

La technologie

Animateur : G.H. CLOPEAU

Rapporteur : GABOREAU

Clopeau rappelle que la technologie permet d'appliquer les mathématiques nouvelles, et que d'autre part, elle fournit des situations mathématiques. Il cite des exemples de liaison avec les mathématiques :

1. La mesure et les approximations, la motivation des calculs.
2. Les méthodes d'analyse à propos des situations en technologie :
 - analyse descriptive (langage des ensembles) ;
 - analyse fonctionnelle (graphes) ;
 - hiérarchisation (logique d'agencement) ;
 - stratégie : montage, démontage (relations d'ordre) ;
 - algèbre de Boole.
3. Présentation de la géométrie en quatrième, à partir de la translation, et en troisième à partir de la rotation, ce qui permet d'introduire dès le départ les outils mathématiques définitifs (espaces vectoriels).
4. Bonne compréhension du processus de mathématisation, évitant de confondre le modèle, entièrement connu, et la réalité, qui nous échappe.

Puis la Commission confirme longuement les termes de la motion élaborée en 1971 lors des journées de Toulouse (cf. Bulletin n° 280, page 609).

Une discussion a lieu sur l'esprit dans lequel la Commission Lagarrigue envisage l'enseignement de la technologie. Il semble que sa composition (grand nombre de scientifiques de haut niveau) lui fasse moins valoriser l'"objet", et par contre s'intéresser beaucoup plus à la pureté de la démarche scientifique. Une consultation de personnes directement intéressées par l'enseignement de la Technologie est néanmoins amorcée.

Une inquiétude se manifeste au sujet des divergences entre la technologie dans l'enseignement général (technologie de l'objet) et l'enseignement technique (technologie d'un métier). On regrette également la diminution de l'importance du dessin : artistique, qui cherche à reconstituer la réalité, et industriel, au contraire conventionnel et pratique.

En conclusion, la Commission rappelle que la technologie, par essence pluridisciplinaire, impose une communication entre physiciens, mathématiciens, professeurs du technique, etc. Elle émet le voeu de voir se créer dans chaque I.R.E.M. une équipe de concertation entre les disciplines concernées.

Langue naturelle et langage mathématique; éléments de comparaison

Animateurs : J. PLAZY et J. ROUAULT

I — Introduction

1) Aspect linguistique

Le présent travail prend la suite de celui publié dans le Bulletin de l'A.P.M. n° 280 et intitulé "Problèmes posés par les liens possibles entre les enseignements de la grammaire et les mathématiques dans le premier cycle du second degré".

Nous avons alors proposé une structure destinée à rendre compte du fonctionnement de la phrase : cette structure, dite de dépendance, est en fait une arborescence dont les sommets sont étiquetés par les mots de la phrase et dont les arcs sont étiquetés par les relations syntaxiques liant ces mots.

2) Aspect mathématique

Il est remarquable de constater que certains ouvrages d'enseignement utilisent un concept très proche du précédent, pour rendre compte de la structure de certaines expressions du langage mathématique : expressions arithmétiques ou algébriques, par exemple.

3) Conséquence

L'idée qui nous a guidés pour élaborer ce travail réside dans cette convergence : le même concept formel peut rendre compte de la structure d'une phrase écrite en langue naturelle aussi bien que de la façon dont est construite une expression mathématique.

Nous sommes donc partis de cette structure de dépendance et nous avons cherché à l'utiliser pour cerner les points de convergence, ainsi que les points de divergence, entre langue naturelle et langage mathématique. Cependant, nous n'avons nullement recherché l'exhaustivité : l'outil de comparaison ne permet certainement pas d'y arriver.

4) Note

Signalons en passant que les structures de dépendance sont utilisées dans l'analyse automatique des langues naturelles ainsi que dans celle des "expressions arithmétiques" des langages de programmation.

II — Rappels

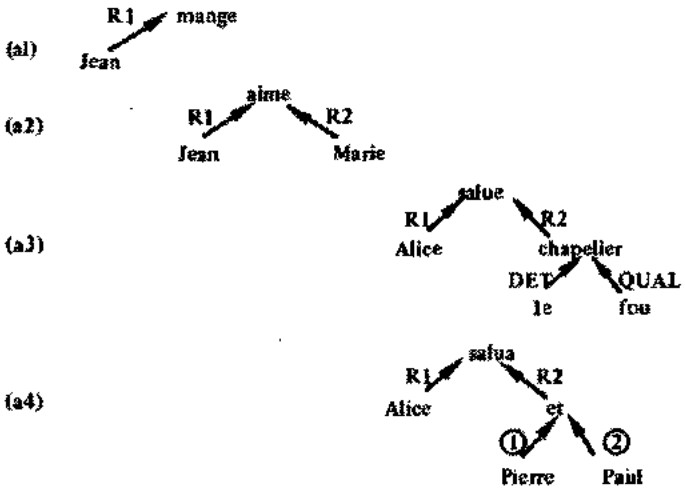
1) Structure de dépendance en langue naturelle

Nous ne donnons pas ici une définition formelle des structures

utilisées. Nous nous contentons de rappeler les éléments qui sont indispensables à la compréhension de ce texte.

- Une structure de dépendance est une arborescence dont les noeuds et les arcs sont étiquetés.
- Les noeuds sont étiquetés par les unités lexicales présentes dans la phrase dont on veut rendre compte.
- Les arcs sont étiquetés par des relations :
 - . R1 à R5
 - . CIRC (p) où p est une préposition
 - . DET, QUAL, etc...
 - . ①, ②, ... ②

Exemples :



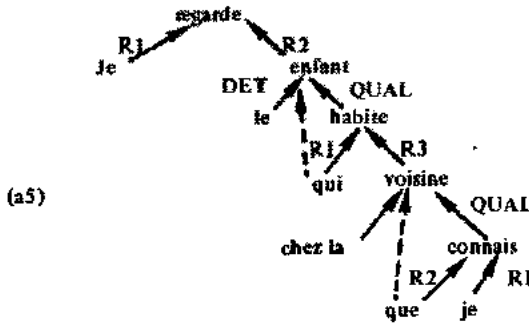
Remarque :

Les exemples (a3) et (a4) sont différents. Ceci est dû à l'étiquette du noeud 1. Dans le cas (a4), en effet, cette étiquette est "et". Cet élément ne peut normalement coordonner que des syntagmes de même fonctionnement. A partir d'eux, il engendre un syntagme de même fonctionnement que les coordonnées.

Exemple :

Adj + "et" + Adj → Adj
 N + "et" + N → N

etc...



Remarques :

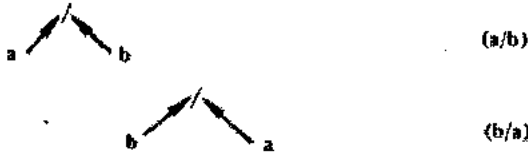
1) Ces structures obéissent à la règle de projection : on disposera les flèches de telle sorte que l'ordre linéaire de la phrase puisse être restitué par projection sur un axe horizontal.

2) Deux arcs ne peuvent se croiser.

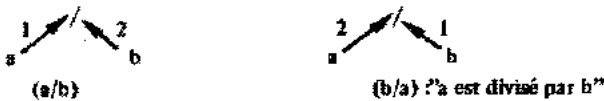
3) Les flèches en pointillé indiquent une relation entre unités lexicales. Dans l'exemple (a5), elles localisent l'antécédent du pronom.

2) Structure de dépendance en mathématiques

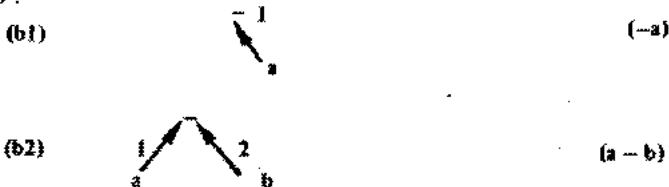
Pour les besoins de ce travail, nous sommes amenés à modifier les structures utilisées habituellement. Dans les utilisations habituelles des structures de dépendance, on n'étiquette pas les arcs de l'arborescence, et l'on a par exemple :

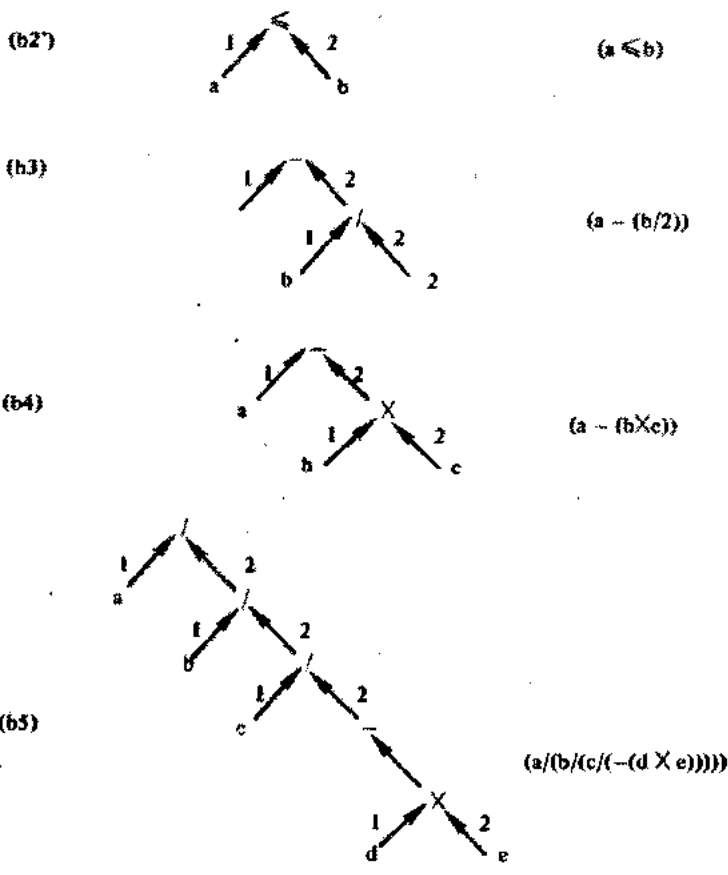


Nous adoptons une notation qui, étiquetant les arcs, introduit dans le langage mathématique une souplesse analogue à celle des langues naturelles. Nous considérons donc comme distinctes les deux structures :



Exemples :





3) Notes

a — Dans ce qui précède, il y a manifestement une parenté de structure entre exemples de même numéro (cf. par exemple a1 et b1). C'est à partir de là que nous procédons à la comparaison.

b — Une difficulté apparaît cependant ici : elle est liée à la distinction opérateur/opérande dans le langage mathématique. Cette distinction se traduit par le fait que seuls les opérandes peuvent apparaître aux feuilles. Il est difficile d'imaginer une telle distinction en langue naturelle, tout au moins au niveau des unités lexicales. Cependant, le fonctionnement des unités lexicales dans une phrase permet de constater que certains mots ne peuvent se trouver aux feuilles de l'arborescence : verbes à un mode personnel, "et", ...

Remarque sur langue et métalangue :

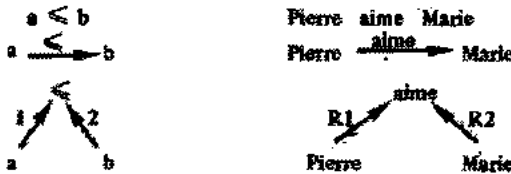
L'introduction d'unités lexicales de la langue dans un discours écrit dans la métalangue modifie évidemment ce qui vient d'être dit.

Exemples :

“La relation “ \leq ” est transitive”

“Le grammairien supprime “et” et “car” dans sa phrase”

c — Pour éviter d'être mal compris, nous voudrions insister sur le fait que les R_i , $CIRC(p)$, etc ... sont effectivement des relations, au sens mathématique du terme. Le seul problème réside dans leur interprétation. Pour nous faire comprendre, établissons le parallèle suivant :



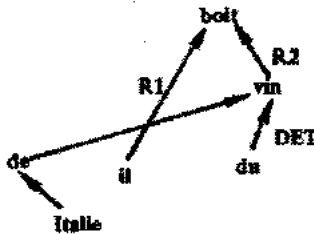
On met ainsi en évidence le caractère syntaxique des relations introduites. Toute autre interprétation est dangereuse, et notamment l'assimilation automatique d'un verbe à la caractérisation d'une relation.

III — Comparaison ne faisant intervenir que la syntaxe du langage mathématique

1) Existence en langue naturelle de phrases qui ne sont pas représentables par une structure de dépendance

Exemples :

- “L'avion et la voiture sont des moyens de transports aérien et terrestre.
- “Pierre et Jean achètent respectivement un cheval et une alouette”
- “D'Italie, il boit du vin”



Admettre cette représentation revient à s'autoriser le croisement des flèches. Ce qui viole la convention posée au II. 1 (remarque 2).

2) Ambiguïté

Le langage mathématique est non-ambigu : à chaque expression, on ne peut associer qu'une seule structure.

La langue naturelle est souvent ambiguë, *au niveau syntaxique*. A une phrase donnée, on peut fréquemment associer plusieurs structures.

Exemple :

“Le boucher sale la tranche”



Note : Ne pas confondre ceci avec l'ambiguïté dite sémantique, qui repose sur le fait qu'un mot a plusieurs sens.

Autres exemples :

“La berge plus élargie découvrait les soubassements des murs des jardins qui avaient un escalier de quelques marches descendant à la rivière” (BALZAC — Madame Bovary)

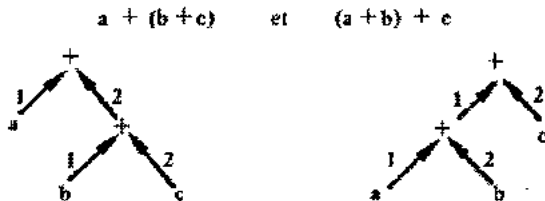
“J'aime la soupe de ma soeur qui est froide”

“Le cheval du paysan qui est noir”

3) *Problèmes de valence : nombre de flèches aboutissant à un noeud donné*

La comparaison met ici nettement en évidence la souplesse des langues naturelles ... ou le caractère rigide de la syntaxe du langage mathématique.

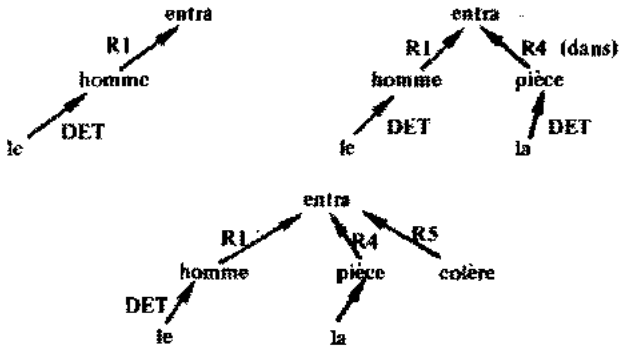
Rappelons que nous ne prenons pas en compte ici les propriétés mathématiques des opérations. Ainsi, nous considérons comme distinctes les deux expressions :



Dans ces conditions, la valence d'un opérateur mathématique est généralement fixée à la seule valeur 2. Exception : le signe “—” a 1 ou 2 comme valence.

En langue naturelle, la valence d'un verbe est très variable. De plus, on peut lui rattacher un nombre quelconque de circonstanciels.

Exemple :



etc, jusqu'à un cas limite comme :

“La foudre entra, comme par hasard, avec un hideux éclair, par la fenêtre ouverte, dans l'appartement, à l'instant même”.

(VILLIERS DE L'ISLE ADAM)

Remarque : Du point de vue qui nous occupe, il convient de se méfier des simplifications d'écriture qui sont génératrices d'ambiguïtés.

Exemple :



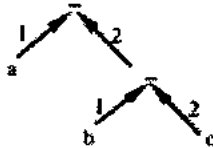
peut s'interpréter soit comme :

$$(a - b) - c$$



soit comme :

$$a - (b - c)$$

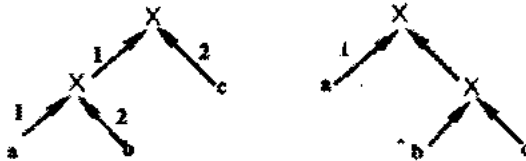


IV — Comparaison faisant intervenir les propriétés mathématiques des opérateurs

1) Associativité

Fréquente en mathématiques, elle paraît n'exister dans la syntaxe des langues naturelles que par l'existence de la structure de monoïde, qui ne nous intéresse pas ici.

En mathématiques, cette propriété permet une plus grande souplesse du langage. En effet, les deux structures suivantes :



étant équivalentes (même interprétation), peuvent être résumées en :



2) Commutativité

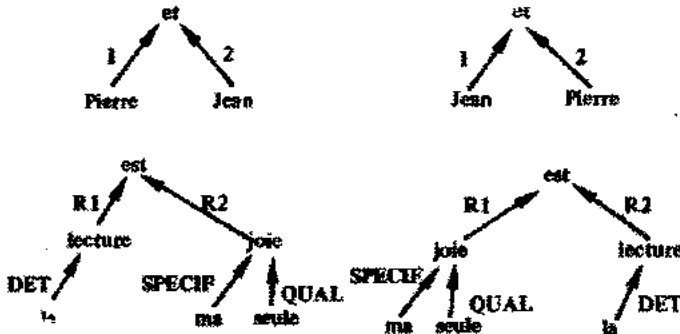
— En mathématiques :



sont équivalentes (même interprétation), si l'opération est commutative. On peut alors ne pas numéroter les flèches.

— En langue naturelle, la commutativité est rare, et elle ne joue jamais parfaitement.

Exemples :

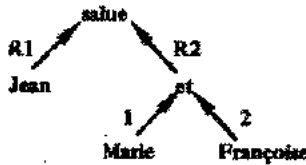


3) Distributivité

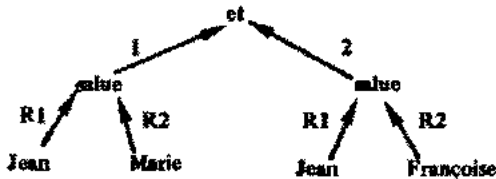
— En mathématiques, elle permet de conclure à l'équivalence des deux structures :



— En langue naturelle, elle joue rarement, et quand elle joue, elle ne conduit pas à une équivalence. Ainsi, la structure :



recouvre, *entre autres*, la suivante :



V — Problème : Chomsky ou Tesnière ?

Nous avons le choix, au départ, entre la théorie de Chomsky ("Grammaire générative") et celle de Tesnière ("Dépendances").

La première suppose l'existence de catégories syntaxiques (Syntagme nominal, Syntagme verbal, ...); la seconde se fonde sur les relations entre groupes de mots.

Nous avons préféré cette deuxième démarche : elle met davantage en évidence le fonctionnement dynamique de la phrase en même temps qu'elle donne lieu à une structure plus "intuitive". De plus cette structure nous paraît rendre mieux compte de la réalité linguistique profonde.

Du point de vue pédagogique, notre choix relève plutôt du pari (raisonné ...) que de la science pédagogique. Seules des recherches approfondies en psycholinguistique peuvent apporter une solution à ce problème.

Techniques pédagogiques dans le premier cycle

Animateur : CHABRIER

"Contribuer au bonheur du petit d'homme"

Walusinski

Esprit de ce groupe de travail et objectifs

— Ne pas séparer artificiellement pédagogie et contenu mathématique ; bien au contraire, étudier les relations réciproques entre les deux domaines.

— Insister particulièrement sur des techniques vivantes, concrètes, expérimentales, avec des preuves à l'appui, non pas pour les présenter comme "modèles" mais pour *ouvrir les problèmes*, après avoir déblayé le terrain.

— Tenter de convaincre ceux qui restent étrangers ou allergiques aux techniques pédagogiques, soit qu'ils ne croient qu'au contenu, soit qu'ils nient l'existence de la pédagogie, soit plus simplement qu'ils n'en ont jamais eu la moindre connaissance.

— Tenter de pondérer la théorie selon laquelle la pédagogie serait strictement "affaire de personnalité".

— Tenter de déceler à travers les modes, les engouements, les habitudes, ce qui est valable, ce qui est perfectible, ce que l'expérience a révélé comme convenable ; à travers l'évolution constante de la pédagogie, appréhender non pas des méthodes rigides mais des techniques vivantes et souples.

— "Le reste" (en parlant de tout ce qui n'est pas le contenu scientifique) "n'a pas à venir après". Après signifie souvent : jamais ...

— Dégager des exposés de l'animateur, des questions des participants, des débats, le maximum de conclusions concrètes à porter à la connaissance de tous les adhérents de l'A.P.M., du Comité National et du Bureau National de l'A.P.M., des Commissions pédagogiques nationales de l'A.P.M.

— Dégager enfin de ces conclusions concrètes un ensemble de données d'ordre pédagogique s'inscrivant dans les lignes directives de la Charte de Caen, et complétant les travaux de Dijon au plan des finalités, de l'organisation scolaire, et des Commissions pédagogiques nationales, régionales et départementales de l'A.P.M.

Première partie : Travaux libres de mathématique

Dans la période transitoire que nous vivons avant une adoption, plus ou moins complète, des propositions de l'A.P.M. sur l'organisation scolaire, la recherche, l'expérimentation, il nous faut prendre conscience de cette forme d'activité des élèves.

Les travaux libres s'inscrivent :

- dans le "nouveau style éducatif" dont il est question page 386, dans "Une nouvelle étape ..." issu des Journées de Dijon.
- dans l'objectif du développement de la créativité chez les élèves (comme chez les maîtres).
- dans "la rénovation profonde de la gestion de la classe".
- dans "la contagion novatrice sans laquelle ne sera pas débloqué le système actuel" (page 387).
- dans le secteur "innovation" (heures de soutien, d'options, d'activités dirigées, de clubs).
- dans le système *Noyau-Thèmes* qui a été défini à Dijon.
- dans l'objectif des échanges interdisciplinaires.
- dans le développement réel de la recherche pédagogique, non seulement au plan établissement, mais par des échanges entre équipes à tous les niveaux.
- dans l'objectif de la mise en route d'une équipe du premier cycle (voir annexe IV, pages 392 et 393).

Le but poursuivi dans ce groupé de travail est de prouver que les travaux libres, bien que ne pouvant pas, dans le système actuel, s'appliquer pleinement, sont parfaitement possibles. C'est la base des collègues qui doit prendre conscience de cette possibilité très réelle, dont il faut espérer qu'elle sera appliquée en plein un jour.

Essai de définition des travaux libres

Activités libres en ce sens qu'il ne s'agit pas de devoirs avec énoncés, à rendre à date fixe, avec questions imposées, ni de fiches dirigées ou à formule souple, ni de travaux dirigés.

Malgré tout, il y a un thème, un centre d'intérêt, qui n'est pas toujours celui qui est actuellement en cours. Le maître est animateur, impulseur ; il ne fait que suggérer.

Formules possibles de travaux libres

1. Exercices libres

Exemples en sixième :

- Trouver des exemples de relations.
- Trouver des exemples de couples de naturels, au moment de la construction de Z (avec $a > b$, $a < b$, $a = b$).

Exemples en cinquième :

- Trouver des exemples de liens verbaux de relations, déjà plus élaborés qu'en sixième.
- Exemples de divisions euclidiennes.

- Exercices libres de calculs sur les puissances dans N .
- Exercices libres de calculs sur Z .

Exemples en quatrième :

- Exercices libres complémentaires de calculs sur D .
- Exercices libres sur le groupe des puissances de 10.
- Exemples variés libres de suites décimales illimitées.
- Exercices libres d'addition dans R , de multiplications dans R .
- Travail libre (court) sur des exemples de bijections de D sur R (droite euclidienne).

2. *Petits "dictionnaires"* de mots mathématiques faits par l'élève.

3. *Résumés, formulaires faits par l'élève*

L'expérience m'a prouvé que cette technique, pratiquée dès la sixième, amène les élèves à des connaissances très solides.

Exemple : en quatrième, on arrive ainsi aisément à faire comprendre ce qu'est un groupe (tout autrement qu'en le citant formellement, dans un "océan fichiste").

4. *Liaisons spontanées faites par les élèves avec la Géographie et l'Instruction civique ; liaisons impulsées par les deux collègues*

Si, dès la sixième, on donne à l'élève l'habitude de réfléchir librement au quantitatif, à l'espace et au temps, quand il est en géographie comme quand il est en mathématique ; si ces liaisons sont judicieusement impulsées et voulues d'un commun accord par les deux collègues ; on s'aperçoit que ces liaisons spontanées existent.

Exemples en sixième : Précisions sur les notions souvent imprécises données en géographie de latitude et de longitude. Applications spontanées multiples des notions d'ensemble, sous-ensemble. Multiples applications des relations et du diagramme cartésien d'une relation. Calculs simples sur populations, densités de populations. Echelle d'une carte.

Exemples en cinquième : Développement des liaisons faites en sixième. Calculs de densités (application des propriétés des quotients et non plus "barrière des zéros" !). Pourcentages (correctement compris). Relations en géographie et relations en mathématique. Habitude des ordres de grandeur.

Exemples en quatrième : Eviter les monstruosité bien connues comme $1 \text{ cm} = 200 \text{ t}$. Calculs approfondis de pourcentages (en instruction civique). Exercices numériques sur les monnaies européennes. Aider les élèves à vaincre les difficultés de spatialisation. Intégrer, de concert (par exemple en un cours commun), le raisonnement ensembliste ou rela-

tionnel à la compréhension de la géographie. Exemple : schéma des parties d'un pays. Développement des liaisons faites en sixième et en cinquième, correction des erreurs, réduction maximum des carences.

5. *Liaisons spontanées et liaisons impulsées entre mathématique et histoire.*

- . Lectures historiques sur l'histoire de la numération, en sixième et en cinquième (voir anciens livres de Queysanne et Revuz) : les travaux libres sur ces lectures seront autrement productifs qu'une lecture monotone et dont les élèves ne retireraient presque rien.
- . Examens de portraits de mathématiciens (voir Brédif).
- . Explications *élémentaires* données aux élèves qui le demandent. Exemples : Descartes — Newton — Calcul infinitésimal (en quatrième) — Chasles (en quatrième) — Thalès (en quatrième) — Euclide (surtout en sixième et en cinquième).
- . Réduction des difficultés de situation dans le temps.
- . Exercices relationnels sur le temps en sixième et en cinquième.

6. *Liaisons spontanées et liaisons impulsées entre mathématique et français.*

Le but majeur est d'éviter l'irréparable et de ne pas bloquer les élèves pour une difficulté de langage.

Exemples en sixième : Il existe déjà des fiches simples sur les mots : le, un, emploi de ET et OU, à propos de l'intersection et de la réunion de deux ensembles, les, des. Travaux libres de formulation, en français, de propriétés étudiées en mathématique. Exemple : Propriété fondamentale de la différence dans N . Le collègue de français peut corriger les phrases, puis les comparer, et enfin indiquer les tournures les moins lourdes. Etude de mots : réflexivité — transitivité — commutativité — associativité.

Exemples en cinquième : Exemples de liens verbaux plus élaborés, en français, de relations. Etude en commun du comparatif et du superlatif en grammaire. Etude des mots ou expressions : et, ou, le, les, des, un, tout, si, quel que soit, pourtant (voir le Brédif de cinquième et les exercices).

Exemples en quatrième : En collaboration avec le professeur de français et de latin, étude des mots : associativité — commutativité — distributivité — extrêmement et infiniment (pour les suites décimales illimitées à ne pas confondre avec les décimaux ayant "beaucoup de chiffres") — incidence — abscisse — intersection.

7. *Liaisons avec le dessin, le travail manuel.*

Contrairement à certaines opinions qui se prévalent de l'existence de la "géométrie propre" veulent absolument éliminer le dessin géométrique, les manipulations, nous pensons, bien au contraire, qu'il faut absolument développer, par une pédagogie active, ces activités dès la sixième. L'enfant doit prendre très tôt conscience des moments où il faut des manipulations et des moments où il faut de la mathématique. Justement, les travaux libres, par leur spontanéité, leur impact plus profond, sont de nature à lui donner de saines habitudes.

8. *Exercices étendus.*

L'expérience démontre très concrètement que le thème judicieusement développé sur un exercice étendu (dans le temps — et dans sa structure) intéresse les élèves et donne — sur toute une classe — des résultats vraiment intéressants par la quantité, l'acharnement (notamment au calcul), à partir du moment où l'élève, la classe, n'ont plus les carcans de la date de remise — du temps limité.

Exemples en sixième : Premiers calculs libres sur les bases de numération.

Exemples en cinquième : Calculs sur les puissances dans N.

Exemples en quatrième : Calculs à la main pour approcher $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$.
Addition dans R.

Exercices sur les bijections de D sur R (droite euclidienne).

9. *Travaux libres sur les relations*

Les travaux libres bien impulsés sur les relations sont de nature, l'expérience le prouve, à éviter de nombreux écueils, déjà "classiques".

- 1 La "patatite" et la "nouillite" car l'enfant ne retient que le "jeu" du dessin agréable. Au contraire, les travaux libres sur tout un tas d'exemples qui, petit à petit, dégageront nettement l'idée de produit cartésien et de graphe, permettront une compréhension saine.
- 2 La simple répétition, par les travaux libres, de symboles comme $f(x)$ et d'expressions comme : l'image par f du nombre x , sera bien meilleure qu'une connaissance verbaliste et formelle de la chose.
- 3 L'enfant doit inventer des relations lui-même. Il faut absolument l'y habituer. "Les belles relations toutes cuites" des fiches, des manuels, ou du professeur, ne suffisent pas. Les relations sont un domaine immense, un véritable univers pour le développement de l'esprit de créativité des élèves. Beaucoup de professeurs de sixième, cinquième, quatrième, troisième, devraient se rendre, dans leur C.E.S., dans les

classes de leurs collègues de sixième et cinquième de transition, et verraient comment les élèves arrivent à trouver des relations.

Ainsi, les travaux libres sur les relations seront une excellente occasion pour apprendre aux élèves à chercher, et pour ne plus entendre "ils ne mordent pas", "ils ne font rien".

10. Figures géométriques libres.

a) L'objectif

Puisqu'il faut absolument faire de la géométrie propre au niveau de la quatrième, le problème fondamental est d'y préparer les élèves en sixième et en cinquième (et encore plus depuis l'école primaire). Penser qu'"il ne faut pas faire de "géométrie" en sixième et en cinquième" est excessivement grave si, — comme il est fort à craindre — on comprend très mal, dans le premier cycle, le vrai problème de la géométrie.

b) Les faits

. C'est d'abord un fait hélas ! vérifié trop souvent, que la partie du programme actuel de sixième portant le titre "Etude d'objets géométriques et physiques donnant lieu à mesure" est : soit éliminée par faute de temps, — soit bâclée, — soit faite dans l'état d'esprit ancien, — soit le plus souvent, inachevée par faute de temps. Situation analogue et souvent pire en classe de cinquième.

. C'est ensuite un autre fait que bon nombre de collègues se refusent à faire une partie dont ils disent : 1) qu'elle n'est pas mathématique, 2) qu'elle contredit le programme de quatrième (exemple : définition du parallélogramme ...), 3) qu'elle a été faite au CM₁ et au CM₂.

. C'est ensuite un troisième fait dont l'expérience d'une première année d'enseignement en quatrième démontre la gravité : les élèves ont d'immenses difficultés en géométrie en quatrième, dans les classes faites encore traditionnellement, en dépit des nouveaux programmes.

Faire disparaître, en sixième et en cinquième, toute manipulation d'ordre géométrique, toute pratique des figures géométriques, apparaît excessivement dangereux, au moins pour six raisons :

1ère raison : Ce serait contraire à l'intérêt des élèves allant plus tard dans les C.E.T. ou les L.T.

2ème raison : Ce serait tarir toute possibilité de faire précéder la géométrie propre de travaux pratiques de compréhension en quatrième. Exemple 1 : manipulations sur les graduations de la droite physique, précédant la droite euclidienne. Exemple 2 : pratique réelle, beaucoup plus considérable, plus profonde, que ce qu'on croit habituellement, des innombrables "traquenards" et blocages, au plan élevé, nés des incom-

préhensions, du manque de pratique, sur points — segments — demi-droites — droites. Exemple 3 : exploration du plan physique.

3ème raison : Ce serait tarir tout esprit de recherche d'ordre géométrique, handicapant ou bloquant toute possibilité de faire des problèmes de géométrie propre en quatrième et troisième.

4ème raison : Ce serait oublier les étapes naturelles de la formation de la formation de la pensée mathématique chez l'enfant (voir Dienes).

5ème raison : Ce serait, très malheureusement, maintenir le défaut bien connu de l'enseignement traditionnel en géométrie dans le premier cycle, à savoir son inefficacité notoire et la préparation de lendemains bien sombres aux malheureux ainsi peu nantis, passant dans le second cycle.

6ème raison : Ce serait maintenir l'enseignement de la Technologie dans une infériorité notoire (à part de très rares endroits). Vouloir exclusivement confier les manipulations d'ordre géométrique aux maîtres de technologie serait excessivement dangereux, car on couperait ces manipulations de l'enseignement de la mathématique. Il faut au contraire construire une liaison scientifique réciproque entre les deux.

c) Les figures géométriques

Les manuels, les fiches, sont traditionnellement beaucoup trop pauvres en figures géométriques. De même qu'on apprend à nager à la mer ou à la piscine, on apprend la géométrie en faisant et en étudiant de très nombreuses figures. On a vu heureusement récemment des réactions contre cette carence.

Exemples : 1) Collection Mauguin cinquième (travaux dirigés : fiches 27 à 32)

2) Brédir de troisième avec 118 pages comportant une ou des figures géométriques.

On fera donc faire et étudier, en classe, le maximum de figures géométriques (en espérant qu'un jour le ministère accordera en sixième, cinquième, quatrième et troisième, une heure de plus en mathématique).

d) Les figures géométriques libres

L'utilisation exclusive de la figure géométrique imposée, voire rigide "dictée", la figure de problème, la figure du bel exposé ex cathedra, la figure rare, voilà les ennemis ! ! !

Les figures géométriques libres, construites autrement que par le professeur, les figures "inventées" par les élèves, les figures répétées, refaites "encore mieux", voilà ce qu'il faut.

Exemples :

en sixième :

1) figures faites en liaison avec le professeur de géographie : sphère terrestre — ligne des pôles — équateur — méridiens — parallèles — latitude — longitude.

2) représentants assez nombreux de la classe d'équivalence de segments.

3) figures libres permettant de détruire, dans toute la classe, les séquelles de confusion entre segments, droites, demi-droites, et les ignorances.

en cinquième :

1) A quoi servira une étude concrète du cube, ou une étude ensembliste abstraite (paires de droites, paires de plans ...) si l'enfant ne construit pas lui-même et n'étudie pas réellement force cubes !!

2) Multiplier les exemples comme celui, excellent, de Queysanne et Revuz, de cinquième (page 197).

3) Figures libres sur demi-plans.

4) Figures libres nombreuses sur repérages, quadrillages, avec l'emploi de papier millimétré. Exemple : chemins sur un quadrillage.

5) Figures libres, après utilisation de matériel, ou fabrication par les élèves, pour les objets simples de l'espace.

6) Ensembles convexes (voir Caparros cinquième (Bordas) pages 136, 137, 138, 139 — Galion cinquième fiches 62, 63, 64).

Les figures géométriques libres une fois faites devront être l'occasion, en classe (ou en prolongement du travail libre) d'un approfondissement de la notion de relation (Exemple : relations entre les faces d'un solide — Galion cinquième, fiche 59).

en quatrième :

1) De préférence à des introductions peut-être remarquables pour les professeurs (je dirai que ce sont des "cures" de rajeunissement et de "nettoyage"), au sujet des constatations et de la mathématisation, et à un passage brutal et non naturel, pour l'élève, à la droite euclidienne (précédé par une étude dirigée de la bijection entre l'ensemble des points d'une droite physique et \mathbb{R}), il vaut beaucoup mieux :

— De très nombreuses manipulations et études sur les graduations de la droite physique, suivies de figures libres et études libres de l'élève.

— L'étude du changement de sens.

— L'étude du changement d'origine, dans les mêmes conditions.

— La compréhension, à partir de nombreux exemples trouvés librement par les élèves, des deux familles de bijections.

— Le passage, encore libre, et non imposé, au modèle mathématique.

2) Connaissant bien, depuis longtemps, les difficultés des élèves du premier cycle pour comprendre et appliquer la relation de Chasles, j'ai

été amené à constater que la démonstration provenant de la définition moderne de la mesure algébrique d'un bipoint passait fort bien. Mais j'estime que cet avantage serait bien perdu, si l'on n'apprenait pas vraiment aux élèves une application réelle. Voici ce que j'emploie :

le travail libre consistant à faire choisir *librement* la lettre intermédiaire par l'élève, un nombre assez grand de fois, avec figures libres associées.

On ne comprend vraiment une chose que si on l'écrit soi-même plusieurs fois et librement.

3) Est-il réellement souhaitable qu'en quatrième des leçons entières comme : étude des bijections entre l'ensemble des points d'une droite physique et \mathbb{R} , ordre sur la droite, premiers axiomes du plan mathématique, parallélisme, projections, se déroulent sans figure, ou avec une seule figure ?

Comment le professeur peut-il s'attendre à un succès même relatif en donnant des exercices ou des épreuves de contrôle, après de pareilles leçons ?

Les figures libres sont *l'unique moyen d'assurer* le succès des élèves, après, bien entendu, des leçons émaillées de travaux pratiques avec figures plus ou moins dirigées. Voir Queysanne — Revuz, quatrième, pages 234-235.

4) Enfin, si, bien entendu, du point de vue de la géométrie propre, les choses sont maintenant très bien établies, il n'en reste pas moins que l'axiome et le théorème de Thalès ne passeront jamais, au plan élèves, convenablement, pour une masse importante — avec un nombre restreint de figures. Justement, il faut absolument profiter de la magnifique simplicité apportée par l'exposé nouveau pour multiplier les travaux dirigés, les exercices, *et les travaux libres avec figures libres et études libres.*

5) De même pour la construction de barycentres de deux points, la symétrie par rapport à un point, le parallélogramme.

En résumé, on va vers un échec, vers une catastrophe appelée à prendre des proportions de plus en plus considérables (dans les classes de type I comme dans les classes de type II) si l'on se méprend sur les qualités remarquables de la structure du nouvel exposé, et si l'on oublie les exigences pédagogiques pour les enfants de cet âge qui, — ainsi que Dienes le dit — doivent passer nécessairement par les six étapes du développement de la pensée mathématique. Il est à craindre que géométrie propre, pour certains, signifie : "absence de figures" ou du moins "réduction du nombre des figures". Au stade de la quatrième, il n'y a rien de plus faux. Une cause de l'échec de la géométrie traditionnelle était d'ailleurs aussi le nombre ridiculement faible des figures réellement *pensées* par l'élève. Bien entendu, dans les figures libres, seront propo-

sées les figures ensemblistes (voir Galion quatrième, fiches 34, 35, 36, 37, 48, 49, 50, 51). Il y a là une méthode sérieuse et séduisante à exploiter en travaux libres.

Je me permettrai, pour terminer ce paragraphe volontairement important sur les figures géométriques libres, de citer M. Roumieu, directeur de l'IREM de Montpellier, dans son ouvrage de géométrie pour les professeurs du premier cycle : "Je me suis efforcé de présenter un exposé déductif fondé sur des axiomes très "naturels". Ce qui signifie que ces axiomes doivent être l'énoncé précis de propriétés déjà familières aux élèves, soit parce que ces propriétés sont très intuitives, soit *parce que de nombreux exercices de dessin les ont mises en lumière*".

11. *Travaux libres sur l'histoire des mathématiques*

Les élèves font les recherches eux-mêmes. Il suffit de proscrire la compilation. Exemples : à propos du diagramme cartésien, faire rechercher des renseignements sur Descartes. Le but est d'amener les enfants à constater que la science s'est construite progressivement. Il est bon, alors, d'établir une liaison avec le programme d'histoire. Autre exemple : histoire du nombre π .

12. *Dialogues libres avec le professeur*

Si, malheureusement, ces dialogues libres sont difficiles ou bien trop rares actuellement, et si, comme il faut l'espérer, Jeanne Bolon finira par avoir raison et amènera le ministère (avec nous tous) à repenser complètement le cadre de l'emploi du temps, et à réserver de larges moments au dialogue réel professeur-élève, il n'en reste pas moins vrai qu'on peut et qu'on doit préparer ce nouveau style éducatif.

- . On ne peut bloquer un élève qui désire le dialogue.
- . Il faut lui répondre, lui donner satisfaction, immédiatement.
- . Un travail libre écrit est l'excellente occasion de l'épanouissement d'une intervention — même si elle se révèle peu productive et à fortiori, si elle décèle des aptitudes.

13. *Travaux libres stimulés par la promesse d'expositions de travaux ou d'utilisation.*

- . Exposition pour les parents.
- . Utilisation pour les professeurs recyclés à l'IREM.
- . Affichage dans la classe avec utilisation (formulaires — résumés).

14. *Participation des élèves à des séances d'animation pour instituteurs.*

J'ai constaté que les instituteurs prenaient un très vif intérêt à voir,

sur le vif, travailler des élèves de sixième ou de cinquième. Il en résulte d'intéressantes confrontations sur le plan psycho-pédagogique. Il est d'autre part certain que l'instituteur voit ainsi, très concrètement, ce que sont : les travaux dirigés, les travaux de groupes, les travaux libres, le travail sur fiches.

Quant aux élèves, cette forme de travail libre les stimule sérieusement.

Après cet exposé sur 14 formules de travaux libres effectivement expérimentés depuis trois ans au C.E.S. de Rémoulins, les questions suivantes sont posées par quelques-unes des 37 personnes ayant choisi ce groupe de travail :

1ère question. Peut-on souhaiter la prise en charge d'un élève ayant des difficultés, par un élève brillant en classe, et au dehors ? Bien sûr. La formule des travaux libres le permet aisément. L'expérience prouve que l'élève faible s'améliore mais il faut impulser les travaux libres sur une grande durée.

2ème question. Les élèves se regroupent-ils par affinité, ou travaillent-ils individuellement ? Le travail est fait en dehors de la classe, l'horaire étant insuffisant, d'où difficultés de regroupements. Cependant, des enfants habitant le même village ou la ville peuvent se grouper. Dans une permanence, les élèves peuvent se grouper, dans une classe, pour leurs travaux libres. Si certains élèves veulent faire, quelquefois, un travail libre individuel, ils le font, bien entendu.

3ème question. Pourquoi a-t-on omis de parler d'une liaison possible avec les sciences d'observation ? Réponse : c'est un oubli, bien involontaire. Il est donc possible de trouver 15 formules de travaux libres.

Anecdote pour la détente : Ayant assisté à un cours sur l'oignon, en sixième, j'ai constaté que ce cours me faisait penser à la différence entre l'objet réel et la représentation faite au tableau et prise par les élèves. Sur le champ, je leur ai dit de faire le rapprochement entre les sciences et la mathématique, avec un ensemble et sa représentation par un diagramme de Venn ou de Carroll. J'ai constaté que, grâce à l'oignon (!), les enfants avaient à jamais franchi les difficultés qui, précédemment, dans le premier trimestre de sixième, arrêtaient quelques-uns. L'objet réel et son image dans un diagramme étaient désormais bien distingués.

4ème question. Travaux libres possibles d'Informatique. Des études à ce sujet ont été ou vont être faites dans certains IREM. Il faut qu'elles soient publiées. Il faudra s'adapter aux enfants de sixième, cinquième, quatrième ou troisième.

5ème question. Travaux libres possibles de probabilités. S'adresser à M. Hennequin, professeur à Clermont-Ferrand, qui a fait un exposé sur une expérience faite aux U.S.A. avec des enfants de 5 à 6ans. J'ai été heureux d'enrichir ainsi ma propre expérience. Je pense faire, en troisième, l'an prochain, des travaux libres sur la programmation linéaire (bien élémentaire, bien sûr) et sur machines (fournies par l'IREM).

6ème question. Travaux libres en liaison avec le travail manuel.

Réponse : on rencontre des difficultés car le professeur de T.M.E. ne connaît pas la mathématique. Cependant, il peut intervenir dans la fabrication de cartonnages, de matériels simples (bases), de fiches perforées, de cartes perforées ...

Intérêt des travaux libres pour les élèves.

Une constatation expérimentale, fréquemment renouvelée, est que, dès le moment où l'enfant fait des travaux libres (dès son entrée en sixième), on est stupéfait des résultats. A travers des réflexions d'élèves, on peut dire qu'il existe une émulation générale, une espèce d'engouement. Certains élèves se sont trouvés débloqués en quatrième car on ne met jamais de mauvaises notes (on supprime ainsi la peur de la mauvaise note). Les travaux libres pouvant être accompagnés de travaux de groupes en classe ou hors de la classe, facilitent les discussions, les contacts entre élèves. Ils développent la personnalité. La compréhension est meilleure. L'élève a conscience qu'il faut se rappeler des leçons précédentes et non plus simplement apprendre par coeur, pour un jour donné — sans aucune suite. L'élève apprécie la liberté des exercices. Il apporte plus de soin à la présentation des travaux. On constate à la longue une sûreté de vocabulaire. Le goût de la liberté de la recherche se développe.

Rubrique des "récompenses" :

- EE+ Bonne expression écrite
- Cr+ Bonne compréhension
- MS+ Méthode, soin
- I+ Esprit d'invention
- T+ Quantité de travail

Indéniablement, la masse de renseignements recueillis de cette façon permet une connaissance non formelle de l'élève, beaucoup moins superficielle. Elle permet aussi des progrès certains, dans une atmosphère dynamique.

Note habituelle (en lettres ou chiffrée).

Intérêt des travaux libres pour le professeur

- . Ils permettent de déceler les erreurs personnelles, d'où récupération d'élèves (par exemple notions non assimilées les années précédentes — à cause d'absences).
- . Ils permettent de déceler les insuffisances notoires de travail (chez ceux qui n'en rendent pas ou qui en rendent trop peu).
- . Ils permettent de déceler, de promouvoir le goût pour la mathématique.
- . L'affichage permet au professeur de faire faire des lectures de formules ou propriétés, de débloquer rapidement un élève.
- . Ils permettent de réaliser la continuité nécessaire de chapitre à chapitre et d'éviter ces barrières stupides qui ont fait tant de gâchis, de catastrophes, dans l'enseignement traditionnel. Les "mauvais en math." sont ainsi en nombre extrêmement réduit.
- . On constate l'augmentation considérable de l'impact du calcul sur les élèves puisque, par le calcul libre, on leur en donne naturellement le goût et la pratique saine.

Réflexions, critiques constructives, limites des valeurs des travaux libres de mathématique.

- . En dehors de la correction individuelle des travaux libres qui est indispensable et qui s'ajoute naturellement à la correction des devoirs et épreuves de contrôle, il faut une correction collective. Or le temps manque.
- . Si le professeur a une classe de cinquième, ou de quatrième, ou de troisième, qui n'a jamais fait de travaux libres, il lui sera difficile de lui donner l'habitude des travaux libres. C'est dès la sixième qu'il faut commencer.
- . En sixième et en cinquième, les travaux libres sont aisément supportés par les élèves. En quatrième, il semble qu'il y ait des périodes importantes où ils refusent d'en faire en dehors de la classe — car ils sont surchargés de travail.
- . Les seules issues possibles sont l'augmentation de l'horaire avec travaux libres intégrés — ou la réforme de l'organisation scolaire comme Jeanne Bolon le préconise.
- . Si une classe de sixième a commencé les travaux libres avec un professeur, et si elle change de professeur, elle risque de ne plus en faire ...

Deuxième partie : Rubrique de diverses techniques pédagogiques

Le temps imparti au groupe de travail (9 h à midi, vendredi matin) ne permettait pas une étude approfondie.

1) *Travaux pratiques de compréhension*

Exemple 1 en quatrième : observations, manipulations, graduations de la droite physique. Il est indispensable de s'étendre suffisamment sur ces travaux avant de passer à la droite euclidienne. Puis, on revient à la droite physique avec "le changement de pas" et d'abondantes manipulations, avant de passer à la droite affine.

Exemple 2 en quatrième : addition de deux réels.

Plan de travail pratique de compréhension de l'addition dans \mathbb{R}

1. Ecrire les valeurs approchées par défaut à 10^0 , 10^{-1} , 10^{-2} , 10^{-3} , 10^{-4} près du réel $a = 1,87777 \dots$
2. Ecrire les valeurs approchées par excès de même rang de a .
3. Ecrire les valeurs approchées par défaut de même rang de $b = 3,2960 \dots$
4. Ecrire les valeurs approchées par excès de même rang de b .
5. Ecrire les sommes des valeurs approchées de a et de b , par défaut, de même rang.
6. Ecrire les sommes des valeurs approchées de a et de b , par excès, de même rang.
7. Existe-t-il $r \in \mathbb{R}$ tel que

$$4 \leq r < 6 \quad (1)$$

$$5 \leq r < 5,2 \quad (2)$$

$$5,16 \leq r < 5,18 \quad (3)$$

$$5,173 \leq r < 5,175 \quad (4)$$

$$5,1737 \leq r < 5,1739 \quad (5)$$

8.

	Partie entière de r	1ère décimale	2ème décimale	3ème décimale	4ème décimale	5ème décimale	6ème décimale
(1)	4 ou 5	?	?	?	?	?	?
(2)	5	0 ou 1	?	?	?	?	?
(3)	5	1	6 ou 7	?	?	?	?
(4)	5	1	7	3 ou 4	?	?	?
(5)	5	1	7	3	7 ou 8	?	?

C'est le "jeu de massacre" des points d'interrogation.

2) *Travaux dirigés*

S'asseoir, donner des exercices et les corriger à la fin de l'heure, ce n'est pas du travail dirigé. Expliquer les exercices à 2 ou 3 qui

"suivent", ce n'est pas du travail dirigé. Imposer la recherche dans un cadre très rigide, ce n'est pas du travail dirigé. Faire faire une fiche sans intervenir en aucune façon et emporter les travaux des élèves pour les corriger, ce n'est pas du travail dirigé. Le vrai travail dirigé ne peut se faire qu'avec un nombre réduit d'élèves. Avec une classe entière, non dédoublable, de 24 élèves, on ne peut faire qu'un travail dirigé de valeur très relative. Il faut arriver au maximum de réponses individuelles.

3) *Technique des multi-tableaux*

Une classe de mathématique devrait être "tapissée" de tableaux. On peut envoyer, avec deux grands tableaux déjà, 7 ou 8 élèves en même temps. Ceux qui restent à leur place travaillent sur leur classeur. Puis la classe profite de tout ce qui a été fait au tableau (erreurs comprises). Ceux qui sont venus au tableau, se corrigent ensuite après réflexion. La classe peut être amenée à juger les avantages et les inconvénients de chaque méthode de travail (résultats trop rapides, raisonnements trop longs ...), de même que les aberrations. Collectivement, les points compris apparaissent mieux, les points incompris (dont le professeur risquait de ne pas s'apercevoir) sortent au grand jour. Cette technique réussit brillamment pour les exercices courts et l'on peut envoyer plusieurs "fournées" d'élèves, l'on peut faire de "bonnes brchettes" d'exercices.

4) *Interrogation volante*

Toute la classe doit y passer. Cette technique ne peut s'appliquer au-delà de 24 élèves.

Exemples :

en sixième : élaboration de la définition d'une fonction avec, en même temps, un excellent exercice de français.

en cinquième : calcul mental, sur puissances dans \mathbb{N}
sur additions simples dans \mathbb{Z} .

en quatrième : compréhension en profondeur de la notion de groupe.

5) *Travail sur fiches*

Il ne faut pas s'enfermer dans cette méthode : même des fiches bien expérimentées ont provoqué des ennuis en quatrième. Il faut savoir faire de temps en temps, sa propre fiche. Il faut se méfier du nombre trop peu important d'exercices sur certaines fiches. Toutefois, le professeur, qui, sans cesse se documente, sur chaque sujet, avec plusieurs sortes de fiches et en retire le maximum, doit pouvoir tirer de cette technique pédagogique, un enrichissement considérable de son enseignement.

Il semble aussi que le travail trop ponctuel de certaines fiches empêche les élèves de prendre progressivement l'habitude de faire des problèmes assez étendus.

De toutes façons, la "fichite" c'est-à-dire la classe faite uniquement par fiches est condamnable. Le travail sur fiches figure, pour une part, dans l'ensemble pédagogique, mais il est loin d'être la seule technique pédagogique valable.

Enfin, il faut remarquer que le nombre et la longueur des fiches est incompatible avec le temps qui nous est imparti dans l'année scolaire.

6) *Bandes auto-contrôles*

La collection Vissio-Polle-Clopeau les a introduites. Elles permettent un avantage pour les absents, au moment du rattrapage. Les parents peuvent, dans une certaine mesure, aider leurs enfants. Mais la question primordiale reste : comment contrôler que chacun a fait la bande auto-contrôle ? On peut insérer des questions de ces bandes dans une épreuve de contrôle. Il y a aussi les cache-réponses.

7) *Journal scolaire*

(Un exemplaire de celui de Rémoulins a été distribué).

8) *Interrogations d'élèves à élèves*

Un groupe prépare des questions et les pose aux autres. On découvre ainsi certains élèves sous un jour nouveau.

9) *Travaux pratiques de répétition en extension*

Varié les questions sur un même sujet.

Exemple : plans de calculs sur les rationnels.

10) *Corrigés polycopiés*

Le corrigé collectif, fait au tableau, et plus ou moins bien noté, est très largement insuffisant. Il vaut mieux un corrigé polycopié. Evidemment, cela suppose une augmentation considérable du stock de papier et du matériel de polycopie ! Il faut, en prolongement, une explication complète des questions non comprises.

On voit enfin apparaître des livres d'exercices avec corrigés. Personnellement, je salue cette innovation heureuse dans le premier cycle.

A signaler les fiches de calcul numérique en sixième et en cinquième de Glaymann et Jandot et le corrigé polycopié souhaitable de ces fiches.

11) *Télévision*

a) Inconvénients : horaire, brièveté des émissions.

- b) Comment rechercher une utilisation vraiment concrète ?
- c) Ces émissions ne peuvent être efficaces que si elles ont un prolongement (et peut-être même une préparation).
- d) Les IREM commencent à demander à des professeurs de "se jeter à l'eau" pour présenter à leurs collègues, avec critique constructive, une leçon faite dans leur classe et télévisée.
- e) Un collègue de Montguyon signale que, dans son C.E.S., des élèves de cinquième font des "cours" télévisés pour ceux de sixième.

12) *Cartes perforées*

(Ne pas oublier qu'on les utilise et qu'on les utilisera encore plus dans le primaire — voir celles de l'O.C.D.L.)

13) *Blocs logiques*

14) *Epreuves de contrôle avec documents*

Je recevrai volontiers les critiques, suggestions, résultats d'expériences de collègues qui auraient déjà exploité ces diverses techniques et qui continueraient en 72-73. Il est certain que l'A.P.M. doit sérieusement s'occuper, très concrètement, des techniques pédagogiques et ne se contenter :

- . ni d'une a-pédagogie.
- . ni d'un hermétisme pédagogique.
- . ni de la peur de l'innovation.
- . ni de la pratique exclusive du contenu.
- . ni des perpétuelles déclarations des pessimistes

Troisième partie : Circulation de travaux libres faits au C.E.S. de Rémoulins

Sixième : ensembles, \subset , \cap , \cup , arbres, relations, "activités pré-géométriques", bases (calculs en base deux).

Cinquième : calculs sur Z .

Quatrième : lois de composition interne. Pratique de la notion d'éléments symétriques. Groupe $(Z, +)$. Groupe des puissances de 10. Ensemble D . Comparaison de tous les ensembles connus munis d'une loi de composition interne.

Calculs d'approche de la racine carrée de 2, de la racine carrée de 3 (calculs faits à la main, faute de machines). Résultats :

1,41421356237
1,73205080756.

Le laboratoire de calcul de l'Ecole Normale Supérieure de Saint-Cloud (M. Poly) auquel j'ai demandé de me donner les 10

premières décimales m'a envoyé, pour les racines carrées de 2 à 99, le développement complet de la méthode, fait sur ordinateur.

Par exemple, pour la racine de 2, les élèves avaient fait :

$$\begin{array}{ll} 1,4^2 < 2 < 1,5^2 & \text{à partir de la table des carrés} \\ 1,41^2 < 2 < 1,42^2 & \text{avec les multiplications à l'appui} \\ 1,414^2 < 2 < 1,415^2 & \text{après tâtonnements sur le 4} \\ 1,4142^2 < 2 < 1,4143^2 & \text{après tâtonnements sur le 2} \\ 1,41421^2 < 2 < 1,41422^2 & \text{après tâtonnements sur le 1} \\ 1,414213^2 < 2 < 1,414214^2 & \end{array}$$

et ainsi de suite jusqu'à

$$1,4142135623^2 < 2 < 1,4142135624^2$$

Je leur avais distribué du papier de programmation déjà utilisé par un programmeur de banque, époux d'une collègue. Les 56 élèves de mes deux classes de quatrième s'en sont donné à coeur joie.

Le 18 janvier 1972, l'IREM de Montpellier est venu téléviser, au C.E.S. de Rémoulins, la classe correspondant à l'examen des travaux des élèves sur cette question de la racine de 2.

Je n'ai pu, malheureusement, présenter le cours télévisé à Caen.

Grâce au travail du Centre de Calcul de l'E.N.S. (reçu le 12 Juin), je vais pouvoir, avec les élèves, prolonger ce travail.

Le 18 Janvier, lors du cours télévisé, une manipulatrice (secrétaire d'intendance) fit fonctionner la machine de bureau du C.E.S. pour vérifier les multiplications des élèves. Ils constatèrent qu'elle se bloquait au-delà de 141421^2 .

Travail en commun Géographie — Mathématique sur les monnaies européennes (nombres décimaux).

Travail en commun Technologie — Mathématique : 1) pied à coulisse, 2) incertitude relative.

Travaux en commun Géologie — Mathématique : 1) calcul approché de la durée de l'ère secondaire, 2) travail logique sur la craie (avec pratique de la négation).

Travail en commun Latin — Mathématique : à propos d'une phrase latine spontanément choisie par les élèves pour reconnaître un phénomène analogue à la distributivité d'une loi de composition interne par rapport à une autre.

De nombreuses questions ont été posées par les membres du groupe, qui se sont vivement intéressés à ces travaux et qui ont eu un exemple "d'enfants heureux dans la classe de mathématique".

Quatrième partie : Conclusions concrètes et demandes au plan APMEP, ministère et IREM

L'animateur et les participants, ainsi que Mesdames Delépine et Amour, secrétaires du groupe, ont conçu ce travail comme devant déboucher sur les conclusions concrètes et demandes suivantes :

1 Ministère

- A. Demander au ministère les raisons précises du refus d'augmentation de 1 heure dans l'horaire de mathématique en quatrième. Quel serait le coût ?
- B. Replacer l'horaire augmenté, comme en sixième, en cinquième, et en troisième, d'une heure, dans l'ensemble d'un renouvellement pédagogique.
- C. Approbation des demandes de l'A.P.M. d'allègement des programmes de quatrième.
- D. Demande de textes ministériels sur les liaisons entre mathématique et autres disciplines dans le premier cycle.
- E. Dédoublage de toutes les classes du 1er cycle, en travaux dirigés, même celles de 24 élèves.

2 I.R.E.M.

- A. Amener les I.R.E.M. à inclure, dans les séances de formation, des études concrètes sur les liaisons inter-disciplinaires, pour les professeurs du 1er cycle.
- B. Profiter de la seconde étape d'expansion des I.R.E.M. vers la recherche pédagogique pour y provoquer, y développer d'un commun accord avec eux, une recherche solide et expérimentée sur les techniques pédagogiques. Elle devra se traduire par des rapports très accessibles aux professeurs et mettre un terme à l'inexistence quasi-absolue, pour le 1er cycle, d'une information pédagogique réelle. Ce qui ne signifie nullement que, par ailleurs, les recherches sur le contenu, pour le 1er cycle, ne continuent pas et ne s'améliorent pas.
Des psychologues devraient, sans tarder, être attachés aux I.R.E.M., et être intéressés aux techniques pédagogiques.
- C. Les classes expérimentales de sixième, notamment, devraient être plus nombreuses, et continuer d'être contrôlées par les I.R.E.M.
- D. Les I.R.E.M. devraient accepter, même s'il semble que le profit soit mince, tout document portant sur une recherche, même sauvage.
- E. Prolongement d'ordre pédagogique de la deuxième année d'I.R.E.M. 1er cycle.

3 A.P.M.

- . Développement des commissions nationales à la recherche et à l'animation pédagogique, souhaité par les participants au groupe de travail.
- . La rubrique du Bulletin ne doit pas être consacrée seulement au contenu, mais aussi aux techniques pédagogiques.
- . Il devrait y avoir, à l'A.P.M., un noyau actif de PEGC s'occupant sérieusement des techniques pédagogiques, spécialement pour les classes de type II.
- . Les professeurs du second cycle auraient le plus grand intérêt à connaître les techniques pédagogiques dans le 1er cycle et à les étendre et à les adapter au second cycle — notamment dans l'enseignement technique.
- . Ce que je propose très concrètement résoudrait le problème posé par M. Sebah (page 233 — Bulletin 283) et qui a, très probablement, retenu l'attention de beaucoup de collègues.
- * Création d'une commission nationale A.P.M.E.P. : liens réciproques entre mathématique et autres disciplines dans le 1er cycle, en rapport avec celle à créer pour le second cycle.

I — *Que faire dans l'immédiat ?*

- . Tendre, dans les établissements, à ce que l'heure de concertation, pour les professeurs de quatrième et de troisième, porte sur le contenu mais aussi sur les techniques pédagogiques.
- . Un des objectifs majeurs du département de mathématique, même s'il n'existera encore que parce que les professeurs le créeront en fait, est de promouvoir les travaux libres dans toutes les sixièmes (I, II, III sans aucune distinction), les initiés animant toute l'équipe.
- . Les membres de l'A.P.M. doivent tendre à mettre un terme à l'isolement des professeurs, notamment dans les petits établissements, à développer les travaux de groupe des professeurs.
- . Gros effort à faire auprès des collègues des autres disciplines pour arriver à assurer des liaisons mathématiques — autres disciplines.
- . Bien faire comprendre aux collègues professeurs de mathématique (certifiés ou PEGC) que la rénovation pédagogique est encore beaucoup trop superficielle.

II — *Dans l'objectif d'une réforme de fond de l'organisation scolaire*

- . Intégrer le système généralisé des travaux libres dans cette réforme.
- . Heures de concertation des professeurs, incluses dans l'emploi du

temps, avec un programme de techniques pédagogiques et pas seulement de contenu.

- . Etude demandée, par des membres du groupe de travail, de l'adaptation de l'horaire de mathématique aux possibilités d'assimilation.
- . Inscrire les thèmes pluridisciplinaires dans l'ensemble des thèmes prévus dans le système *noyau-thèmes*.

III — *Dans l'objectif d'une réforme de fond de la formation initiale des maîtres*

- . Ne pas oublier la pratique réelle des techniques pédagogiques dans les diverses étapes de la formation initiale des maîtres, quels qu'ils soient.

Finalités de l'enseignement de la géométrie

Animateur : J. CARRIER

Cinq points ont été particulièrement étudiés :

1 *Qu'entend-on par géométrie ?*

- . L'école doit préparer l'enfant à vivre dans l'espace.
- . Il existe plusieurs espaces et plusieurs manières de les considérer. L'enfant rencontre deux sortes d'espaces : celui dans lequel il se déplace, et la feuille de papier sur laquelle il dessine.
- . La géométrie est l'étude scientifique et mathématique des espaces.
- . Il est nécessaire de distinguer quand on parle de géométrie deux points de vue :
 - a) celui de l'objet
 - b) celui de la méthode (synthétique ou analytique).

2 *Peut-on parler d'une nouvelle géométrie ?*

En fait il n'existe pas une seule géométrie. Ainsi par exemple les notions de médianes et de hauteurs d'un triangle appartiennent à des systèmes déductifs différents.

Faire de la "nouvelle géométrie", c'est comprendre à quel domaine déductif appartient une propriété pour savoir la démontrer (linéaire, affine, métrique, topologique...). On n'a pas le droit de démontrer que les médianes d'un triangle sont concourantes en utilisant "les cas d'égalité des triangles".

3 *L'enseignement de la géométrie*

- . Certains nient le fait que la géométrie utilise systématiquement une méthode de raisonnement déductif et regrettent que l'on abandonne le raisonnement inductif.
- . Il semble nécessaire de connaître les finalités dans le deuxième cycle pour définir celles du premier cycle.
- . Ce n'est pas l'accumulation des connaissances qui est importante, or elle a été spécialement développée en géométrie (géométrie du triangle, collections de théorèmes).
- . Il apparaît que l'on étudie plus les outils que l'espace.

4 *La géométrie et les "figures géométriques"*

- . La figure est-elle un objet du discours ou une des formes du discours ?
- . On a considéré jusqu'à présent les approximations uniquement en arithmétique, or elles sont très importantes en géométrie (topologie) ; d'autant que le premier contact de l'individu avec l'espace est surtout un contact topologique.
- . On reproche à ces figures d'être "rigides" et l'on regrette que la topologie, géométrie du "souple", ne soit pas introduite.
- . La figure géométrique dans notre enseignement actuel est une illustration particulière, elle n'est plus l'objet sur lequel on travaille.

5 *Les utilisateurs*

Ils sont de deux sortes :

- a) nos élèves dans leur profession
 - b) nos collègues.
- . Il est intéressant de voir les diverses pratiques professionnelles, car on y trouve toujours un substrat mathématique.
 - . D'autre part, il faut aussi aller voir ce dont les utilisateurs ont besoin, car ils ne se rendent pas toujours compte de ce que les mathématiques peuvent leur apporter.

L'erreur fondamentale de la France est dans sa psychologie. Elle a toujours cru qu'une chose dite était une chose faite, comme si la parole était l'action, comme si la rhétorique avait raison des penchants, des habitudes, du caractère, de l'être réel, comme si le verbiage remplaçait la volonté, la conscience, l'éducation. (Henri-Frédéric AMIEL · 23 mai 1873).

L'enseignement élémentaire, propédeutique du premier cycle

Animateur : LÉBOULLEUX

Contrairement à mes prévisions, cette séance fut entièrement consacrée à une discussion générale sur ce sujet, et ne permit pas un travail par groupes sur l'étude de thèmes abordables au niveau élémentaire.

Les réflexions qui ont permis d'engager une discussion résultent de l'animation d'une expérience pédagogique conduite pendant cinq ans dans plusieurs groupes scolaires de la région parisienne. Elles ne peuvent être dissociées des idées générales reprises dans la Charte de Caen.

Pourquoi peut-on remettre à l'étude les finalités de l'enseignement élémentaire ?

- Scolarité modifiée (prolongation jusqu'à seize ans)
- Evolution de la société (besoins nouveaux dans un monde de plus en plus industrialisé)
- Environnement nouveau : milieux social, culturel, audio-visuel.
- Réflexions des maîtres sur le but de leur enseignement : apprentissage de techniques, de modes de raisonnement, intérêt et plaisir de l'enfant.

Pourquoi peut-on considérer l'enseignement élémentaire comme un lieu privilégié de propédeutique du premier cycle, c'est-à-dire "préparation, ouverture vers" ?

- Pas de contrainte d'orientation : c'est une liberté appréciable, et qui permet de remettre en cause la notion de programme.
- Au niveau élémentaire, les exemples vécus fournis par les enfants sont très riches et portent sur toutes les disciplines (avantage d'un seul maître). Nous retrouvons ici le vrai problème de la mathématisation de situations, qui est d'abstraire la notion de modèles à partir de problèmes d'origines diverses. N'est-ce pas préparer tant au niveau élèves que maîtres, à ce décloisonnement des matières qui implique presque une relation d'ordre ?
- Le milieu est neuf et "non déformé" : l'approche des méthodes de recherche semble plus facile.

Mais il est essentiel de bien comprendre les limites de ce choix : en dehors d'acquisitions naturelles de modèles à ce niveau (notion de nombre — numération — techniques opératoires), nous ne prétendons pas mathématiser la situation, c'est-à-dire abstraire jusqu'à la définition et au choix des axiomes. Nous voulons amener les élèves, à partir d'exemples de situations en apparence très diverses, à dégager un ou plusieurs caractères communs. Pour cela, il y a une progression dans

cette approche de la notion de modèle, par passage du "concret" au matériel structuré, puis dessins et schémas. Le stade symbolisation est rarement atteint. Nous ne prétendons nullement qu'une notion abordée au niveau élémentaire soit acquise. Mais d'une part, lors de l'étude de ce thème au premier cycle, l'élève aura à sa disposition des exemples variés qui justifieront l'utilité de la définition d'un modèle. D'autre part, un même sujet peut avantageusement être traité à des niveaux différents.

Cette dernière idée implique une conception nouvelle de la notion de programme, et un changement d'attitude du maître qui a parfois tendance à juger, à travers les connaissances de ses élèves, ses collègues. L'enseignement élémentaire ne se substitue nullement au premier cycle ; trop de jugements inexacts sont portés sur cette réforme, en se référant uniquement à des mots "ensembles, relations, opérateurs, groupes, etc ...". En revanche, il ne faut pas créer chez l'enfant un climat d'insatisfaction : celui-ci ressent le besoin, dans la résolution de problèmes, de chercher des schémas communs, et d'en laisser des traces. Il est facile d'imaginer des exemples très différents qui conduisent tous à l'introduction de la soustraction : l'élève comprend lorsqu'il schématise ces situations et découvre une représentation commune. Ceci nécessite une attitude pédagogique souple : les enfants travaillent soit par équipes, soit individuellement, et ceci à leur rythme.

En conclusion, nous approchons la notion de modèle au niveau des représentation. La symbolisation, sauf numérique, n'est pas introduite car non nécessaire ni ressentie. Toutefois, dans le choix de ces symboles, nous avons laissé une liberté aux enfants, suivant leurs besoins de communication (interprétation facile, précise).

Ils prennent l'habitude de symboliser ou noter non seulement les objets (ou éléments) mais surtout les actions :

Exemples : addition $4 + 3$ $+ (4,3)$ $(4,3) +$ $+ 4, 3$

Cette conception rejoint une idée importante exprimée dans la Charte de Caen, qu'il me semble essentiel de répandre à tous les niveaux de notre enseignement : dans chaque classe, nous proposerions un programme minimal indispensable, mais réduit, accompagné de l'étude de thèmes librement choisis (niveau des élèves - environnement). Mais il est indispensable pour cela qu'il y ait continuité dans les méthodes de travail et le contenu entre les différents cycles d'étude : ce n'est pas le cas actuellement, et je doit dire que cela nous a préoccupés dans notre section expérimentale. Je n'en citerai qu'un exemple : à l'école primaire, la notion d'opérateur est introduite, avec toute sa richesse (lois internes et externes) ; dans le premier cycle, cette idée disparaît ...

Une discussion animée s'établit sur le problème de la polyvalence des instituteurs, devant l'importance de la tâche des maîtres dans la perspective d'une telle réforme (formulation donnée parmi les membres de l'enseignement élémentaire présents à cette Commission).

Conclusion

Beaucoup de travail pour articuler les enseignements élémentaires et secondaires, tant dans les finalités que les méthodes de travail. Pour définir une polyvalence pour l'enseignement élémentaire, les I.R.E.M. et l'A.P.M.E.P. pourraient avoir un rôle moteur important : circulation de l'information concernant l'étude des thèmes, des situations, des expériences pédagogiques en cours. La brochure "La Mathématique à l'Ecole Élémentaire" est une première étape ...

La logique dans l'enseignement

Animateur : A. GOURET

Rapporteur : M. TENCE

Le groupe compte 38 personnes ; plus du tiers enseigne dans le premier cycle des lycées et collèges.

Un premier *recensement des questions à aborder* est effectué :

- . Est-il "rentable" pour l'enseignement des mathématiques de faire un cours de logique formelle ?
- . La logique, telle qu'elle est enseignée dans nos lycées et collèges, amène-t-elle à mieux raisonner ?
- . Importance en logique du langage et de l'âge des enfants.
- . Logique et formalisme.
- . Logique et intuition.

A ces questions, pour la plupart des participants, il n'y a pas de réponse *a priori* : *il faut expérimenter*.

Aussi Mademoiselle ADDA de l'U.E.R. de Paris VII nous fait-elle part de nombreux tests auxquels elle a soumis des étudiants littéraires d'origines diverses, des élèves de lycée, des techniciens de la Formation Permanente.

1er exemple :

Ecrire une phrase ayant même signification que :

"il est faux que tous les guichets soient ouverts tous les jours".

2ème exemple :

On donne le théorème : "Si le nombre n est un nombre de Machin, alors il existe un entier m tel que $n = m^2 + 1$."

Les énoncés suivants sont-ils vrais ?

- a) Si le nombre n est tel qu'il n'existe pas d'entier m tel que $n = m^2 + 1$, alors n n'est pas un nombre de Machin.
- b) Si n est tel que pour tout entier m on ait $n \neq m^2 + 1$, alors n n'est pas un nombre de Machin.
- c) Si n est tel qu'il existe un entier m tel que $n \neq m^2 + 1$, alors n n'est pas un nombre de Machin.

Pourcentage d'élèves ayant trouvé que a et b sont équivalents au théorème et que c ne s'en déduit pas :

chez des élèves de T.A. (sans formation particulière en logique)
21 %

chez des élèves de 2ème C (ayant donc eu un cours de logique)
21 %

Cela tendrait à prouver l'inefficacité de l'enseignement de la logique formelle suivi par ces élèves.

(Il est bien sûr difficile de faire la part du programme et celle de son enseignement.)

Dans le même ordre de préoccupations, on fait état d'expériences faites en Pologne et qui avaient été rapportées au Congrès de Cracovie de 1971. Elles montrent la grande difficulté du développement de l'aptitude au raisonnement par l'apprentissage de la logique formelle : le transfert n'est pas automatique.

Expérience tentée dans le premier cycle

L'utilisation d'un ordinateur dans certaines classes de sixième conduit des expérimentateurs présents dans le groupe à penser qu'il y a là une bonne initiation à la logique : les élèves arrivés en quatrième abordent de façon plus réfléchie les problèmes à résoudre (notamment dans les résolutions d'équations).

Expérience au niveau des classes de transition

On intéresse les élèves en leur posant des problèmes du genre "policier". La plupart des élèves n'arrivent pas à répondre correctement à ces tests mais, par contre, les résultats sont meilleurs quand il s'agit d'utiliser du matériel type "blocs logiques".

Il semble qu'il y a là deux problèmes différents : a) raisonner logiquement, b) s'exprimer en un certain type de langue française. Certains élèves peuvent raisonner logiquement mais ne comprennent pas toutes les subtilités de la langue française.

Des participants versent à ce dossier des exemples de difficultés :

- les phrases "Vous n'êtes pas sans savoir ..." et "Vous n'êtes pas sans ignorer ..." qui sont considérées comme synonymes.
- le mot "si" employé dans des contextes où peuvent se confondre condition nécessaire et condition suffisante : "Si tu manges ta soupe, tu auras du dessert".

Plus de quinze personnes étant intervenues, certains échanges ont dû être abrégés. Aussi le groupe a-t-il souhaité que certains rédigent pour le Bulletin une étude sur leurs expériences, notamment : informatique et logique, utilisation de machines (distributeur de tickets de la R-E-R) et logique.

Enfin de nombreux participants ont proposé à notre Collègue Josette Adda de faire passer un de ses tests à leurs élèves.

Nous souhaitons que de nombreux collègues, membres ou non du groupe, puissent participer à ce travail dès la parution du Bulletin.

Test L & P (J. Adda)

Exercice "L" :

Trouvez les valeurs de vérité de a, b, et c sachant que, simultanément :

$a \Rightarrow b = v$	$\frac{v}{v}$	$\frac{v}{v}$
$a \Rightarrow c = f$	$\frac{v}{f}$	$\frac{v}{v}$

Exercice "P" (policier)

On sait de source sûre que si A est coupable, alors B l'est aussi.

Un témoin affirme que si A est coupable, alors C l'est aussi.

Or on apprend de source sûre que le témoin a menti.

Est-ce que

A est coupable ? oui non

B est coupable ? oui non

C est coupable ? oui non

Procédure :

- . Distribuer l'exercice L à la moitié de la classe.
- . Distribuer l'exercice P à l'autre moitié.
- . Ramasser les résultats.
- . Distribuer l'exercice P à ceux qui ont traité L.
- . Distribuer l'exercice L à ceux qui ont traité P.
- . Ramasser les résultats.
- . Noter les résultats sur une feuille analogue au modèle.
- . Envoyer à Mademoiselle ADDA — U.E.R. de Mathématiques
(Tour 45-55 - 5ème étage)
2 Place Jussieu Paris 5ème

La synthèse des résultats paraîtra dans le Bulletin.

NOM ET ADRESSE DU PROFESSEUR :

VILLE :ETABLISSEMENT :

CLASSE :

EXERCICE "L" (formel) :

Trouvez les valeurs de vérité de a, b, et c sachant que, simultanément :

$$a \Rightarrow b = v$$

$$a \Rightarrow c = f$$

EXERCICE "P" (policier) :

On sait de source sûre que si A est coupable, alors B l'est aussi. Un témoin affirme que si A est coupable, alors C l'est aussi, Or on apprend de source sûre que le témoin a menti.

Est-ce que :

A est coupable oui non

B est coupable oui non

C est coupable oui non

RESULTATS :

Elèves ayant traité L avant P

Elèves ayant traité P avant L

	L ₁ exact	L ₁ faux
P ₂ exact		
P ₂ faux		

	L ₂ exact	L ₂ faux
P ₁ exact		
P ₁ faux		

Enseignement des mathématiques à des étudiants littéraires

Animateur : C. PEROL

Le groupe a fonctionné normalement ; 24 personnes étaient inscrites, 25 étaient présentes. Le tour de table permet à chacun de se présenter et d'indiquer les difficultés qu'il a rencontrées.

Catégories représentées :

- 10 personnes ayant une expérience de la première A et B des lycées (maths facultatives)
- 2 personnes ayant des sections littéraires mais sans cours facultatif
- 6 personnes enseignant dans les premiers cycles de Faculté aux étudiants littéraires
- 1 étudiant en histoire
- 1 professeur de géographie
- 1 professeur de mathématiques de classes scientifiques,
etc ...

Il serait fastidieux pour les non-participants de reprendre, même en les résumant, les interventions de chacun. Notons seulement que la plupart des présents ont souligné les *blocages* dont leurs élèves ou leurs étudiants sont victimes. Leur souci est de trouver des *motivations* susceptibles de les amener au raisonnement mathématique.

Plusieurs ont des idées dont ils peuvent faire bénéficier leurs collègues.

1. De Mademoiselle LOPATA : le cours du CNTE en 1971-72 pour les classes de première A et première B.

Il contient une foule d'idées pour "habiller" les notions les plus diverses (tout le programme de la classe) en s'appuyant sur les activités humaines les plus variées. Il est impossible de le résumer ou d'en extraire des exemples ; tout est à voir.

2. De Monsieur LE CALVEZ : une fiche rédigée par des élèves-maîtresses de l'E.N.F. de Quimper pour la classe de CM₂, inspirée par la grammaire structurale du français de J. Dubois. Il consiste à faire classer les mots d'un texte dans des diagrammes de Venn ou de Carroll en faisant intervenir leur comportement grammatical, par exemple variant ou invariant ou genre. Ces fiches peuvent donner des idées pour motiver des élèves littéraires.

3. De Mademoiselle ADDA : les documents distribués aux étudiants à Paris VII pour l'U.V. N001-101.

4. Un document de l'*I.R.E.M. de Rennes*, rédigé par R. GRAS (60 pages) contenant des applications à des situations diverses.

Sa bibliographie vous sera peut-être utile :

— "Algèbre moderne et activités humaines" de KEMENY, SNELL et THOMPSON — Librairie Dunod

— "Les mathématiques modernes dans la pratique des affaires" de KEMENY, SNELL et THOMPSON — Librairie Dunod.

— "Eléments de mathématiques modernes" de RICHARDSON — Collection Sigma — Librairie Dunod

— "Méthodes et modèles de la recherche opérationnelle" de KAUFMANN Tomes 1 et 2 — Librairie Dunod

— "Recyclons-nous en mathématiques : de l'exemple au problème" de R. GRAS et J. P. GABORIEAU — Editions F. Nathan

5. Dans LACAN "Ecrits" — Séminaire sur la lettre volée — (de la page 47 à la page 57), vous pouvez trouver une situation vous permettant d'illustrer les notions de diagramme sagittal d'une relation, de composée de deux relations et de relation d'équivalence. (Le travail de traduction est important, car le parler de LACAN n'est pas le nôtre).

Limite et continuité

Animateur : M. DEHAME

Rapporteurs : M^{mes} COJAN et BINET

Le groupe de travail a commencé par se poser le problème : "Faut-il présenter la limite avant ou après la continuité ?".

Les avis sont partagés : pour certains, la continuité vient après la notion de limite comme cela a toujours été fait dans l'enseignement traditionnel. Pour d'autres, la notion de continuité est plus naturelle, d'une motivation plus aisée que celle de limite, et doit être enseignée la première ; plusieurs des professeurs en présence ont expérimenté cette dernière présentation dans leur classe, et ne se sont pas heurtés à des difficultés pédagogiques plus sérieuses que dans la présentation traditionnelle : la définition de la limite finie en un point de \mathbb{R} découle immédiatement de celle de la continuité, et se transpose aisément (par des changements de sens dans les inégalités) au cas des limites infinies ; mais, pour donner plus d'unité à cet exposé, il faudrait introduire les voisinages de $+\infty$ et de $-\infty$, c'est-à-dire (pourquoi ne pas prononcer le mot ?) la droite achevée $\overline{\mathbb{R}}$.

De toute façon, les difficultés de ce chapitre ne semblent pas dues aux notions elles-mêmes, que les élèves finissent toujours par assimiler

quel que soit le mode de présentation adopté, mais au manque de techniques des élèves dans les raisonnements d'analyse : la définition de la continuité est comprise, mais les élèves sont incapables de démontrer que

$$x \mapsto \frac{1}{2-x}$$

est continue pour $x = 1$. Le travail serait grandement facilité si les élèves possédaient avant d'aborder l'analyse :

- l'usage des notions élémentaires de logique (quantificateurs, implication, négation),
- une bonne connaissance de \mathbb{R} , en particulier les notions de valeur absolue, de distance, et l'équivalence entre $|x - x_0| < \alpha$ et $x_0 - \alpha < x < x_0 + \alpha$,
- une panoplie d'exemples de fonctions continues ou non (fonctions affines par intervalles),
- une bonne technique des majorations et des raisonnements par conditions suffisantes. On peut les y préparer en seconde (et déjà en troisième) en leur proposant des exercices des types suivants :
 - “trouver un intervalle de centre donné inclus dans un intervalle donné”
 - “trouver l'image ou l'image réciproque d'un intervalle donné par une application donnée”
 - “trouver un intervalle I de centre x_0 tel que $f(I)$ soit inclus dans un intervalle donné”, etc ...

Les résolutions classiques d'inéquations ne sont pas suffisantes pour préparer les élèves aux exercices sur la continuité : pour résoudre les inéquations classiques, ils disposent d'un certain nombre de recettes qui leur permettent de passer d'une inégalité à une inégalité équivalente ; alors qu'en analyse, on se donne le plus souvent une inégalité du type $|y - y_0| < \varepsilon$ et on cherche une inégalité du type $|x - x_0| < \alpha$ qui l'implique, mais qui ne lui est pas équivalente. C'est un problème plus difficile (qui demande plus d'initiative), mais qui aurait intérêt à être abordé avant l'introduction des notions de limite et de continuité, et en tout cas pas en même temps, car on ne peut pas exiger des élèves qu'ils surmontent simultanément deux types de difficultés.

Monsieur Revuz s'est joint au groupe de travail et a fait l'exposé de son expérience dans les établissements du second degré de l'Académie de Paris. Pour ce compte-rendu, on pourra se reporter à son article, dans le Bulletin n° 283, page 287.

Activités mathématiques et raisonnement **Compte-rendu de la séance du vendredi matin**

Animateurs : C. BLOCH, A. SCHERPEREEL et R. DUVAL

Quatre questions ont été au centre des échanges :

- la référence au "réel" dans l'enseignement des mathématiques ;
- la présentation possible des mathématiques comme un jeu ;
- le rôle de l'analogie dans les différentes activités mathématiques ;
- l'influence éventuelle du raisonnement mathématique sur le comportement logique.

1^o La référence au réel est souvent faite dans la réflexion pédagogique sur l'enseignement des mathématiques. Il s'agirait de mathématiser une situation physique ou autre pour exploiter ensuite le modèle mathématique ainsi dégagé. Les activités mathématiques auraient pour but de favoriser le passage du réel au modèle mathématique. Une telle conception soulève plusieurs problèmes. Le "réel" que l'adulte choisit de présenter à l'enfant n'est-il pas déjà une abstraction pour lui ?

Car on n'étudie pas en fait le réel mais on y effectue des prélèvements selon des critères qui restent ignorés des enfants. Même après de nombreuses manipulations effectuées à l'aide d'un matériel (par exemples de blocs logiques ou d'un diagramme ou d'un dessin à la règle ...), l'enfant peut rester déconcerté par l'étude abstraite de notions que les exercices auraient dû lui permettre d'appréhender.

Il y a d'autre part une ambiguïté qui demeure sur ce qu'est le réel : est-il extrinsèque aux mathématiques, lesquelles seraient un outil pour l'étudier, ou peut-il être constitué par des notions mathématiques déjà bien connues et assimilées (par exemple les nombres entiers dans le premier cycle). Pour certains il s'agit de chercher dans le réel plusieurs exemples d'une structure mathématique (par exemple celle d'espace vectoriel) afin d'en motiver l'étude ; il ne s'agirait que d'une illustration ne servant en rien la compréhension et l'assimilation de la structure.

2^o Il y a une tendance à concevoir et développer les activités mathématiques comme un jeu. Cette tendance a une double origine. Pour les uns, les mathématiques sont un jeu puisqu'il s'agit d'appliquer certaines règles pour déduire le plus de résultats possibles d'un certain point de départ. Pour les autres, le jeu, important dans la vie de l'enfant, semble au moins jusqu'à un certain âge la voie la plus adaptée à tout apprentissage et à toute découverte. Une telle conception suscite cependant des réserves : le jeu, qui n'est jamais tout-à-fait un amusement pour l'enfant, n'apparaît pas la motivation la plus importante. Étant dans une situation de dépendance, l'enfant recherche l'expérience

de sa propre puissance. Lorsqu'il découvre l'économie de pensée que les moyens mathématiques lui permettent de réaliser, l'enfant est beaucoup plus motivé que par l'aspect ludique.

Les deux dernières questions bien que plusieurs fois soulevées et considérées comme importantes n'ont pas été traitées.

30 On a parfois beaucoup de difficultés à reconnaître la présence d'un modèle connu dans une situation nouvelle. Cela représente un obstacle pour le raisonnement lorsqu'il s'agit d'utiliser un outil mathématique.

Le problème posé est celui du déclenchement du phénomène d'analogie : qui semble se faire si on a un sens suffisant de l'abstraction ou si on est particulièrement familiarisé à une certaine notion.

40 L'initiation au raisonnement mathématique développe-t-elle l'aptitude à raisonner ou à réfléchir dans la vie courante ?

Quels points communs existe-t-il entre le type de raisonnement pratiqué en mathématique et la conception que l'on se fait du raisonnement en dehors des mathématiques ?

Il semble qu'aucune technique particulière ne développe le sens du raisonnement mais plutôt une démarche pédagogique globale. Il faut d'abord proposer à l'enfant une tâche qui l'obligera à organiser lui-même son travail et les données qu'on lui fournit. Une fois la tâche réalisée par lui, sans intervention extérieure, il faut l'obliger à prendre conscience de ce qu'il a fait en lui demandant de le communiquer à un autre enfant et donc lui faire extraire l'information intéressante.

Ces questions ont été débattues dans un groupe où un tour de table préalable avait permis de constater que le problème des activités mathématiques et du raisonnement était à envisager pour les uns globalement, et pour les autres, en fonction de l'âge de l'enfant et du niveau de ses connaissances mathématiques.

**LA MATHÉMATIQUE
À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE
PAR CEUX QUI L'ENSEIGNENT**

Un livre qui doit figurer en bonne place
dans votre bibliothèque ...

Enseignement de masse, enseignement d'élite ?

Animateur : M. de COINTET

Il est bien difficile de rendre compte de trois heures d'un débat passionnant entre les quarante collègues qui participèrent à ce groupe de travail. On ne rendra compte ici que des idées échangées : peut-être paraîtront-elles révolutionnaires à certains, banales à d'autres, et à beaucoup, mal formulées et posant plus de questions qu'elles n'en résolvent. Le plus important, à mon sens, est :

- qu'elles soient nées, chez ceux qui les ont émises, de leur expérience, de la réalité de leurs classes, de leur métier d'enseignant et de leur vie de citoyen;
- qu'elles se soient exprimées au cours d'une réflexion commune d'enseignants "de la Maternelle à l'Université" qui n'ont d'autre titre que celui-ci.

Preuve que les finalités de l'Enseignement sont bien au centre des préoccupations de beaucoup d'entre nous.

Ce débat a oscillé entre deux pôles d'attraction :

- a) Ce que chacun peut souhaiter, "ce qui devrait être", avec sa part d'idéalisme voire d'utopisme (conscient !) conduisant à la question radicale : "Un enseignement de masse est-il compatible avec le progrès d'une société industrielle avancée de type capitaliste ?".
- b) Ce que l'on peut faire pratiquement pour que notre enseignement ne soit pas, en fait, réservé à une "élite".

Il a été reconnu que l'action pédagogique ne peut tout résoudre : le problème posé est d'ordre politique.

A défaut de définir "l'Enseignement de masse", pouvait-on s'entendre sur ses objectifs ? Deux objectifs principaux furent proposés :

- a) permettre à la grande majorité des élèves d'achever leurs études dans le temps prévu (alors qu'un élève sur quatre achève ses années primaires sans avoir redoublé au moins une fois : exemple parmi d'autres ; rapport O.C.D.E. juin 70).
- b) compenser au moins en partie ce qu'on appelle "les handicaps socio-culturels".

Ces objectifs furent contestés : le premier parce que, énoncé ainsi, il ne tient pas compte du rythme différent de progression des élèves, le second parce que trop vague : handicap par rapport à quoi ? Par rapport à la forme actuellement transmise par l'enseignement au vu de laquelle d'autres seraient inadaptées ?

Cela dit, ils conduisirent à s'interroger sur :

1. *Les raisons des handicaps socio-culturels des élèves à l'apprentissage mathématique :*

- conditions matérielles de vie difficiles (logement, aide ménagère aux parents, ...)
- problèmes personnels
- un milieu familial qui n'est souvent d'aucune aide (l'Ecole lui est trop étrangère)
- une pédagogie peu adaptée (problèmes partant peu de la réalité, mais posés en termes de jeux intellectuels)
- le contenu des programmes (ceux de quatrième favorisant ceux qui dominent leur "langue", et ont le plus de facilité à l'abstraction).

2. *Les finalités d'un enseignement mathématique*

- apprendre à raisonner (les mathématiques n'en ont pas l'exclusivité)
- apprendre à lire, à observer, à organiser ses informations
- apprendre à critiquer une argumentation, à ne pas accepter les idées toutes faites.

Tout cela nécessite beaucoup de temps et des programmes non encyclopédiques pour que l'enseignement mathématique ne soit pas apprentissage d'une conformité à des modèles de solutions de problèmes-types dont les énoncés ont une interprétation-type (cf. problèmes d'examens).

- rendre heureux (eh oui, pourquoi pas ?)
- donner des moyens de s'insérer dans la société, de s'y situer (capacité d'analyse) et d'y agir.

L'Enseignement actuel des mathématiques donne-t-il vraiment un outil d'analyse et d'action à nos élèves ? N'est-il pas surtout instrument de sélection pour la constitution d'une élite capable de penser et d'agir pour tous ? Et que dire du mythe de la Science ("L'ordinateur a dit que ...") ?

3. *Les obstacles que nous dressons à un enseignement mathématique destiné à tous :*

- le contenu encyclopédique des programmes
- une pédagogie de jugement, classement, sélection, parfois (ou souvent ?) précoce et définitive. (Un corps d'enseignants hiérarchisé dans des conditions analogues : les deux font partie d'une même perspective). Sont liés à cela les problèmes de notation et d'examens.

- mauvaise attitude pédagogique : la nouveauté du contenu conduit, faute de formation permanente réelle et liée à une recherche pédagogique, à une attitude plus dogmatique, négation du but recherché.

4. Ce que l'on peut faire

- multiplier les recherches pédagogiques (groupes de niveau, rythmes différenciés par des heures de soutien, second cycle en quatre ans, ...) : les faire connaître, les confronter
- promouvoir une expérimentation scientifique communicable (rôle des I.R.E.M., entre autres) : on en reste trop souvent au stade des opinions personnelles
- travailler avec les collègues d'autres disciplines (équipes d'enseignants d'une même classe) : l'Enseignement forme un tout
- agir par l'A.P.M.E.P. sur le contenu des programmes, pour la formation des maîtres (voir la Charte de Caen)

Il est en outre souligné

- . l'importance primordiale de l'Ecole Maternelle pour réduire les différences socio-culturelles
- . l'importance de l'attitude pédagogique du maître (problèmes des relations maîtres-élèves, de la motivation de l'apprentissage ...) :
Notre action peut être, là, déterminante.

S'en tenir là, transformer les questions posées en affirmations, remplacer les blancs et les points de suspension par des "il n'y a qu'à", ou se réfugier dans les mots "en attendant que ça change" anéantirait ce premier travail qui n'était qu'un des moments des Journées de Caen. Tout ce qui a été dit reste à préciser, approfondir, critiquer, confronter de nouveau avec la réalité (peut-être avec d'autres personnes que des enseignants, non ?) et pour ce qui est faisable, à mettre en oeuvre.

Bonne Année ! ! ...

N.B. — Ceux des participants à ce groupe de travail qui désireraient le compte-rendu plus complet rédigé par Madame (et Mademoiselle) Lefèvre, peuvent se le procurer en adressant une enveloppe timbrée à M. de Cointet, 62, rue Dieweg, 67 SELESTAT.

Notre collègue E. Ehrhart nous signale une erreur : le dessinateur a oublié de faire figurer la TUNISIE sur la carte, page 613 de notre dernier Bulletin ...

La vie d'un club d'informatique

Animateurs : M. CHOUCHAN (Brionne) et J.-C. HERZ (Paris)

Michèle Chouchan a animé en 1970-71, au C.E.S. de Brionne (Eure), un club de mathématiques créé à la demande de ses élèves de sixième. Elle a décidé avec Jean-Claude Herz, à l'occasion des Journées de Toulouse, d'en faire un club d'informatique en 1971-72. Elle s'est initiée aux ordinateurs en juillet 71 par un stage à l'IBM, au cours duquel elle a créé avec Jean-Claude Herz le langage BRIONNAC.

BRIONNAC est le langage d'une machine fictive ayant une mémoire de 10.000 positions alphanumériques adressables individuellement et par zones. Chaque instruction contient un code opération et zéro à quatre opérandes et peut être précédée par une étiquette. Chaque opérande est, selon le cas, une étiquette, une adresse ou zone, ou une donnée explicite. Une adresse ou zone peut être définie au moyen du contenu d'une ou deux autres zones (adressage indirect).

Les opérations sont la lecture d'une carte, l'impression, le saut de ligne ou de page, la répétition en mémoire, les opérations arithmétiques dans N et dans Z , les opérations booléennes, les comparaisons dans N , dans Z et dans l'ordre alphabétique, le saut inconditionnel et l'arrêt.

Jean-Claude Herz a mis au point en septembre un compilateur permettant d'utiliser BRIONNAC sur tout ordinateur acceptant le langage PL/1.

A la rentrée, une dizaine d'élèves de chacune des deux classes de cinquième ont été volontaires pour le club d'informatique, qui a fonctionné d'abord séparément pour chaque classe (40 minutes par semaine). A partir de janvier, les quelque vingt élèves ont eu une séance commune par semaine. En mars, ils ont passé un jeudi à l'IBM à Paris. Un certain nombre de séances n'ayant pu avoir lieu pour différentes raisons, les élèves en auront eu en tout une quinzaine seulement dans l'année, dont cinq ou six en présence de Jean-Claude Herz.

Les activités ont commencé par une initiation au codage et à la perforation des cartes (avec du matériel Perfostyl). Les éléments du langage ont été introduits partiellement et progressivement : d'abord les opérations d'entrée et sortie, en précisant la représentation des zones et des données explicites (application : conjugaison d'un verbe régulier de longueur fixée) ; puis comparaison alphabétique et saut (application : verbe commençant par une voyelle ou une consonne ; enchaînement des entrées par retour à l'instruction initiale) ; puis adressage indirect (application : conjugaison d'un verbe de longueur quelconque) ; puis addition et soustraction dans N (en relation avec l'utilisation de l'adres-

sage indirect) ; puis addition et soustraction dans Z (application : calcul de $a + b - c$) ; puis répétition (application : fabrication de dessins) ; puis comparaison dans N (application : retournement d'un mot).

L'éloignement de l'ordinateur utilisé (à Paris) a fait que les résultats d'un programme composé à une séance du club étaient reçus au mieux à la séance suivante. Ce n'est qu'au cours de leur visite à Paris que les élèves ont pu écrire et perforer leurs programmes et en voir immédiatement l'exécution. Cette visite a comporté en outre des démonstrations sur terminal et sur écran cathodique et une discussion entre les élèves et une dizaine de professeurs en stage d'informatique à l'E.N.S. de Saint-Cloud.

L'enthousiasme des élèves pour le Club a été assez constant ; le voyage à Paris l'a, bien entendu, renforcé. Le manque de temps a conduit à ne pas se servir du matériel Perfostyl, sauf au début de l'année où cela a paru nécessaire pour concrétiser les premiers concepts. Les élèves n'ont pratiquement pas travaillé en dehors des séances. Une exception à signaler : une élève a écrit un programme de 800 instructions pour reproduire un dessin distribué à l'IBM.

Un certain nombre d'idées *a priori* étaient à la base de cette expérience :

- Nécessité de l'apprentissage préalable d'un langage machine pour bien comprendre le fonctionnement d'un ordinateur et la signification d'un langage évolué.
- Choix par les élèves eux-mêmes des notations et des opérations à inclure dans le langage en vue de traiter différents problèmes. Naturellement, on a dû, pour ne pas perdre de temps, leur imposer un certain cadre qui est celui du langage créé en juillet 71. Ils en ont modifié plusieurs éléments : représentation des zones, codification des opérations, séparation des opérandes. Le remaniement correspondant du compilateur n'a pas présenté de difficultés.
- Liaison avec l'enseignement de mathématique : correspondance entre les notations ; identité entre programme et fonction. En fait, la liaison a été plutôt d'un autre ordre : l'informatique est tout autant (sinon plus) que la mathématique une école de rigueur.

A posteriori, on a constaté que le club avait permis aux élèves de rectifier leurs idées sur les ordinateurs, dont la presse écrite ou orale donne une représentation très fautive. Cependant le mode de travail (programmation par correspondance) et les exercices choisis n'ont pas permis de montrer la réelle puissance des ordinateurs ; tout au plus les élèves ont-ils pu réaliser qu'un programme une fois écrit pouvait servir un grand nombre de fois avec des données chaque fois différentes. Il est certain d'autre part que les élèves sont désormais sensibilisés aux infor-

mations extérieures sur l'informatique (ils en parlent au Club), ce qui leur ouvre une fenêtre sur la vie technique. Enfin, les activités du club ont attiré l'attention de certains professeurs et d'autres élèves, surtout après le compte rendu fait à leurs camarades par les élèves de leur voyage à Paris.

Relations entre mathématiques et physique

Animateur : F. COLMEZ

Représentant de l'Union des physiciens : TOUREN

Colmez donne d'abord un aperçu des projets de programmes de physique mis au point par la Commission Lagarrigue pour la classe de seconde : Electronique et Electrocinétique, Mécanique avec, comme notion de base, la quantité de mouvement et non plus la force.

Il convient de se féliciter que l'accord entre l'enseignement des Mathématiques et celui de la Physique soit ainsi mieux assuré qu'avec les anciens programmes.

Organisation générale de la classe de seconde : un tronc commun de 21 heures hebdomadaires (dont 4 heures de mathématiques et 4 heures de sciences physiques) et de nombreuses options. Expérimentation l'an prochain aux lycées de Montgeron et Saint-Quentin.

L'accord entre les associations de spécialistes, réalisé pour la seconde, n'a pu se faire pour les premières et les terminales.

Mais le problème essentiel demeure le premier cycle. Colmez expose les idées de la Commission Lagarrigue pour l'introduction de physique et chimie avec la technologie à partir de modules (appareil photographique, astronomie, gas carbonique, mécanique). Il faut surtout éviter que certaines classes (sixième III par exemple) ne soient des voies de garage.

Certains collègues mathématiciens déplorent que les problèmes de physique des concours et du baccalauréat ne soient en fait que des problèmes de mathématiques. Peut-être faudrait-il introduire, en plus de l'épreuve écrite, une épreuve de travaux pratiques. Mais cela posera des problèmes de locaux et de matériel.

A propos des émissions de la Radio-Télévision Scolaire, Les Mathématiques au service de ... la Physique, une discussion s'engage au sujet du vocabulaire (vecteurs et vecteurs des physiciens) et des notations (i pour les mathématiciens devient j pour les physiciens, \bar{z} notation complexe en physique). Il faudrait que A.P.M.E.P. et U.D.P. agissent pour que les commentaires qui accompagneront les programmés de Sciences Physiques imposent les mêmes notations qu'en Mathématiques.

Pour faciliter la tâche des physiciens, Colmez suggère d'introduire en seconde les propriétés des fonctions trigonométriques à partir des tables numériques. Mais aura-t-on le temps ?

En conclusion, il faudrait envisager :

- 10) Un "recyclage" commun des mathématiciens (qui ont oublié la physique) et des physiciens (qui ont des difficultés avec les mathématiques "modernes").
- 20) Une harmonisation des notations par une commission mixte Mathématiques-Physique.
- 30) L'introduction, dans les livres de mathématiques, d'exercices empruntés à la physique.