour, entre deux éminents savants et nous offre un tour d'horizon des problèmes qui occupent la science à cette époque. Les grands sujets qu'Euler et Cramer traitent dans leur correspondance ont intéressé leurs célèbres prédécesseurs : Descartes, Leibniz et Newton
- Analyse des courbes algébriques : nombre de points déterminant une courbe, nombre de points d'intersection de 2 lignes courbes, maxima, minima, points de rebroussement de seconde espèce
- Optique
- Lois des corps en mouvement

A propos des courbes algébriques

- Une courbe du plan est dite algébrique si son équation cartésienne est polynomiale
- Le degré de l'équation est le degré de la courbe
- Une courbe algébrique de degré *n* peut être représentée par une équation de la forme
  $$a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 y^2 + \ldots + a_p y^n = 0$$
- Il y a $(n+1)(n+2)/2$ coefficients ; puisque 2 équations proportionnelles définissent la même courbe, il reste $n(n+3)/2$ coefficients indépendants
- Ainsi une courbe algébrique de degré :
  n = 1 est une droite déterminée par $1 \cdot (1+3)/2 = 2$ points
  n = 2 est une conique déterminée par 5 points
  n = 3 est une cubique déterminée par 9 points
  n = 4 est une quartique déterminée par 14 points

Dans la [lettre 4] adressée à Euler, Cramer relève une contradiction apparente :

«*Deux lignes du 3e ordre se peuvent couper en 9 points. Ainsi une ligne du 3e ordre n'est pas suffisamment déterminée en la faisant passer par 9 points, et de même pour les ordres supérieurs. Auriez vous, Monsieur, vous qui savez si bien aprofondir les matières, quelque bonne explication de cette Difficulté.*»

- Euler propose à Cramer une première solution au paradoxe dans sa [lettre 5 du 20 octobre 1744] puis publiera un mémoire en 1750 intitulé *Sur une contradiction apparente dans la doctrine des lignes courbes* [E.147]

- La contradiction apparente relevée par Cramer résulte de l'application de 2 propositions :

  - La première énonce qu'une ligne quelconque d'ordre *n* est généralement déterminée par $n(n+3)/2$ points

  - La seconde postule que deux lignes d'ordres *n* se rencontrent en n^2 points (Théorème de Bézout)

- Euler examine les difficultés [E.147]
- « *La premiere proposition indique qu'il faut 14 points pour déterminer une ligne du quatrième ordre ; et partant 14 points étant donnés, on ne pourra décrire qu'une ligne de cet ordre, qui passe par tous ces points*
- *Mais la seconde nous apprend que deux lignes du quatrième ordre se peuvent couper mutuellement en 16 points; par conséquent dans ces cas il sera possible de faire passer deux lignes du quatrième ordre par 16 points donnés*
- *La contradiction de ces deux conséquences est manifeste, car s'il n'était pas possible de décrire plus d'une ligne du quatrième ordre par 14 points donnés, à plus forte raison on ne saurait décrire deux lignes de cet ordre qui passassent toutes les deux par les même 16 points*»

- « *Proposition 1*

  Comme une ligne du premier ordre, ou une droite, se peut tirer par deux points donnés quelconques, ainsi une ligne du second ordre, ou section conique, sera tirée par 5 points, une ligne du troisième ordre par 9 points, une du quatrième ordre par 14 points et en général une ligne de l'ordre n pourra être tirée par $n\left(n+3\right)/2$ *points*

- *Car l'équation générale des lignes de cet ordre :*

  $$Ay^n+\left(B+Cx\right)y^{n-1}+\left(D+Ex+Fx^2\right)y^{n-2}+\left(G+Hx+Ix^2+Kx^3\right)y^{n-3}+\text{etc.}=0$$

- C*ontient* $n\left(n+3\right)/2$ + 1 *coefficients arbitraires A, B, C, D etc. Or chaque point donné, par lequel la courbe doit passer, fournit des valeurs données pour les coordonnées x et y, qui étant substituées donneront une équation. Donc* $n\left(n+3\right)/2$ *points donnés conduisent à autant d'équations, par lesquelles tous les coefficients A, B, C etc. seront déterminés et par conséquent la courbe même. Car quoique les coefficients soient d'un de plus, que les équations tirées de* $n\left(n+3\right)/2$ *points, puisqu'il s'agit ici du rapport mutuel entre les coefficients, il n'en faut que* $n\left(n+3\right)/2$ *équations pour déterminer tous ces rapports »*

- « *Proposition 2*

  … Cette proposition se doit entendre que le nombre des intersections de deux lignes courbes, dont l'une est de l'ordre m et l'autre de l'ordre n, ne peut être plus grand que mn, bien qu'il soit souvent plus petit : quelques points d'intersectiom ou s'éloignant à l'infini, ou devenant imaginaires. La démonstration de cette proposition n'est pas si aisée et j'en parlerai plus amplement dans la suite ce ce discours

- La vérité de ces deux *propositions étant reconnue, je rapporterai les conséquences qu'on en tire et qui paraissent contradictoires. Ensuite je ferai voir le défaut, qui se trouve dans ces conséquences, qui consiste dans une fort subtile précipitation du raisonnement, laquelle n'étant pas si facile à découvrir, nous doit rendre extrêmement circonspects, principalement dans les autres sciences, afin que nous ne nous laissions pas séduire par de semblables contradictions apparentes...*

  Enfin je mettrai dans tout son jour la manière dont il faut entendre ces deux propositions, en y appliquant une certaine restriction nécessaire, laquelle étant remarquée, toutes les contradictions, quelques solides qu'elles ayent pu paraître, évanouiront tout d'un coup et on s'apercevra de la plus belle harmonie entre ces deux propositions.. . »

- « *Réflexion*

  Je dis, pour commencer des cas les plus simples, qu'il peut arriver que deux équations ne sont pas suffisantes pour déterminer les valeurs de deux inconnues, quoique toutes les deux entrent dans chacune de ces deux équations et n'y occupent qu'une seule dimension. Car on n'a qu'à regarder ces deux équations

$$3x - 2y = 5 \text{ et } 4y = 6x - 10$$

  on voit qu'il n'est pas possible d'en déterminer les deux inconnues... C'est pourquoi, quand on dit que pour déterminer deux quantités inconnues, il suffit d'avoir deux équations, il faut joindre à cette proposition cette restriction que ces deux équations soient différentes entr'elles ou que l'une ne soit pas comprise dans l'autre, et ce n'est qu'avec cette restriction que la dite proposition puisse être admise »

- Les 4 diapositives précédentes sont des extraits du mémoire de Leonhard Euler *Sur une contradiction apparente dans la doctrine des lignes courbes* [E.147], 1750

Lettre no.6 du
11 novembre 1744
de Gabriel Cramer
à Leonhard Euler
[R 462]

Extrait de la [Lettre 6] de cette correspondance du 11 novembre 1744
G. Cramer à L. Euler. Transcription faite à Bâle au BEZ

« Monsieur,

Votre chere Lettre est venue augmenter les plaisirs que je goute à la Campagne où la saison des Vandanges m'a attiré et me retient encor. Je dois regarder le tems que j'ai donné à la correction de votre Excellent Ouvrage, comme emploié bien avantageusement, puisqu'il me procure l'avantage d'une liaison aussi précieuse pour moi, que celle que je me flatte que vous voudrez bien permettre que je continue à entretenir avec vous. Heureux, si je pouvois m'en rendre digne. J'ose du moins vous assurer que si l'estime la plus parfaite et un véritable attachement peuvent suffire pour cela, il ne manquera rien de mon côté. Et cela est assurément bien juste, puisque tous les autres talents se trouvent du Vôtre.»

Après bien des hésitations, dans sa [lettre 4 du 30 septembre 1744], Cramer a renoncé à surveiller la publication du nouveau manuscrit d'Euler *Introductio in analysin infinitorum* ou *Introduction à l'analyse des infiniments petits*

2 raisons y font obstacle

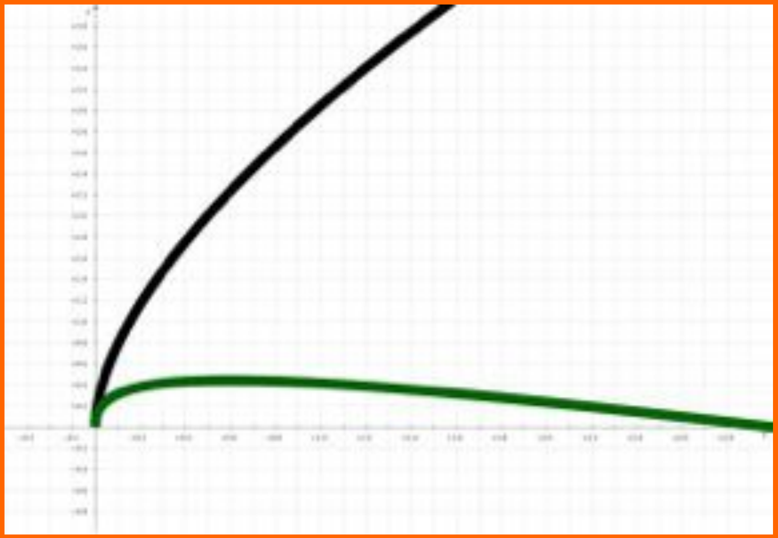
- D'une part son grand nombre d'occupations
- D'autre part il a composé 4 ou 5 ans avant cette demande un essai *Introduction à l'Analyse des lignes courbes* qui porte en partie sur le même sujet

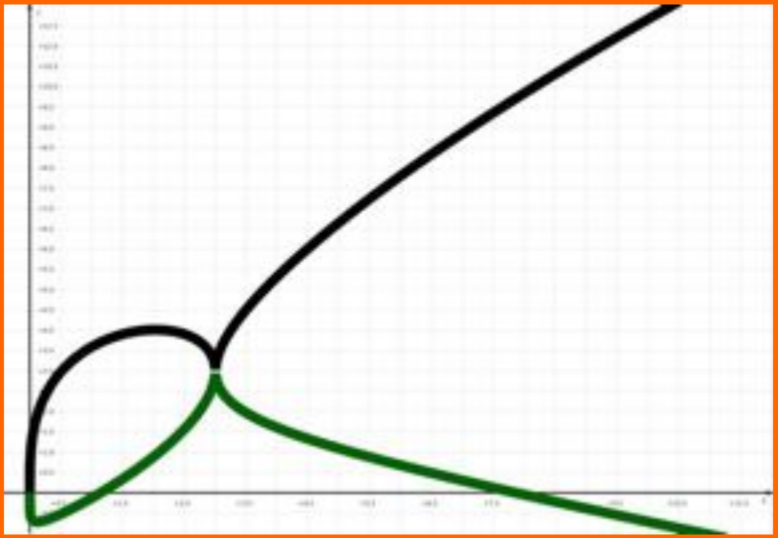
« Le point de rebroussement de la seconde espéce est un véritable Paradoxe. Il est bien vrai que les raisons de Mr de Gua ne m'avoient pas paru tout à fait demonstratives: c'est pourquoi je n'en avois rien dit, me contentant de passer cette espèce de point sous silence dans l'énumeration des diverses sortes de points doubles. Mais je vous avouerai pourtant que, comme vous, j'etois fort prévenu contre l'éxistence de ces points-là, n'en aiant jamais trouvé avant celui que Vous m'indiquez. J'ai fait tout mon possible pour chicaner votre Courbe. »

$$y = \sqrt{ax} \pm \sqrt[4]{ax^3}$$

$$y = \sqrt{ax} \pm \sqrt[4]{ax(x-b)^2}$$

Extraits de la Lettre no.6 du 11 novembre 1744 de G. Cramer à L. Euler





$$y=\sqrt{ax}\pm\sqrt[4]{ax^3}$$

$$a=3$$

$$y=\sqrt{ax}\pm\sqrt[4]{ax(x-b)^2}$$

$$a=3 \text{ et } b=3$$

Les 2 courbes précédentes qui présentent un point de rebroussement de seconde espèce ou à bec d'oiseau, tracées à l'aide d'un logiciel de dessin

L'expression « point de rebroussement » apparaît dès 1694, dans une lettre de Johann Bernoulli à L'Hôpital. Elle y désigne un point singulier où la ligne courbe devient pour ainsi dire point et où la tangente commune sépare les deux branches de cette ligne. L'Hôpital adopta ce concept et introduisit des points de rebroussement « de la seconde espèce », dans le voisinage duquel la ligne prend la forme d'un bec d'oiseau

Euler dans sa [lettre 5] présente à Cramer un exemple de ligne courbe du quatrième degré présentant un tel point de rebroussement

$y^4 - 2xy^2 + xx = x^3 + 4yxx$ qui se réduit à $y = \sqrt{x} \pm \sqrt[4]{x^3}$

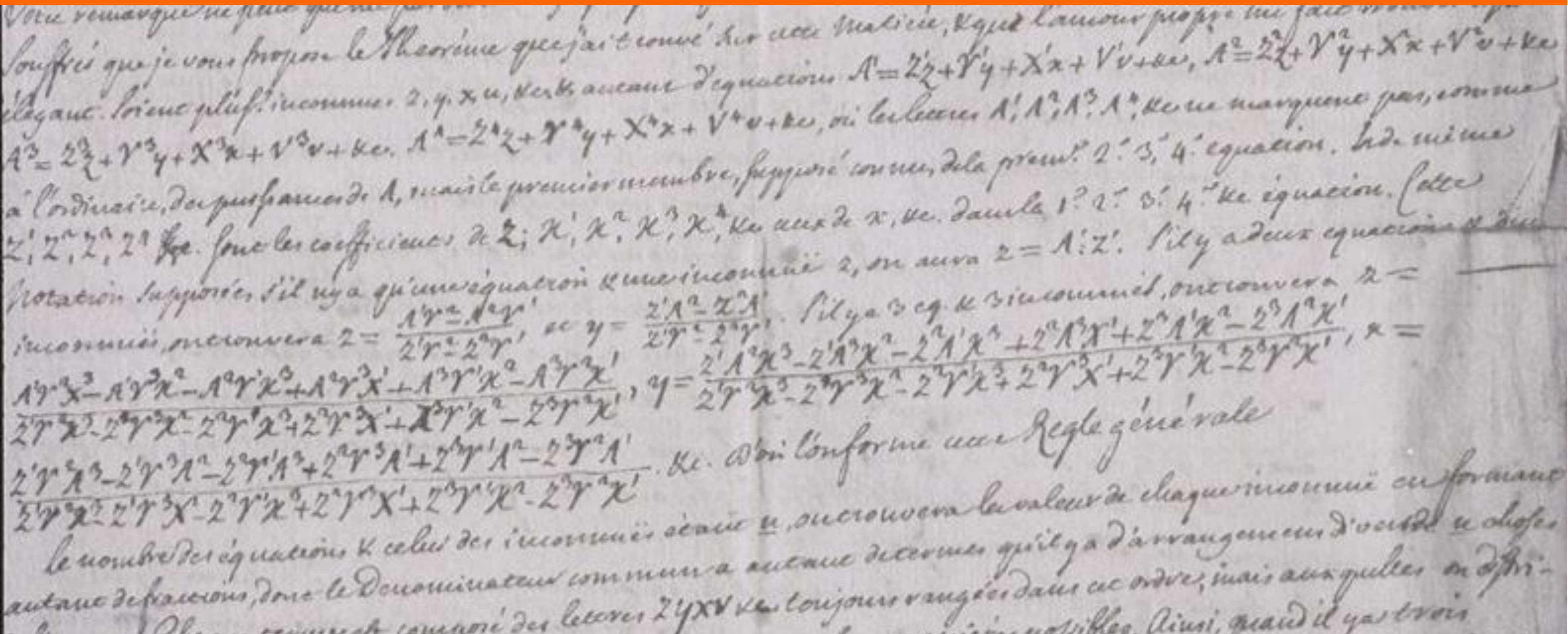
Extrait de la Lettre no.6 du 11 novembre 1744 de G. Cramer à L. Euler

« Il semble qu'à proprement parler l'équation de votre Courbe soit moins $y^4 - 2xy^2 - 4x^2y - x^3 + x^2 = 0$ *que* $yy - 2y\sqrt{x} + x - x\sqrt{x} = 0$*, qui se trouve en multipliant les équations particulières des deux branches* $y - \sqrt{x} - \sqrt[4]{x^3} = 0$ *et* $y - \sqrt{x} + \sqrt[4]{x^3} = 0$*. Car l'équation* $yy + 2y\sqrt{x} + x + x\sqrt{x} = 0$*, qui multipliant* $yy - 2y\sqrt{x} + x - x\sqrt{x} = 0$*, donne l'éq[uation] rationelle* $y^4 - 2xy^2 - 4x^2y - x^3 + x^2 = 0$*, n'exprime que des branches imaginaires. On diroit même qu'il y a ici une espèce de hazard. Car si, voulant dégager cette eq[uation]* $y = \sqrt{x} + \sqrt[4]{x^3}$ *des incommensurables, on eut transposé* $\sqrt{x}$ *et élevé les deux membres* $y - \sqrt{x}$*, et* $\sqrt[4]{x^3}$ *au quarré quarré, on auroit eu* $y^4 - 4y^3\sqrt{x} + 6yyx - 4yx\sqrt{x} + xx = x^3$ *et transposant derechef* $y^4 - 6yyx + x^2 - x^3 = \left(4y^3 + 4yx\right)\sqrt{x}$*, ce qui étant quarré auroit donné* $y^8 - 4y^6x + 6y^4x^2 - 2y^4x^3 - 4y^2x^3 - 12y^2x^4 + x^4 - 2x^5 + x^6 = 0$*, qu'on croiroit facilement etre l'équation d'une seule Courbe* qui auroit au sommet un point d'osculation, et qui seroit celle que forment les 2 Paraboles $y^4 = x^3$ et $yy = x$ entières. »

Extrait de la Lettre 6 du 11 novembre 1744 de G. Cramer à L. Euler

« Je viens à la description des lignes algebriques par un nombre de points donnez, ou, ce qui revient au même, à la recherche de plusieurs indeterminées par le moien d'autant d'équations, où ces indeterminées ne montent qu'au premier degré. Votre remarque ne peut que me paroitre très juste, puisqu'elle s'acorde entierement à ce que j'avois pensé sur ce sujet. Souffrés que je vous propose le Theorème que j'ai trouvé sur cette matière, et que l'amour propre me fait trouver assés élégant. »

Extrait d’une page manuscrite de la lettre de Gabriel Cramer à Leohnard Euler
11 novembre 1744, sixième lettre de cette correspondance



Photographie de l’original, Bernoulli-Euler-Zentrum Bâle

Résolution d'un système d'équations linéaires par la méthode de Cramer

Soit le système de 3 équations à 3 inconnues :

$$\begin{cases} 2x + 7y + 1z = 828 \\ 18x + 2y + 8z = 45 \\ 9x \qquad + 4z = 52 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 & 7 & 1 \\ 18 & 2 & 8 \\ 9 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 828 \\ 45 \\ 52 \end{pmatrix} \Leftrightarrow A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 828 \\ 45 \\ 52 \end{pmatrix}$$

Les coefficients et les constantes de ce système sont les 17 premiers chiffres constituant le nombre d'Euler e = 2,7182818284 5904523536 0287471352 66249…

Notons $A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 1 \\ 18 & 2 & 8 \\ 9 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ la matrice des coefficients du système

Le déterminant de la matrice vaut $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 7 & 1 \\ 18 & 2 & 8 \\ 9 & 0 & 4 \end{vmatrix} = -2$

Calculer ensuite les déterminants Δ_1 , Δ_2 et Δ_3 dans lesquels les colonnes 1, 2 et 3 de Δ sont successivement remplacées par les constantes du système :

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 828 & 7 & 1 \\ 45 & 2 & 8 \\ 52 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 8172 \quad \text{d'où } x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{8172}{-2} = -4086$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 828 & 1 \\ 18 & 45 & 8 \\ 9 & 52 & 4 \end{vmatrix} = 59 \quad \text{d'où } y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{59}{-2}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & 7 & 828 \\ 18 & 2 & 45 \\ 9 & 0 & 52 \end{vmatrix} = -18413 \quad \text{d'où } z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-18413}{-2} = \frac{18413}{2}$$

La solution du système proposé est $S = \left\{ \left(x; y; z \right) = \left(-4086; -\frac{59}{2}; \frac{18413}{2} \right) \right\}$

Extrait de la Lettre 19 de L. Euler à G. Cramer

Berlin, 2 novembre 1751

« *Plus que je considere la maniere d'exprimer Vos formules pour les facteurs des racines des équations, plus j'en admire les avantages qu'elle fournit dans cette espece de récherches, et je ne doute pas qu'une semblable methode de s'exprimer ne soit propre à porter toute l'algebre à un plus haut degré de perfection* »

Malade, Cramer n'eut pas la force de répondre à cette dernière lettre. Il mourut le 4 janvier 1752

Ce que Cramer et Euler ignoraient, c'est qu'un mathématicien japonais avait déjà esquissé une même règle avant 1683

Après la mort de Cramer, Daniel Bernoulli écrivit à Jean Jallabert

«*J'ai perdu un Ami intime; Votre Ville et notre Suisse ont perdu un de leurs plus beaux Ornements et toute l'Europe un savant de premier Ordre, né pour augmenter et pour perfectioner les Sciences. C'étoit non seulement un illustre, mais encore un aimable Savant.*»

Toutes les lettres de Cramer à Euler
- à une exception près dont nous ne connaissons que le brouillon conservé à Genève - se trouvent avec presque tout ce qu'Euler a laissé en manuscrits aux archives de l'Académie Russe des Sciences à St-Pétersbourg

Conclusion

L'histoire des Opera Omnia

- Projet plus que centenaire (1907) et international
- Travaux d'Euler en ligne http://eulerarchive.maa.org/
  maa = Mathematical Association of America
  - les 865 écrits du savant
  - scans de lettres, dont la correspondance Euler – Goldbach, en langue originale
  - des commentaires et des références
- En 2013, difficultés à trouver des scientifiques et des historiens scientifiques bénévoles et compétents pour éditer le reste de la correspondance et les manuscrits
- La publication électronique offre néanmoins la perspective de rendre un jour tous les écrits d'Euler accessibles à la communauté scientifique

Références

Académie suisse des sciences naturelles : http://www.scnat.ch/

Bernoulli-Euler-Zentrum Bâle : http://www.euler-2007.ch/ va devenir
http://www.bez.unibas.ch/

Bodenmann Siegfried « *La République des sciences vue à travers le commerce épistolaire de Léonhard Euler* », *Dix-huitième siècle* 1/2008 (n° 40), p. 129-151.
URL : www.cairn.info/revue-dix-huitieme-siecle-2008-1-page-129.htm

Dictionnaire Historique de la Suisse : http://www.dhs.ch/

Editions Birkhäuser : http://www.birkhauser.ch/

Emil Fellmann & **Hans Christoph Imhof,** *Die Euler-Ausgabe - Ein Bericht zu ihrer Geschichte und ihrem aktuellen Stand*, Jahrbuch Überblicke Mathematik, N.S. 3 (1993), p. 185-198

Euler Leonhard, *Correspondance*, Collection : Leonhard Euler, Opera Omnia, Vol. 4A / 7 , Sous Collection : Commercium epistolicum , les 4 éditeurs du Vol. 4A 7 sont :
Siegfried Bodenmann, Vanja Hug, Mirjana Ilic et Andreas Kleinert, ISBN 978-3-7643-8743-3, env. 600 pages, à paraître en juin 2015 aux éditions Birkhäuser à Basel

Euler Leonhard, http://math.dartmouth.edu/~euler/, *les travaux d'Euler en direct*
The Euler Archive is directed by Dominic Klyve (Central Washington University), Lee Stemkoski (Adelphi University), and Erik Tou (Carthage College), and is hosted by the Mathematical Association of America

Euler Leonhard, http://eulerarchive.maa.org/, Article E65, *Methodus,* Lausanne 1744

Henry Philippe, *Leonhard Euler, incomparable géomètre*, éditions Médecine et hygiène, Genève, 2007

Kleinert Andreas (Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, Germany) and **Mattmüller Martin** (Bernoulli-Euler-Zentrum Bâle), *Leonhardi Euleri Opera Omnia : a centenary project*, Newsletter of the European Mathematical Society, September 2007, Issue 65, ISSN 1027-488X, p.25-31

Schumacher Mireille, *Leonhard Euler, un mathématicien universel*
Metz 2012, P2-32   http://www.apmep.asso.fr/Ateliers-du-lundi-matin,4800

Sigrist René, *Correspondance scientifique du XVIIIème siècle. Présentation d'une méthode de comparaison*, Revue suisse d'histoire, vol.2, 2008, pp.147-177
SGG-SSH: SZG