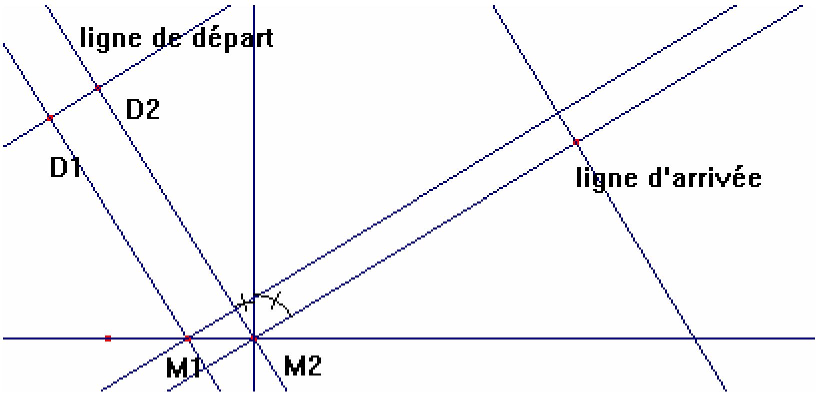
Atelier AJa8 Une éruption de problèmes Claude Gachet
COMPTE RENDU DE L'ATELIER « ERUPTION DE PROBLEMES »

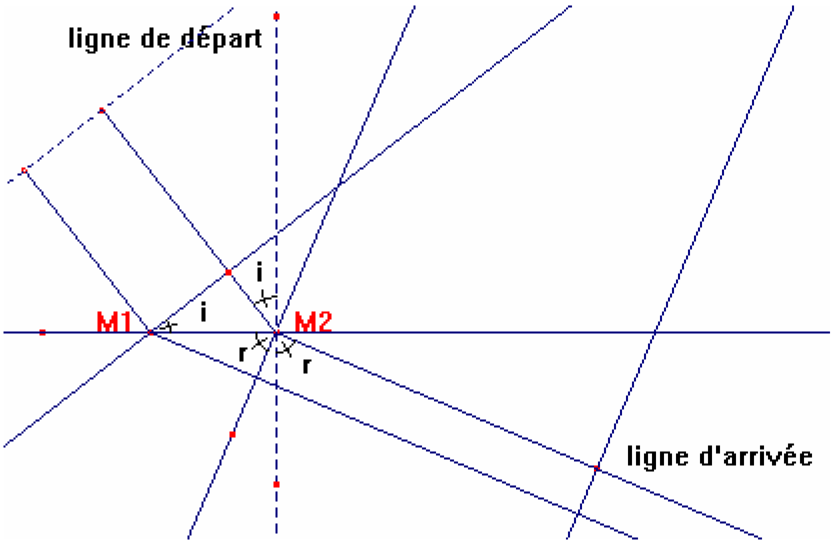
Trois situations « courantes » pour lesquelles nous envisagerons des modèles accessibles aux élèves :
répartition des barrettes sur le manche d'une guitare : présenté comme recherche d'une unité commune.
les marées : comment connaître la hauteur d'eau à une heure donnée?
elles produisent des courants ; quelle influence ont-ils sur la direction des bateaux ?

Le but de cet atelier était de présenter des situations, pouvant servir à rendre opérationnelles des connaissances mathématiques acquises, voire éventuellement à introduire ces connaissances. Dans chaque exemple le minimum de renseignements est donné ; en souhaitant que chacun en prenant connaissance de la situation exprime le besoin de tel ou tel renseignement ; charge au responsable de fournir ces renseignements s'ils apparaissent nécessaire après discussion.

La première situation présentait une course entre deux concurrents suivant deux trajets parallèles jusqu'à une ligne puis repartaient en suivant à nouveau des trajets parallèles. La question était de savoir si les trajets étaient équitables.



Il s'avère que les trajets suivis sont de même longueur si et seulement si « l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion » .
Le deuxième aspect partait de la même idée mais cette fois les concurrents couraient dans le sable jusqu'à la ligne qu'ils franchissaient avant de courir dans l'herbe (donc avec des vitesses différentes).



Là encore nous retrouvons l'égalité des trajets, égalité en temps cette fois, si et seulement si. $\frac{\sin(i)}{v_1} = \frac{\sin(r)}{v_2}$.

Ces lois de la réflexion et de la réfraction sont au programme de physique de seconde.
N'entre en jeu dans cette étude que des notions de géométrie vue en troisième.
Pour aller plus loin dans ce domaine vous pouvez visiter le site Académie de Grenoble Planète Maths

La deuxième situation demandait s'il était possible de rentrer dans le port de La Rochelle en cet après-midi du 26 octobre aux environs de 16 heures dans une embarcation nécessitant 4 mètres de hauteur d'eau. L'idée était de tester plusieurs idées pouvant venir naturellement ; par exemple un modèle affine par morceaux, un modèle sinusoïdal, un modèle en créneau… Bien sûr le temps ne nous a pas permis de tous les étudier ; c'est dommage parce que la mise en place du modèle affine permet de travailler sur les équations de droites. Nous avons pris plus de temps pour mettre en place le modèle sinusoïdal ; la recherche des paramètres est intéressante.
Enfin nous l'avons comparé avec ce que donne la « règle des douzièmes » très utilisée dans la navigation. Cette règle dit que pendant la première heure la mer monte de 1/12 de son amplitude totale, pendant la deuxième heur elle monte de 2/12, pendant la troisième heure elle monte d 3/12, puis à nouveau 3/12, puis 2/12, puis 1/12 (la marée durant environ 6 heures on arrive ainsi à la pleine mer). Durant la descente on se retrouve avec la même répartition.
Placer ces « points » sur la même représentation graphique que ce que donnait les autres modèles (à l'aide d'une calculatrice graphique) est instructif.

La troisième situation partait de l'observation de ce qui se passe lorsqu'une corde de guitare entre en vibration. On a constaté en déplaçant un doigt juste posé sur la corde qu'il y avait deux positions, l'une située au tiers de la longueur, l'autre située à la moitié, pour lesquelles la corde conservait un son qui n'était pas un bruit. D'où la mise en évidence de deux écarts naturels. Le premier est celui que l'on a dans la chanson « là-haut sur la montagne » entre le « là » et le « haut » ; il est caractérisé par le rapport 2/3 (la longueur de corde restant est égale à 1/3 de la longueur de corde initiale Le second est celui que nous avons dans « frère jacques » entre le « frè » et le « vous » de dormez-vous . il est caractérisé par le rapport ½.
La question posée est alors de trouver un « écart standard », qui puisse servir d' « écart unité » ; c'est à dire un écart qui superposé à lui-même plusieurs fois puisse donner les deux écarts découverts plus haut. Nous pouvons traduire cela par la recherche d'un rapport q et de deux exposants n et m tels que q puissance n soit égal à 2/3 et q puissance m soit égal à ½.
Ce problème a-t-il une solution ? Une petite étude arithmétique nous a dit que non. Reste à voir si nous pouvons trouver une solution approchée. On a q puissance (2n-m) qui est égal à 8/9 ; on s'aperçoit vite que 8/9 ne peut pas servir d'écart unitaire, mais que sa racine carrée convient approximativement. Il faut 7 écarts-unité pour obtenir le premier écart naturel, et 12 écarts-unité pour obtenir le second écart naturel. C'est effectivement le nombre de barrettes que nous comptons sur le manche de la guitare ; l'écart unité trouvé est le demi-ton.
Ces considérations peuvent paraître hermétiques mais si on prend le temps de travailler sur les enchaînements d'écarts on constate vite qu'ils se traduisent par des produits de rapports. D'autre part les logarithme peuvent beaucoup simplifier les choses puisqu'ils transforment ces produit en sommes ; alors la recherche d'une « unité » devient représentable sur une droite.

Je tiens à remercier tous les participants à cet atelier pour leur spontanéité et leur indulgence.

Claude Gachet