La langue des calculs

Pierre Legrand(*)

Introduction

J'avais d'abord songé à intituler cet article « Enseigner l'algèbre au collège », mais je me suis rendu compte que ce titre était triplement inadéquat :
– d'abord parce qu'au collège on n'enseigne pas l'algèbre, branche des mathématiques, mais plutôt le langage algébrique, indispensable outil de l'ensemble des « sciences dures » ;
– ensuite parce que l'apprentissage de ce langage s'ébauche déjà à l'école ;
– enfin parce qu'on ne trouvera pas ici une étude systématique de ce qu'il faut faire ou ne pas faire, mais seulement quelques pistes de réflexion.

La démarche des programmes

L'élève arrivant au collège n'est pas, si j'ose dire, algébriquement vierge : outre l'écriture décimale, il est censé connaître les signes + − × < > et la notation des fractions, c'est-à-dire un début de symbolique mathématique, à quoi s'ajoute dès le CE2 le maniement de la calculatrice.

La sixième consolide et approfondit le travail fait à l'école, en particulier dans le domaine des fractions.

La cinquième poursuit ce travail, mais introduit en outre les nombres relatifs (addition et soustraction) et le parenthésage, ainsi qu'un premier contact avec les écritures littérales.

En quatrième les choses se corsent : multiplication et division des nombres relatifs, exposants entiers positifs ou négatifs. Et surtout on entreprend d'« initier les élèves au calcul littéral : priorités opératoires, développement, mise en équation et résolution », dont l'apprentissage « doit être conduit très progressivement à partir de situations qui permettent aux élèves de donner du sens à ce type de calcul ».

La troisième continue sur la lancée de la classe précédente : développement ou factorisation d'une expression littérale, identités remarquables. S'y ajoutent les fonctions affines et les systèmes linéaires 2 × 2. Et l'on insiste à nouveau sur « la mise en équation et la résolution de problèmes ».
On peut critiquer cette démarche (c'est ce qui est fait avec fougue dans [4]) et trouver qu'elle ne brille ni par l'originalité ni par la profondeur de vue. Mais il me semble qu'elle

> JE me suis proposé de suivre dans cet Ouvrage, la même méthode que dans mes Elémens de Géométrie : J'ai tâché d'y donner les régles de l'Algebre dans un ordre que les Inventeurs eussent pû suivre. Nulle vérité n'y est présentée sous la forme de Théorêmes. Toutes, au contraire, semblent être découvertes en s'exerçant sur les Problêmes que le besoin ou la curiosité ont fait entreprendre de résoudre.

Clairaut, préface des *Éléments d'Algèbre* (1746).

(*) p.m.legrand@sfr.fr

est empreinte d'un certain réalisme et qu'elle n'est au fond pas très éloignée du point de vue que défend Clairaut[(1)] dans le texte ci-joint.

Quoi qu'il en soit, bon ou mauvais le programme est là et c'est en fonction de lui qu'est rédigé ce qui suit.

Un apprentissage difficile

Comme toute langue, la langue des calculs demande un apprentissage et l'on s'accorde à estimer que cet apprentissage est difficile. Le vocabulaire est pourtant restreint et la syntaxe impeccablement logique, tout le contraire en somme de l'anglais ou du français. « L'algèbre est une langue bien faite, et c'est la seule », affirme Condillac dans la préface du livre dont j'ai repris le titre[(2)].

La difficulté est peut-être justement là. L'algèbre est une langue trop bien faite : elle ne permet aucun couac, aucune erreur dans le propos. C'est la seule langue qui ne pardonne pas : avec un anglais approximatif, on arrive à se faire plus ou moins comprendre à Londres, alors qu'une seule faute dans une écriture algébrique démolit tout ce qui la suit. Rien n'est plus décourageant pour un débutant que cette nécessité d'une vigilance constante[(3)], ligne par ligne, symbole par symbole.

Comme pour toute langue, ce sont les premiers pas qui sont les plus durs. Une fois acquis quelques automatismes élémentaires, la surveillance peut se relâcher un peu et, surtout, une intuition se forme petit à petit, qui permet de flairer que telle manœuvre est erronée. Encore faut-il que l'apprenti accepte de faire l'effort nécessaire ! La motivation est donc un point essentiel.

Motiver par les formules

L'entrée la plus naturelle dans le monde du calcul littéral se fait par des formules que l'on n'a pas à transformer, mais seulement à appliquer.

Il est assez facile de faire comprendre à une classe qu'une brève formule est plus facile à mémoriser et à utiliser que la phrase qu'elle résume, mais il ne faut pas pour autant brûler cette étape trop vite. Aux exemples issus de la géométrie, comme $\mathrm{L} = 2\pi\mathrm{R}$, $\mathrm{S} = ah$, $\mathrm{S} = \frac{1}{2}ah$ ou $\widehat{\mathrm{A}}+\widehat{\mathrm{B}}+\widehat{\mathrm{C}}=180°$, il est bon d'en adjoindre qui soient issus de la physique (relation entre la distance parcourue et la vitesse, $d = vt$; loi d'Ohm, $\mathrm{U} = \mathrm{RI}$) ou de la chimie (les premières écritures de réactions apparaissent en quatrième). Et signaler au passage que l'économie est bourrée de formules mathématiques devrait parler au cœur de ceux qui lorgnent sur la série ES.

Comme l'écrit (voir l'encadré ci-après) Sylvestre Lacroix dans ses *Élémens*

(1) Le manuel de Clairaut fit sensation à l'époque et fut, dit Montucla dans son *Histoire des mathématiques* (1799), « traduit dans presque toutes les langues de l'Europe ».
(2) *La langue des calculs* (1798), publié dix-huit ans après la mort de l'auteur. Consultable sur le site gallica.bnf.fr.
(3) Mais cette obligation d'une vigilance de tous les instants paraît naturelle à qui tient en mains un guidon ou un volant…

d'Algèbre (1797), qui furent pendant tout le début du XIX^{e} siècle le plus utilisé des manuels d'algèbre à l'usage des lycéens[4], il importe en outre d'entraîner les élèves à passer d'un énoncé à la formule qui le résume et d'une formule à la phrase qui la traduit en langage courant.

Sylvestre Lacroix, ***Élémens d'Algèbre*** (page 17)

C'est en s'exerçant beaucoup à passer du langage ordinaire à l'écriture algébrique, et à rendre celle-ci dans le premier, qu'on parviendra à se familiariser avec l'Algèbre, dont la difficulté ne consiste guères que dans la parfaite intelligence des signes et de leur emploi.

N.B. : le mot « signe » est à entendre ici au sens de « symbole ».

Exhumons quelques exemples historiques.

Ce que faisaient les Grecs

Lorsqu'on lit Euclide ou Archimède, une des principales difficultés est que, dans ces textes fondateurs il n'y a que des phrases et (heureusement) des figures, mais aucune formule. L'écriture des démonstrations et la présentation en sont considérablement allongées et, de fait, obscurcies. Donner tout du long une de leurs démonstrations serait fastidieux, mais voici trois exemples :

▪ Sur la proportionnalité, Euclide écrit (livre 7, définition 21) : « Des [en fait : quatre] nombres forment une proportion lorsque le premier est le même multiple du second que le troisième l'est du quatrième, ou lorsque le premier est la même partie ou les mêmes parties du second que le troisième l'est du quatrième ». Un peu plus loin (livre 7, proposition 19) : « Si quatre nombres forment une proportion, le nombre produit par le premier et par le quatrième sera égal au nombre produit par le second et par le troisième, et si le nombre produit par le premier et par le quatrième est égal au nombre produit par le second et par le troisième, les quatre nombres formeront une proportion ». Les deux énoncés deviendraient maintenant : « On dit que a, b, c, d forment une proportion lorsque $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ » et « a, b, c, d forment une proportion si et seulement si $ad = bc$ ».

▪ Ce qu'Archimède, dans son traité *De la mesure du cercle*, formule ainsi : « Le périmètre de tout cercle vaut le triple du diamètre augmenté de moins de la septième partie, mais plus des dix soixante et onzièmes parties du diamètre », nous l'écririons :

$$3+\frac{10}{71}<\pi<3+\frac{1}{7}.$$

▪ Cinq siècles après Archimède, voici un texte de Diophante : « Étant donné trois

(4) Le titre complet du livre est : *Elémens d'Algèbre, à l'usage des élèves de l'École centrale des quatre-nations*. Les écoles centrales sont les ancêtres des lycées, qui leur succédèrent en 1802.

nombres ayant une différence commune [autrement dit : le plus grand moins le moyen égale le moyen moins le plus petit], alors huit fois le produit du plus grand et du moyen plus le carré du plus petit est égal au carré de la somme du plus grand et de deux fois le moyen » (*Nombres polygonaux*, proposition 1).
Traduisons : « Si $c - b = b - a$, alors $8bc + a^2 = (c + 2b)^2$».

On touche du doigt, sur ces exemples, le gain que procure la notation algébrique : *une longue phrase qu'il faut suivre mot par mot est condensée en une formule qu'on embrasse d'un seul coup d'œil.*

Motiver par la calculatrice

Les premières difficultés majeures se rencontrent *avant même l'introduction de données littérales*, dès qu'interviennent les règles opératoires, notamment les priorités entre opérations et l'usage des parenthèses. Ces conventions peuvent sembler aux débutants aussi arbitraires qu'inutiles. Il est donc sage de les introduire de façon progressive et de s'appuyer sur les savoir-faire acquis.
Les élèves arrivant en sixième ont derrière eux trois ans de maniement de la calculatrice (le programme des écoles précise même qu'au CM2 ils doivent savoir la manier « à bon escient »[(5)]). Goût du moindre effort aidant, la plupart d'entre eux y sont même « accros ». Leur expliquer que les règles qu'on essaie de leur inculquer ne sont autres que celles qui régissent leurs calculettes bien-aimées donne à ces lois séculaires un air d'efficace modernité qui ne peut que faciliter les choses.

Quel modèle choisir ?

Encore faut-il que les élèves aient un minimum d'aisance avec ces appareils. Le gros problème est souvent leur sophistication même : je crains fort, par exemple, que le lycéen moyen n'utilise pas la moitié des touches de sa calculatrice scientifique.

Mieux vaut donc que la calculette comporte aussi peu de touches que possible, afin que l'élève puisse mémoriser l'ensemble de ses commandes.

Aussi conseillerais-je, en sixième et cinquième, un modèle « école » plutôt que « collège ». L'important est qu'il fonctionne selon la logique algébrique et qu'il soit *muni d'un parenthésage*[(6)].

Les deux seuls modèles à parenthésage ayant moins de 30 touches sont, à ma connaissance, la *TI 106 II* et la *Citizen FC junior*[(7)].

(5) Question perfide : au CE2 et au CM1, sont-ils censés la manier de travers ?
(6) La présence de ce dernier facilite grandement la compréhension des priorités opératoires : pour admettre que $4 + 3\times2$ et $(4 + 3)\times2$ ne sont pas égaux, rien de tel que de les taper sur le clavier.
(7) La première a l'avantage d'avoir une touche « √ », ce qui permet de l'utiliser jusqu'en quatrième.

Il serait intéressant aussi d'avoir un appareil effectuant le calcul formel sur les fractions, je veux dire donnant $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$ et non $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ = 0,833333333. Le calcul sur les fractions est en effet une pierre d'achoppement dans l'initiation au calcul ; faire à la main des opérations sur les fractions et les contrôler aussitôt sur la calculatrice permet un travail rapide et une autoévaluation.

Les deux modèles les plus simples (relativement) dans ce domaine me semblent être la *TI Primaire Plus* (43 touches) et la *Casio FX junior plus* (47 touches). On est évidemment déjà loin des 28 et 29 touches des deux modèles précédents : toute médaille a son revers.

Remarque

Je suis un peu gêné par le regrettable aspect publicitaire de cette présentation. Mais je suis encore plus gêné de voir que les modèles étiquetés « collège » sont beaucoup trop complexes pour un gamin ou une gamine de douze ans.

La touche « = »

Sur les quatre modèles que j'ai cités, la touche qui sur les appareils plus sophistiqués s'appelle souvent « EXE » ou « ENTER » est étiquetée tout simplement « = ». C'est nettement plus parlant pour les élèves, mais rend indispensable quelques précautions et explications, pour bien faire sentir que cette touche a un sens plus spécialisé que le signe « = » du calcul algébrique : l'utiliser remplace le bloc sur lequel on a calculé par un résultat unique, sur lequel on peut ensuite calculer à nouveau. Pour le faire sentir, il est utile de faire vérifier que taper « 2 + 3 = × 4 = » donne le même résultat que taper « (2 + 3) × 4 = ».
Autre difficulté : *le signe « = » de la calculatrice signifie tantôt « = », tantôt « ≈ »*. Il faut, me semble-t-il, insister sur ce point, qui souvent reste mal perçu même au lycée. Il peut être utile aussi de signaler (sans doute pas avant la quatrième) que, lorsque l'appareil fournit une réponse finissant par une suite répétitive (en particulier une chose comme …444444 ou …888889), on doit subodorer qu'une écriture fractionnaire exacte est probable.

Éviter de mouliner trop de calculs sans le support d'un problème

Pour que soit possible le travail à la machine, ou plutôt le contrôle à la machine du travail à la main, il faut que dans un premier temps on n'introduise pas de données littérales[(8)], mais seulement numériques.

(8) J'exclus évidemment les machines faisant du calcul formel, qui sont hors de portée d'un collégien.

Malheureusement, si faire en série des exercices de pur calcul n'est *a priori* pas plus stupide que de faire des gammes ou, en sport, de répéter un geste jusqu'à l'acquisition d'un automatisme, l'expérience prouve que c'est à la fois moins bien toléré et moins efficace.

À ces exercices mécaniques il est donc bon en sixième et cinquième d'adjoindre de petits problèmes[(9)] que l'on traite « à l'ancienne », avec la seule arithmétique élémentaire. En voici un exemple :

Le sire de Montrésor, dans son testament, partage ainsi sa fortune : un tiers à son fils aîné, un quart à sa fille, un cinquième à son second fils et le reste, soit 325 écus, à sa fidèle servante[(10)]*. À combien se monte la succession ?*

La part de la servante dans l'héritage est de $1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$, soit $\frac{13}{60}$; l'héritage est donc de $325\times\frac{60}{13}$, soit 1500 écus.

L'introduction d'une donnée littérale

Il faut en prendre conscience, et l'histoire est là pour le prouver : *représenter une quantité inconnue ou variable par une lettre sur laquelle on calcule est un saut conceptuel majeur*. C'est faute d'avoir accompli ce saut que les Grecs de la grande époque n'ont pu développer ni algèbre ni analyse. Il a fallu attendre le III^{e} siècle de notre ère pour que Diophante emploie une lettre, ς , pour désigner une inconnue (mais, faute de symbolique adéquate, il n'écrivait pas de formules). Des équations semblables à celles que nous écrivons n'ont fait leur apparition que vers la fin du XVI^{e} siècle et leur mise en forme définitive a encore pris près de deux siècles.

Une équation du premier degré écrite par Viète (*Zeteticorum libri*, 1593) :		
Notation de Viète	Notation moderne	Correspondances
$\dfrac{B\,in\,A}{D} + \left\{\begin{array}{c} B\,in\,A \\ -B\,in\,H \\ \hline F \end{array}\right\}$ æquabuntur B	$\dfrac{Bx}{D}+\dfrac{Bx-BH}{F}=B$	A désigne chez Viète l'inconnue, *in* signifie « multiplié par », æquabuntur signifie « = ».

Pour amener les élèves à franchir cette étape en douceur, il me paraît prudent de commencer par des écritures comportant une seule donnée littérale, ce qui oblige à se limiter à des problèmes du premier degré à une inconnue. Heureusement le folklore en est vaste[(11)] : l'école du temps jadis en a longtemps fait son menu favori. Et l'on peut à cette occasion faire aisément sentir que l'écriture algébrique permet de les résoudre de façon quasi automatique alors qu'un raisonnement direct demande

(9) On trouvera d'autres exemples dans [1] et [2].
(10) En recopiant l'énoncé, je l'ai expurgé en écrivant « fidèle servante » au lieu de « vieille maîtresse ».
(11) Cf. note 9.

réflexion et souvent ingéniosité.

L'équation du premier degré à une inconnue

Un exemple vénérable

Le problème 7 du livre I de Diophante s'énonce ainsi : « *Trouver un nombre tel que le résultat obtenu en lui retranchant 20 soit le triple de celui que l'on obtient en lui retranchant 80* ».

On est tenté d'aller vite. Soit x le nombre cherché. On veut avoir $3(x-80)=x-20$, ce qui équivaut à $3x-x=3\times 80-20$, soit encore $2x=220$. La solution est donc $x=110$.

Agir ainsi à la hussarde, c'est méconnaître deux difficultés. La première est liée aux règles du calcul. Tant que la distributivité n'est pas assimilée, développer $3(x-80)$ peut demander une explication, par exemple :

$$3(x-80)=x-80+x-80+x-80=3x-3\times 80.$$

Ensuite, pour passer de $3x-240=x-20$ à $3x-x=3\times 80-20$, mieux vaut le faire en deux temps : partant de $3x-240=x-20$, on ajoute 240 aux deux membres pour obtenir $3x=x-20+240$, puis…

Mais il est une autre difficulté plus subtile. On a remplacé plusieurs fois une équation par une équation équivalente, notion délicate qu'il n'est pas si facile de faire assimiler et dont il est prudent de se passer au début. D'autant plus que travailler par équivalence est un peu pousser au crime : une fois prouvé que $ax + b = cx + d$ équivaut à $x = k$, on a tendance à dire « ouf ! » et à considérer le travail comme terminé, ce qui sur le plan de la logique est exact. Mais c'est oublier la faiblesse humaine : combien de fautes de calcul ont pu se glisser dans le travail ?

La sagesse semble être de dire : supposons qu'un nombre x vérifie $3(x-80)=x-20$; alors il vérifie aussi $3x-240=x-20$ et la suite. Arrivé à $x=\cdots$ il reste à contrôler que le nombre trouvé convient… ou ne convient pas. Raisonner ainsi, c'est éviter d'utiliser prématurément le difficile « si et seulement si » et c'est aussi, chose absolument indispensable, habituer les élèves à vérifier les résultats obtenus.

La mise en équation d'un problème

Ces équations du premier degré à une inconnue sont en outre l'occasion de faire l'apprentissage d'une activité scientifique essentielle : la modélisation ou plus précisément la mise en forme mathématique d'un problème concret (ou pseudo-concret, les vrais problèmes concrets étant souvent trop difficiles d'accès).

(9) On trouvera d'autres exemples dans [1] et [2].
(10) En recopiant l'énoncé, je l'ai expurgé en écrivant « fidèle servante » au lieu de « vieille maîtresse ».
(11) Cf. note 7.

Le choix de l'inconnue (et plus tard des inconnues) est primordial, mais il est bon de montrer qu'il n'a aucune raison d'être unique, comme le montre l'exemple suivant :

Tante Ursule veut partager 100 € entre ses trois nièces et donner 15 € de plus à l'aînée qu'à la seconde et 5 € de plus à celle-ci qu'à la benjamine. Comment fera-t-elle ?

Selon que l'on prend comme inconnue la somme reçue par l'une ou l'autre fille, on arrive à trois mises en équation :

$$x+(x+5)+(x+5+15)=100\,;$$
$$(y-5)+y+(y+15)=100\,;$$
$$(z-15-5)+(z-15)+z=100.$$

Un des pivots du programme de troisième : les systèmes linéaires

▪ On distingue couramment deux méthodes de résolution : soit tirer une inconnue de l'une des équations pour reporter dans l'autre, soit travailler par combinaisons linéaires des deux équations.

Il importe de voir qu'il s'agit là de deux habillages différents d'une même méthode : si de $\begin{cases} ax+by=p \\ cx+dy=q \end{cases}$ $(a\neq 0)$ on tire $x=-\dfrac{b}{a}y+\dfrac{p}{a}$ pour le reporter dans la seconde équation, on obtient $-\dfrac{bc}{a}y+\dfrac{cp}{a}+dy=q$, soit $(ad-bc)y=aq-cp$, autrement dit ce qu'on obtient en multipliant la première équation par $-c$, la seconde par a et en additionnant.

La première méthode a l'avantage d'apparaître plus naturelle et d'être plus aisément mémorisée. La seconde a celui d'introduire le plus tard possible des dénominateurs (source bien connue d'erreurs de calcul). En outre elle se généralise plus aisément (opérations élémentaires sur les lignes d'une matrice).

▪ Un théorème aussi utile que méconnu est le théorème suivant :
Si, par des combinaisons linéaires des équations d'un système linéaire de n équations à n inconnues $x_1, x_2, \cdots$ *on obtient* $x_1 = p_1$, $x_2 = p_2$ $\cdots$, *alors le système initial est de Cramer : il a une solution unique, qui est celle trouvée.*

Justifions-le dans le cas $n = 2$. Si les deux droites $\begin{cases} ax+by=p \\ cx+dy=q \end{cases}$ sont parallèles (distinctes ou non), en combinant linéairement leurs équations on n'obtiendra que des droites qui leur sont parallèles, donc on n'arrivera jamais à $x=\cdots, y=\cdots$. Si elles sont sécantes, en combinant linéairement leurs équations on n'obtiendra que des droites passant par leur point d'intersection J. Si donc on arrive à $x = u$, $y = v$, les deux droites correspondantes passent par J et (u,v) est la solution.

Parenthèse : démonstration du théorème dans le cas général

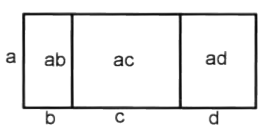
Écrivons notre système $n \times n$ sous forme matricielle : AX = C. Supposons que par un jeu de combinaisons linéaires des lignes on arrive à IX = D, où I est la matrice unité ; en faisant les mêmes combinaisons sur le système homogène associé AX = 0, on arrive à IX = 0. Le noyau de A est donc réduit à zéro et la matrice A est inversible : le système est de Cramer. Son unique solution vérifie le système conséquence IX = 0 : c'est donc la solution trouvée en combinant sans précautions.

▪ Quand on travaille sur un système linéaire 2 × 2, il est donc inutile de vérifier à chaque étape que l'on remplace un système par un système équivalent, ce qui est assez pénible et que pratiquement personne ne fait.

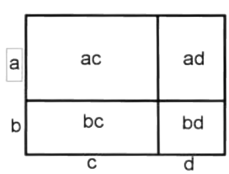
La démarche naturelle est celle-ci : on suppose que (x,y) est solution, on combine les équations jusqu'à obtenir $x = u$, $y = v$; on sait à ce stade, d'après le théorème ci-dessus, que si l'on n'a pas fait de faute de calcul le couple (u,v) convient bien et qu'il est le seul. *La vérification finale est cependant indispensable*, non sur le plan logique, mais à titre, si je peux dire, de contrôle de fabrication.

Calculer à la grecque

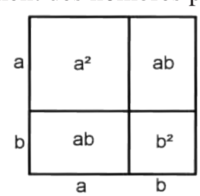
Le professeur qui se désespère de voir ses élèves sécher sur le développement de $(a+b)(c+d)$ ou écrire obstinément $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ peut essayer de leur montrer ce qui se faisait deux millénaires plus tôt. Pour Euclide et ses contemporains, les nombres (positifs) représentaient des longueurs et leurs produits des aires, ce qui avait au moins un avantage : les égalités comme celles ci-dessous étaient rendues visuellement évidentes. Il reste à dire ensuite que les résultats ainsi mis en images sont valables même si les lettres ne représentent pas forcément des nombres positifs.



a(b+c+d)=ab+ac+ad



(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd



(a+b)²=a²+2ab+b²

La tentation du tableur

Devant le succès et l'indiscutable utilité des logiciels de géométrie dynamique tels que *GeoGebra*, on est tenté d'entreprendre une opération analogue pour l'enseignement du langage algébrique, à savoir se servir des tableurs qui traînent sur tous les ordinateurs. Mais il y a un *hic* : ces logiciels, qui ont été introduits pour gérer des données en masse et nullement dans un but éducatif, *présupposent le langage algébrique* et lui ajoutent des conventions qui leur sont propres(12). S'en servir pour

(12) On trouvera dans [4] une discussion plus poussée des problèmes posés par l'utilisation du tableur.

initier au calcul littéral, c'est appliquer le fameux « pourquoi faire simple quand on peut faire compliqué ? ».

En revanche, *une fois acquis le maniement des notations algébriques*, l'apprentissage du tableur est relativement aisé. Et c'est un outil précieux tant pour l'étude de la statistique que, plus tard, pour celle des suites.

Cela dit, il me reste à formuler un vœu : *qu'une équipe s'attaque à la mise au point d'un logiciel d'apprentissage de l'algèbre élémentaire*, où le souci d'une progression pédagogique et d'une simplicité maximale d'utilisation l'emporte sur la recherche de la puissance de calcul.

Conclusion

Les idées présentées ici diffèrent sensiblement de celles exposées dans le très intéressant article [4]. L'étude en question s'appuie sur de récents travaux de didactique pour condamner « une entrée brutale, par le monde des équations », traditionnelle « en France et dans les pays latins » et pour privilégier « la recherche de moules, de régularités, de modèles dans des situations prises dans différents contextes ».

Alors, qui croire ? *Je dirais volontiers : tout le monde et personne*. Dans un article, on trouve presque toujours matière à réfléchir, mais en définitive c'est à chacun de faire ses choix en fonction de ses penchants personnels, de son expérience et des réactions de ses élèves. Quitte à se mettre à l'école de cette méchante langue de Condillac qui, dans la préface de *La langue des calculs*, conseille de suivre les leçons de la nature plutôt que celles des philosophes, qui « lors même qu'ils nous égarent, ne cessent de nous traiter d'ignorants. »

Condillac étant lui-même philosophe, son affirmation introduit d'ailleurs un joli cercle vicieux : « Condillac dit qu'il ne faut pas croire les philosophes, or Condillac est philosophe, donc il ne faut pas croire ce qu'il vient de dire, donc on peut croire les philosophes, donc on peut croire Condillac, donc… ».

Et dans ce que je viens de dire, il y a hélas le même cercle vicieux. Alors, me croirez-vous ?

Références

▪ Pour des exemples de problèmes du premier degré, voir :

[1] B.V. 510, « Vingt problèmes antiques pour le collège »
[2] B.V. 511, « Résolutions arithmétiques et algébriques de problèmes anciens »
[3] B.V. 512, « Énigmes carolingiennes »

▪ Pour un point de vue critique sur le programme et les méthodes d'enseignement, voir :

[4] B.V. 514, « Enseignement et apprentissage de l'algèbre au collège : quel apport des TICE ? »