

Atelier AJa26

L'enseignement des mathématiques répond-il à un besoin? A une nécessité? A quelles conditions est-il utile¹ ?

Gérard Kuntz²

Tel qu'il se présente actuellement, l'enseignement des mathématiques ne répond pas à un besoin, encore moins à une nécessité ! Son utilité est plus que douteuse. Son efficacité (rapport entre son coût et les connaissances/compétences véritablement utilisables par ceux qui en ont bénéficié) est très faible, y compris dans les élites³. Mais on pourrait sans aucun doute poser le même diagnostic pour d'autres disciplines scientifiques et, de façon plus générale, pour l'ensemble des disciplines enseignées. Car le système d'enseignement français est, sous la pression sociale (angoisse de l'avenir, crainte du chômage), de plus en plus détourné de sa vocation première, éducative et formatrice, au profit d'une impitoyable (et discutable) fonction de sélection.

Une école de sélection, d'angoisse et d'ennui.

En effet, même si une partie des élèves tire son épingle du jeu, c'est au prix d'un inconfort, d'une angoisse⁴ et d'un désintérêt croissant pour les contenus enseignés⁵. L'obsession de ces « bons élèves » est de « réussir » coûte que coûte, fût-ce au détriment de la compréhension et du sens. Il existe pour cela des procédures bien huilées qui permettent d'obtenir des notes convenables aux évaluations (et bien sûr aux examens) sans que l'élève qui en est gratifié ait compris les questions essentielles. Un « bon élève » sait par ailleurs parler savamment d'un livre qu'il n'a pas lu⁶ ! Les technologies apportent à ces démarches douteuses une contribution décisive. L'élève branché sait étudier une fonction avec les seules procédures symboliques et graphiques de sa calculatrice. Point n'est besoin de savoir ce que signifie une dérivée ou une intégrale. Les sujets d'examen se gardent bien de poser des questions qui fâchent, de crainte de répéter le récent désastre des bien nommées « ROC⁷ ». Car il faut maintenir l'« avantage acquis », le magique 80% de reçus au baccalauréat, *quel que soit le niveau de connaissance des candidats.*

¹ Le fichier électronique de l'article permet une navigation aisée dans les nombreux liens proposés. Il est disponible à la demande (g.kun67@free.fr).

² Membre du comité scientifique des IREMs (g.kun67@free.fr).

³ Elles se font toujours une gloire d'être « nulles en maths ».

⁴ Voyez le pourcentage d'élèves qui se reconnaissent dans les affirmations suivantes, lors de l'enquête Pisa 2003 (**dans l'ordre** en France, Finlande et Pays-Bas) :

Je suis très tendu(e) quand j'ai un devoir de mathématiques à faire	53	7	7
Je deviens très nerveux(se) quand je travaille à des problèmes de mathématiques	39	15	16
Je me sens perdu(e) quand j'essaie de résoudre un problème de mathématiques	39	26	17
Je m'inquiète à l'idée d'avoir de mauvaises notes en mathématiques	75	51	44

⁵ Voir « Libres opinions » dans le bulletin de l'APMEP n° 458, pages 427-432.

⁶ Un enseignant du Supérieur institutionnalise la méthode. Il revendique même de faire cours sur des livres qu'il n'a pas lus ! Avec les applaudissements complices des « intellectuels médiatiques ». Pierre Bayard, Comment parler des livres que l'on n'a pas lus. Éditions de minuit. Collection « Paradoxe », 198 p. 2007. 15 €. ISBN : 978.2.7073.1982.1

⁷ Restitutions Organisées de Connaissances.

Dans son livre « **La fabrique des meilleurs**⁸ », Patrick Fauconnier enfonce le clou : « *L'école de la compétition rend la société française peu solidaire et violente !* » Elle fonctionne comme *une raffinerie*, qui sépare les fluides de densités différentes. Elle se voue (dès l'école élémentaire) à « l'extraction des élites », elle raréfie le nombre de ceux qui entreprennent des études supérieures, elle amplifie les inégalités. Pourtant, elle pourrait ressembler à *une pépinière*, où les jeunes pousses grandissent dans toute leur diversité, les plus faibles étant soutenues par des tuteurs et objets de soins particuliers.

Elle méprise les écoles alternatives et l'enseignement professionnel. La « seconde chance » est des plus théoriques, malgré un budget de 22 milliards par an pour la formation continue, qui profite surtout... à ceux qui ont déjà une bonne formation initiale. Quant à la formation « sur le tas », mieux vaut ne pas en faire état si on veut garder la considération de ses amis.

La France est malade de son école et de sa sélection sauvage. Elle étouffe ses créateurs par ses rigidités, oublie les personnes handicapées, détourne le regard de ses « pauvres ». Elle laisse aux associations le soin du secours. A l'image de l'école, qui propose comme remède aux élèves en perdition un « soutien » illusoire (car trop tardif).

Voici encore ce qu'écrivait **François Dubet** dans le Monde de l'Éducation⁹ de juillet-août 2005 (page 86) :

« J'observe un appauvrissement de l'école, y compris de l'école maternelle. Et cela parce que la logique sélective descend de plus en plus tôt dans les apprentissages. Par exemple, l'âge de la lecture a pratiquement gagné un an. L'école étant devenue *le principal distributeur de positions sociales*, le sentiment prévaut qu'on n'a plus de temps à perdre. Pour ré-instaurer de la culture à l'école, il faudrait nous entendre sur *l'âge jusqu'auquel on suspend tout élément de sélection*. ».

On le voit, c'est *l'ensemble du système éducatif* qui dysfonctionne, et pas uniquement l'enseignement des mathématiques ! D'où les levées de bouclier de nombre d'enseignants de mathématiques quand le « Monde de l'Éducation » a titré « **La dictature des Maths** ». Des réactions d'autant plus véhémentes que beaucoup en sont restés au titre, provocateur à souhait...

Contrairement à ce qu'il laisse entendre, ce dossier n'est pas une charge contre les mathématiques, bien au contraire¹⁰. On y trouve une réflexion visant à redonner aux mathématiques la seule place qui leurs convienne, celle *de discipline de culture et de formation*. Alors que s'engouffrent dans les filières S des foules d'élèves peu (ou pas) intéressés par les mathématiques, qui cherchent simplement des classes « d'excellence ». Ce qui rend difficile un enseignement de qualité en mathématiques... Voici ce qu'on peut lire par exemple, dans l'introduction du dossier :

Bien inconfortable, le rôle des mathématiques dans l'enseignement secondaire ! À force d'être utilisé depuis trois siècles comme un outil de sélection permettant de dégager une élite, **cet enseignement si formateur** a tout bonnement perdu une partie de son sens... On n'étudie plus les mathématiques pour faire des études scientifiques, **mais pour se garder ouvertes les portes des Grandes Écoles**. Des voix se font entendre pour un repositionnement de cette discipline. Mais les inerties pèsent lourd dans un pays tourné vers le passé et fasciné par la sélection...

Car l'École française est malade de la sélection qu'elle impose dès le plus jeune âge, à la population qu'elle est chargée *d'instruire*. Avec un discours d'une extrême générosité : offrir l'excellence à tous ! Cela conduit à des programmes trop chargés et donc à un rythme insupportable pour la plus grande partie des élèves. J'ai analysé ce mécanisme pernicieux dans plu-

⁸ Patrick Fauconnier. Le Seuil, l'histoire immédiate. Avril 2005. ISBN 2-02-080216-3. 282 pages.

<http://publimath.irem.univ-mrs.fr/biblio/AVM05003.htm>

⁹ <http://publimath.irem.univ-mrs.fr/biblio/AVM05002.htm>

¹⁰ Pour ceux qui veulent s'en assurer et qui disposent de l'ADSL, ces textes scannés sont disponibles à la demande (g.kun67@free.fr)

sieurs articles¹¹. Il conduit, dès l'école élémentaire et le Collège, à de nombreux (et inefficaces) redoublements, au découragement, au décrochage scolaire et (pour une minorité) à la violence. Violence contre violence... L'enquête PISA 2003 et une étude française complémentaire¹² illustrent ce propos. Voici la conclusion de l'analyse que j'en avais faite :

L'école française privilégie « l'excellence » d'une partie de ses élèves au prix du décrochage de 40% de ses effectifs (100 points d'écart pour les 34.5% d'élèves ayant redoublé une fois ; plus de 150 points pour les 5.2% ayant redoublé deux fois), et d'une souffrance exceptionnelle de cette « élite ».

Le redoublement n'est en aucun cas un moyen de rattrapage. Il laisse ceux qui en « bénéficient » sur une orbite basse. Durablement.

L'école obligatoire a un problème considérable avec près de 40% de sa population : le rythme imposé, le volume de connaissances proposé, l'ambiance d'évaluation et de sélection permanentes décroche ces élèves du peloton de tête. Il suffit d'être un peu lent, d'avoir des problèmes qui absorbent l'énergie, de refuser la souffrance infligée, de ne pas être suivi par une famille attentive et « au courant » des bonnes filières » (ou de cumuler plusieurs de ces handicaps), pour se trouver à la traîne, loin des « très bons ». Et cela produit un gâchis de talents, le désespoir de ceux qui sont pris au piège, leur révolte et au bout de la route, bien des violences.

Parce que notre école obligatoire pense trop fort (exclusivement ?) au lycée, elle sacrifie une grande partie de ses enfants et suscite même le désamour de ses plus brillants sujets pour l'école. Les Finlandais ont fait d'autres choix. Moins élitistes, plus modestes, ils préfèrent proposer des activités mathématiques supplémentaires (sous forme de clubs mathématiques et de rallyes par exemple) à ceux qui trouvent intérêt et plaisir aux mathématiques. Il sera temps d'être plus ambitieux lorsque des élèves choisissent des carrières scientifiques.

A l'autre bout de l'échelle, dans les Grandes Écoles où se retrouve l'élite si chèrement dégagée de la « gangue », le doute commence à poindre sur son excellence : des cris d'alarme ont été lancés.

De nombreux étudiants de ces écoles scientifiques n'ont plus le niveau mathématique indispensable pour entreprendre une carrière de chercheur. Pour Roberto Di Cosmo (Université Paris VII), les mathématiques constituent un outil essentiel pour un programmeur ou un « ingénieur système ». Sur quatre vingt étudiants, une vingtaine seulement maîtriseraient ces outils fondamentaux.

Laurent Decreusefond (École Nationale Supérieure des Télécommunications, Paris) précise le trait : « La recherche et l'innovation technologique reposent de plus en plus fortement sur les dernières avancées théoriques, notamment mathématiques et physiques. Comme les écoles d'ingénieurs sont les dernières entités de formation théorique de leur cursus, il est de notre devoir de préparer un certain nombre de nos étudiants à acquérir ces connaissances. Comme les acquis d'entrée sont fragiles et très divers, et comme les besoins en sortie sont de plus en plus élevés, on conçoit aisément le désarroi des professeurs qui ne savent comment affronter cette situation de plus en plus alarmante.

Les Grandes Écoles doivent certes s'interroger sur leurs méthodes de formation en réhabilitant les savoirs fondamentaux et le travail personnel. Elles doivent aussi initier plus qu'elles ne le font actuellement leurs étudiants à la recherche. Néanmoins, tout ceci ne sera possible que si la situation au lycée et dans les classes préparatoires cesse de se détériorer. Il faudrait recréer par exemple, une réelle filière mathématico-physique en Terminale. »

On peut s'étonner de voir les très brillants sujets (sélectionnés à l'extrême !) en arriver là. Est-il impossible, durant les années où ils passent dans ces filières ou ces Écoles, de donner un complément de formation *aux (meilleur)s éléments* que la recherche attire ? « Ils se refusent à alourdir un cursus déjà chargé ». Sont-ils à ce point épuisés par leur parcours du combattant qu'ils aspirent à une vie enfin tranquille, au point de compromettre une carrière et d'abandonner toute idée d'inventer l'avenir ? Cela confirme une confiance un peu lasse de Jean-Pierre Bourguignon à propos de Polytechnique. « Dans cette École, à peine dix pour cent des étudiants *s'intéressent aux sciences...* ».

¹¹ Repères. Num. 60. p. 23-46. A chacun son Everest. Des voies nouvelles et diverses pour chacun, de sommet en sommet. **Texte en ligne** en <http://www.univ-irem.fr/commissions/reperes/consulter/60kuntz.pdf>

¹² Bulletin de l'APMEP. Num. 462. p. 105-117. Libres réflexions à propos du colloque franco-finlandais sur l'enseignement des mathématiques, à partir de l'enquête "PISA 2003".
<http://publimath.irem.univ-mrs.fr/biblio/AAA06008.htm>

Et si l'élite des Grandes Écoles cherchait, au bout d'un parcours universitaire *épuisant et inintéressant*, une position sociale *plutôt* qu'une carrière scientifique ? A son détriment même ?

Cet ensemble d'évidences est niée (ou minimisée) par ceux dont les enfants tirent leur épingle de ce jeu pervers. *L'ascenseur social n'est pas en panne pour tout le monde*¹³ ! Les groupes, qui connaissent les arcanes et les pièges du système scolaire, qui savent soutenir (voyez l'industrie des cours particuliers) et motiver leurs enfants tout au long du parcours d'obstacles que constitue la scolarité, qui leur apprennent à réussir sans vraiment s'intéresser ni comprendre, ceux là n'ont guère intérêt à ce que les choses changent... Mais peut-on longtemps imposer pareille injustice au plus grand nombre ? Peut-on vraiment se priver de tant d'intelligences laissées en friche ?

Un autre enseignement des mathématiques existe, je l'ai rencontré !

Ses contours sont en effet connus et décrits dans des textes (déjà anciens) facilement accessibles. Passons en revue **ceux qui sont en ligne**, particulièrement sur le site de l'APMEP.

« **Les mathématiques et l'enseignement que nous souhaitons pour les temps futurs** », charte votée par l'assemblée générale des adhérents de l'APMEP en 1992¹⁴.

Ce texte, qui mériterait d'être actualisé, dit pourtant l'essentiel. En voici un extrait :

« L'originalité et la force de l'activité mathématique résident dans son ancienneté et dans sa caractéristique d'être une discipline de l'esprit dont le contexte pauvre permet une forte capacité de généralisation et sert de support à une foule d'autres activités. Cela contribue à façonner un faisceau unique de qualités irremplaçables qui mettent les mathématiques au rang de discipline fondamentale en permettant :

- de structurer l'acte de penser à l'aide d'outils universels,
- d'élever le point de vue, d'élargir la vision. et d'approfondir le sens à l'aide d'abstractions fertiles,
- de mettre en évidence la puissance d'application des mathématiques dans de nombreux domaines, notamment par les modélisations,
- de contribuer au développement des capacités de jugement, de création, d'imagination, de rigueur, de sens critique, d'appréciation esthétique...
- de développer le sens de la discussion, la résistance à l'argument d'autorité.
- de reconnaître le « droit à l'erreur » dans la recherche et l'apprentissage...
- d'engendrer des activités qui font place au goût du rêve, du merveilleux, du jeu, aux côtés d'autres disciplines.

L'option Sciences¹⁵, dont l'APMEP défend la généralisation, donne corps à ces principes et propose aux élèves des activités intéressantes en elles-mêmes (indépendamment de toute évaluation), pour qu'ils découvrent le goût de la recherche et le plaisir de la connaissance. Voici donc une activité mathématique formatrice, donc utile pour la vie personnelle, économique et sociale !

Enseigner les mathématiques dans le cycle obligatoire : Quoi ? Pour Qui ? Pour Quoi ? Un dossier du comité scientifique des Irem¹⁶.

Ce dossier est particulièrement remarquable. Réalisé sous la direction de Jean-Pierre Kahane, il se compose d'une douzaine de textes courts qui tentent d'aller à l'essentiel. Allez voir ces textes, vous y trouverez de nombreuses « pépites » et vous percevrez un climat propice à des

¹³ Il suffit de voir la sur-représentation de certains groupes sociaux dans l'enseignement supérieur sélectif.

¹⁴ <http://www.apmep.asso.fr/spip.php?rubrique6>

¹⁵ <http://www.apmep.asso.fr/spip.php?rubrique102>

¹⁶ <http://www.univ-irem.fr/commissions/reperes/consulter/38conseil.pdf>

réformes profondes. Voici, à titre d'exemple, un extrait de la contribution de Raymond Duval :

Si les mathématiques sont intéressantes, ce n'est pas pour les belles choses qu'elles me montrent ou qu'elles construisent, ou pour les outils qu'elles fourniraient au consommateur, au citoyen, ou à quoi que ce soit d'autre que l'avenir voudra que je sois, c'est pour ce qu'elles me laissent lorsque je les ai abandonnées ou que j'en suis venu à les oublier complètement. Quoi donc ? Une certaine expérience qui fait que je ne regarde plus les choses comme avant, que je sens ma pensée devenue un peu plus puissante et un peu plus libre, même à l'égard des mathématiques, de leurs contenus, de leurs modèles, de leurs structures... Cela touche-t-il le raisonnement ou plutôt la diversification dans la manière d'organiser ses raisonnements, la capacité de visualisation, la souplesse dans les modes de représentation ou cette liberté d'expression que donne une meilleure maîtrise des discours ? Cela concerne-t-il le besoin de toujours saisir exactement la question et de quoi il est question avant de chercher à résoudre ou à dissoudre un problème, ou encore le sens du caractère intime et personnel d'une démarche intellectuelle un peu sérieuse ?

Allez donc savoir. Il n'y a pas à choisir, car tout cela se tient d'une certaine façon. Les mathématiques sont intéressantes si le peu de temps que l'institution scolaire impose d'y consacrer laisse un quelque chose de tout cela. Autrement...

Autre regard novateur porté sur l'enseignement des mathématiques, « **Démarche expérimentale et apprentissages mathématiques** », (texte collaboratif en ligne sur EDUCMATH¹⁷), explore divers aspects de **l'expérimentation**. D'innombrables réalisations en France et dans le monde montrent que c'est une voie féconde, pourvu qu'on l'envisage dans toute sa complexité. Les technologies y trouvent une juste place, sans prétendre remplacer l'indispensable démarche de démonstration. En voici les lignes de force :

Expérimenter en mathématiques, pratiquer la démarche expérimentale, ces expressions ont dans ce document un sens très précis. Il ne s'agit en aucun cas d'une manipulation qui serait en elle-même source de connaissance. L'expérimentation telle que nous l'entendons n'a de sens que par ses articulations avec la formulation (dimension langagière) et la validation (par la preuve). Le va et vient entre théorie et expérience est précisément ce qui caractérise la démarche expérimentale. Il n'y a pas d'un côté les aspects expérimentaux et de l'autre côté la preuve, entre lesquels il faudrait choisir.

Le défi pour l'enseignement est de développer des situations d'apprentissage qui permettent les allers-retours entre les deux. Si, comme l'affirme Paul Langevin dans "La pensée et l'action" : "Le concret, c'est de l'abstrait rendu familier par l'usage", les objets qui permettent l'expérimentation ne sont pas nécessairement des objets matériels. Ce sont des objets suffisamment familiers pour le sujet qui servent de domaine d'expérience pour construire des connaissances plus complexes. C'est par exemple le cas des nombres entiers et de leurs propriétés élémentaires pour la théorie des nombres.

A y regarder de près, les choses sont plus complexes encore. Expérimentation, formulation-interprétation et preuve, chacun des trois mouvements de la pensée peut rétro-agir sur les deux autres, créant de la sorte un réseau de "boucles de rétroaction" (boucles génératrices dans lesquelles les produits et les effets sont eux-mêmes producteurs et cause de ce qui les produit). Ainsi, l'échec d'une tentative de preuve peut amener à mieux tester la solidité de la conjecture née d'une expérimentation. Elle peut conduire à modifier la conjecture, voire l'expérimentation elle-même. Elle peut aussi inciter à imaginer d'autres chemins de preuve... De même, l'expérimentation mise en place pour cerner une question mathématique peut déboucher sur des résultats imprévus, surprenants, qui conduisent à des interrogations sur d'autres propriétés et sur de nouveaux domaines. Sur de nouvelles conjectures et tentatives de preuve.

Dans le cœur du sujet, voici « **De l'utilité d'une formation mathématique pour la vie économique et sociale**¹⁸ ». Les trois étapes d'un apprentissage des mathématiques solide et durable, *contextualiser, décontextualiser, recontextualiser et jeter des ponts*, avec la *déstabilisation dynamique* qui leur est associée, méritent une attention particulière. L'absence de toute *recontextualisation* dans l'enseignement actuel explique largement sa volatilité, donc *sa relative inutilité*.

¹⁷ <http://educmath.inrp.fr/Educmath/etudes/experimentation-math/>

¹⁸ http://irem2.u-strasbg.fr/spip/article.php3?id_article=90. Le fichier Word téléchargeable est proposé sur le site.

Enfin, je recommande un bouquet de *textes très éclairants* à propos **des enquêtes PISA**¹⁹, curieusement boudées par les enseignants français.

On le voit, un autre enseignement des mathématiques est possible²⁰. Ses contours sont clairement dessinés. Moins stupidement « encyclopédique », moins obsédé d'évaluer et d'exclure que d'intéresser et de former les élèves, moins angoissant pour tous et révélateur du potentiel scientifique de chacun, cet enseignement est vraiment *nécessaire, indispensable et enfin utile* dans la vie personnelle, sociale et professionnelle. Cette forme d'enseignement permet, elle aussi de dégager une « élite », moins épuisée au terme du parcours et qui garde un véritable intérêt pour les mathématiques et les sciences.

¹⁹ <http://publimath.irem.univ-mrs.fr/cgi-bin/publimath.pl?r=PISA&b=biblio>

²⁰ Les autres disciplines sont, elles aussi, concernées par ce défi.