Des « savoirs didactiques » en formation d'enseignants de mathématiques

Marc Bailleul(*)

Résumé : C'est à l'occasion de la création des IUFM en 1991, dans le cadre revendiqué par l'Institution de la professionnalisation des enseignants, que s'est trouvée explicitement posée la question de la nature des savoirs professionnels qui sont l'enjeu de la deuxième année de formation.
Les chercheurs en didactique des mathématiques, champ de recherche encore en constitution à l'époque, avaient des éléments de réflexion à proposer. Des savoirs avaient été élaborés, validés par des thèses. Qu'en est-il de leur impact sur les pratiques quotidiennes des enseignants et de leur utilisation en formation, si on fait l'hypothèse, à vérifier, que c'est un des lieux clés où elles se construisent.
Nous donnerons quelques réponses à la première partie de la question et développerons de façon plus approfondie le deuxième aspect.
Mots clés : enseignants de mathématiques, didactique des mathématiques, formation.

> « On constate aujourd'hui une forte demande sociale, centrée sur les questions de professionnalisation, qui émane conjointement des pouvoirs publics, des milieux professionnels et de ceux de la formation. » (Wittorski, 2005, p. 11)
>
> « Il est de plus en plus évident que les *formes* que prennent aujourd'hui les situations de formation ont considérablement évolué.
>
> De la salle de cours où se transmettaient traditionnellement les savoirs établis par la communauté scientifique ou leurs dérivés technologiques, aux dispositifs en alternance et aux formations appuyées sur le travail, les règles du jeu ne sont plus les mêmes. » (Sorel, 2005, p. 7)

Entre injonction et aspiration à la professionnalisation, mon propos ne sera pas de choisir. Il s'agissait juste là de préciser le cadre global de mon intervention.

Bourdoncle (1991) caractérise une profession par quatre attributs :
- une base de connaissances à la fois assez générales mais aussi relativement spécifiques à l'exercice de la profession ;
- des individus qui ont le souci de servir l'intérêt général plutôt que leur intérêt particulier ;
- un code éthique qui organise les comportements des professionnels vis-à-vis de leurs clients ;
- un système de rétribution ou d'honoraires correspondant de manière effective aux services rendus.

Je n'ai pas pour projet, au cours de cette conférence, d'examiner l'enseignement des mathématiques à l'aune de cette définition, je m'intéresserai seulement à la première caractéristique mise en avant par Bourdoncle, à savoir la « base de connaissances »

(*) IUFM de Basse-Normandie. CERSE, Université de Caen.

de ces enseignants, ce que je désignerai dans la suite de ce texte par l'expression « savoirs professionnels ».
Quels sont ces savoirs professionnels des enseignants, de mathématiques pour ce qui me concerne, mais la question peut évidemment être posée de façon plus large ?
De quelles natures sont-ils ? Et là, il est tentant de raisonner par opposition : théoriques / pratiques ? visibles / invisibles ? individuels / collectifs ? transmissibles / non transmissibles ? « dicibles » / incorporés ?, etc.

Les savoirs disciplinaires sont clairement identifiés comme savoirs nécessaires à l'exercice professionnel de l'enseignement et, pour beaucoup d'enseignants encore, ce sont les plus importants ! Bien sûr il y a d'« autres choses » à « savoir faire », mais celles-ci seraient apportées par l'« expérience », « expérience accompagnée » d'abord, sous la tutelle d'un conseiller pédagogique, la confrontation plus ou moins solitaire à la réalité constituant par la suite la deuxième forme de l'expérience. Il faut savoir « où on met les pieds » : avoir quelques informations sur le fonctionnement de l'Institution Éducation Nationale, de l'établissement dans lequel on exerce, avoir un semblant de représentation du public qui est devant soi et « Vogue la galère ! », « Inch Allah ! » ou « À Dieu va ! », c'est selon… Ce modèle a fonctionné, soit. C'était celui des CPR(1) avant 1980, leur fonctionnement s'alourdissant ensuite pour devenir un lieu où « l'émiettement et la disparité des pratiques de la formation et surtout une vision ambiguïté des statuts, de l'ambivalence des rôles de chacune des instances engagées et l'obscurité qui règne quant au partage des responsabilités et du pouvoir de décision expliquent les tensions de certains stagiaires débordés. » (Leselbaum, 1987, in Condette, 2004). Le rapport Prost (1983) juge de manière critique le travail des CPR, soulignant une formation empirique. La loi d'orientation d'août 1989 annonce la création des IUFM, chargés, « dans le cadre des orientations définies par l'État, [de conduire] les actions de formation professionnelle initiale des personnels enseignants. Celles-ci comprennent des parties communes à l'ensemble des corps et des parties spécifiques en fonction des disciplines et des niveaux d'enseignement. » (BOEN, nº spécial 31 août 1989). Leur objectif est « de faire acquérir aux futurs enseignants un solide savoir universitaire au contact des lieux où s'élabore ce savoir et des compétences correspondant véritablement aux activités concrètes qu'ils devront assumer dans les divers établissements où ils seront affectés. » (MEN, Rapport du recteur Bancel). Ce « modèle nouveau pour l'enseignant, celui du “ professionnel ”, détenteur de compétences multiformes à la fois générales et spécifique à sa discipline » (Condette, 2004) nous semble pouvoir répondre à la complexité croissante du métier d'enseignant. Complexité croissante de plusieurs points de vue :

– Le contexte institutionnel évolue. Le BO nº 22 du 29 mai 1997 fixant les missions des professeurs de collège, de lycée et de lycée professionnel et technique, après celui de 1995 fixant celles des professeurs des écoles, élargit officiellement le champ d'action des enseignants.
– Le contexte social change, en particulier du fait de la massification des

(1) CPR : Centre Pédagogique Régional, où étaient formés les enseignants du second degré (collège et lycée).

effectifs. Ses attentes par rapport à l'école et à l'université sont de plus en plus importantes, en tension avec un contexte économique qui n'est pas des plus florissant et qui « plombe » les perspectives d'insertion.

– Le contexte mathématique lui-même se transforme. De nouveaux objets d'enseignement se sont fait une place grandissante (je pense aux statistiques) quand d'autres disparaissent, parfois au prix d'un affaiblissement de la cohérence des programmes, de « nouvelles » façons d'enseigner sont mises en avant.

Dans une violente diatribe contre la « science didacticienne » et le « pédagogisme », R. Bkouche (2005), fidèle à ses excès dans ce texte, évoquant une citation de Durkeim (« Un enseignement pédagogique doit, en effet, se proposer non de communiquer au futur praticien un certain nombre de procédés et de recettes, mais de leur donner une pleine conscience de leur fonction. »), affirme : « c'est la place des savoirs dans l'enseignement qui permet de donner à ceux qui les enseignent la pleine conscience de leur métier. » J'ajouterai sous réserve de ne pas oublier celle qu'on donne aux élèves (et pas à un élève standard) et celle que l'on prend en tant qu'enseignant. Les travaux menés dans le cadre des Sciences de l'Éducation, en « Éducation mathématique » (je francise le « mathematics education » qu'utilisent les anglo-saxons et qui ne correspond pas tout à fait à ce que nous(2) mettons derrière l'expression « didactique des mathématiques »), en psychologie, sociologie et autre ergonomie, nous renseignent sur la complexité que j'évoquais plus haut.

Au temps (béni ?) où il était possible de déposer auprès du Ministère de l'Éducation Nationale des projets d'université d'été, l'APMEP avait organisé, en 1990, une Université d'Automne au titre fort attrayant : « Être professeur de mathématiques à l'aube du 21ème siècle ». L'exposé des motifs précisait :

> « L'exploration du contexte dans lequel se déroulera l'enseignement suppose une mise en contact des chercheurs, des praticiens (enseignants) et de divers partenaires sociaux. Dans notre cas, les chercheurs concernés sont bien sûr les chercheurs en didactique des mathématiques et ceux de Sciences de l'éducation, mais aussi les chercheurs en mathématiques. » (APMEP, 1990)

Ainsi donc, notre association est ouverte, au moins dans ses déclarations officielles, à des collaborations. Je voudrais pointer ici ce qui me semble être la trace visible d'une évolution : l'apparition, dans le numéro 457 du Bulletin vert, d'un dossier explicitement intitulé « Didactique des mathématiques », coordonné par Bernard Parzysz, comprenant deux articles, de Guy Brousseau et Aline Robert. Mais l'APMEP n'est pas l'ensemble des professeurs de mathématiques. Et on sait (Étévé, 1992) que les enseignants, en général, lisent peu ou pas de littérature professionnelle. On sait aussi que, bon an mal an, seuls un tiers environ fréquente la formation continue…

On peut alors légitimement se poser la question : « Ce travail de recherche sur l'enseignement sert-il à autre chose qu'à auto-légitimer ce que font les chercheurs de ce champ ? »(3), question qu'on peut ensuite subdiviser en deux :

(2) « nous » = école francophone de didactique des mathématiques.
(3) question que d'aucuns n'hésitent d'ailleurs pas à poser.

– peut-on identifier quelque part un « impact » de ces travaux sur les pratiques enseignantes au quotidien ?
– ces travaux apportent-ils une contribution décisive à la formation des enseignants, qu'ils soient en formation initiale ou en poste ?

Cette deuxième question en génère une troisième :

– quel est l'impact de ces travaux sur les pratiques des formateurs d'enseignants ?

C'est à ces questions que je vais maintenant essayer d'apporter des éléments de réponse.

Didactique et pratiques quotidiennes

Évoquons quelques « grands concepts » construits par les didacticiens des mathématiques. On peut mettre en avant le milieu, la dévolution, le contrat didactique, les situations a-didactiques dans le cadre de la théorie des situations de Guy Brousseau (1998) ; la transposition didactique et rapport au savoir dans l'approche anthropologique de Yves Chevallard (1991). Régine Douady (1992) a forgé la dialectique outil/objet et les jeux de cadres et de son côté, Gérard Vergnaud (1991) nous propose la théorie des champs conceptuels[(4)].
Sont-ce là des références que mobilisent « naturellement » les enseignants pour préparer leur progression, leurs séquences et leurs séances et pour les analyser ensuite ainsi que les difficultés qu'ils ont pu rencontrer en les mettant en œuvre ? Au vu de nombreux échanges avec des enseignants de mathématiques, en particulier conseillers pédagogiques, je ne le pense pas. Et pourtant le cadre de leurs pratiques quotidiennes pourrait les y inciter. Quand j'emploie ici le mot « cadre », je désigne explicitement ce qui structure et oriente, du moins en principe, l'activité enseignante, à savoir les programmes et leurs commentaires officiels.

Je vais examiner avec vous, sans pour autant prétendre en faire ici une étude exhaustive, l'introduction générale des programmes de mathématiques pour le collège (BO HS n° 5, 9 septembre 2004) et le programme 2002 de l'école élémentaire (BO HS n° 1, 14 février 2002). Les deux premières phrases du document collège sont les suivantes : « À l'école primaire, une proportion importante d'élèves s'intéresse à la pratique des mathématiques et y trouve du plaisir. Le maintien de cet intérêt pour les mathématiques doit être une préoccupation du collège. » Est-ce pour autant, comme le dit Bkouche (op. cit.), ne considérer l'élève que comme client à satisfaire ? Non ! Ce serait plutôt, comme le souligne Meirieu (conférence à l'université de tous les savoirs en 2000), « ré-instaurer le savoir dans l'ordre du désirable » en faisant en sorte que « les élèves se reconnaissent ensemble fils et filles des mêmes questions, soient capables d'assumer sans violence les différences de leurs réponses. »

> « Faire des mathématiques, penser des objets « abstraits » comme les nombres, les figures, débattre du « vrai » et du « faux » en utilisant des connaissances partagées qui permettent

(4) Pour ne pas risquer de blesser quelque « jeune » didacticien(ne) qui serait dans cette assemblée et dont j'aurais oublié les travaux, je ne cite volontairement que les « gros résultats » qui nous viennent des « anciens », absents de cette réunion.

> de dépasser l'argument d'autorité, c'est commencer à s'approprier des éléments de la culture scientifique. Cette culture se caractérise, certes, par des connaissances mais elle s'exerce principalement à travers les activités de résolution de problèmes et les débats auxquels peuvent donner lieu les solutions élaborées par les élèves. » (Document d'application des programmes, Mathématiques, cycle 3[5], p. 5)

La résolution de problèmes ! Nous y voilà ! Il s'agit probablement là de l'impact le plus visible des premiers travaux des didacticiens. En effet, nous les avons vu se diffuser dans les manuels du premier degré puis du collège et enfin au lycée sous des appellations diverses : « situations-problèmes » (reprise de l'expression de Douady mais sans toujours en respecter les caractéristiques), « situations et problèmes » et maintenant « activités préparatoires » dont on peut parfois se demander ce qu'elles ont d'« activité » et de « préparatoire » !
Les programmes actuels annoncent « une place centrale pour la résolution de problèmes » (p. 7 du document d'application, école ; p. 5, BO collège). Quel regard porter sur cette centralité alors même qu'elle avait disparu dans les années 70 ? Dans un article analysant, en Suisse romande, le pourquoi des « situations-problèmes » dans les documents d'enseignement en 1997, Conne (2004) explique :

> « Le fonctionnement du système didactique doit se manifester par une progression, un déplacement. Pour cela, il faut que le système :
> a) produise quelque chose,
> b) qui puisse être reconnu dans un système de repères,
> c) et qu'une valorisation en supporte l'orientation.
> L'idée de problème convient très bien ? […] en échange de la promesse du savoir qui produit la solution, le sujet assume de s'astreindre à résoudre le problème. Cette solution donne raison au savoir et on espère ainsi en fonder le sens. »

Il ajoute dans la conclusion de son texte :

> « La mise en avant de l'idée de problème dont le rôle est de représenter l'aspect dynamique et fonctionnel du développement des connaissances et de la construction des savoirs ne fait que répondre à l'air du temps particulièrement fonctionnaliste (en opposition avec l'air du temps de la réforme des mathématiques modernes qui était – si l'on peut dire – structuraliste.) »

Notons au passage que l'enseignement, celui des mathématiques comme les autres, est une affaire éminemment datée. Les réponses apportées à la question « Quel sens donner à l'action d'enseigner (ou non) des mathématiques (et lesquelles ?) à la totalité d'une classe d'âge ? » (scolarité obligatoire) évoluent au cours de l'histoire. Je me permets ici une petite incise pour signaler l'article remarquable de Michèle Artigue dans le nº 449 du Bulletin vert, article titré : « Enseigner les mathématiques aujourd'hui. Pourquoi ? Comment ? », article dans lequel, forte de son expérience internationale au sein de ICMI[6], elle examine les convergences et divergences des approches de ces questions dans différents pays du monde.
Le programme 2002 de l'école, sous la rubrique « Les principaux enjeux des mathématiques à l'école élémentaire », annonce, page 5, la formation du futur

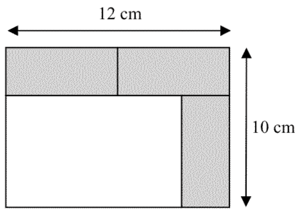
(5) http://www.cndp.fr/textes_officiels/ecole/math_Ecole_C3.pdf
(6) ICMI : International Commission on Mathematical Instruction.

citoyen et son insertion dans la vie sociale, une dimension culturelle, la formation générale de l'élève et l'articulation avec d'autres domaines de savoir, quand le programme de collège, dans la rubrique « Finalités et objectifs », met en avant, page 4, les mathématiques comme discipline de formation générale ; l'outil mathématique et les mathématiques comme discipline d'expression. L'outil privilégié pour atteindre ces objectifs (généraux et même généreux) est donc la résolution de problèmes. Catherine Houdement (2004) souligne bien, dans sa conférence au 31ème colloque de la COPIRELEM, le caractère transversal de cette pratique (ce n'est pas un domaine des mathématiques qu'on traiterait à part comme de nombreux manuels l'ont fait après la publication des programmes de 1995 pour l'école !). Mais on voit bien, les résultats aux évaluations nationales le montrent, que subsistent de grandes difficultés pour les élèves confrontés à des problèmes. Houdement prend l'exemple d'un problème posé en 2000.

Sophie a dessiné et colorié trois étiquettes toutes identiques sur une plaque de carton, comme le montre le dessin. La plaque est rectangulaire et a pour longueur 12 cm et pour largeur 10 cm.

a) Calcule la longueur réelle d'une étiquette. Écris tes calculs.

b) Calcule la largeur réelle d'une étiquette. Écris tes calculs.



44 % des élèves répondent correctement à la question a), proportion qui tombe à 23 % pour la question b) !

On peut avancer deux explications à la difficulté à faire passer dans la pratique quotidienne des enseignants un travail mathématique réellement construit à partir de problèmes : « d'une part, leurs conceptions rétives à ce type d'approche mais aussi […] des connaissances mathématiques et didactiques souvent insuffisantes pour gérer l'incertitude de la mise en commun qui suit » (Houdement, 2004), sous-entendu l'activité de résolution elle-même, qu'elle soit menée individuellement ou en petits groupes. Nous reviendrons sur ce point dans la deuxième partie de l'exposé car il y a là, bien évidemment, question posée à la formation.

Je voudrais avancer dans cette première partie en reprenant point par point le programme du collège dans sa partie « Introduction générale ». Le paragraphe 3, « Organisation des apprentissages et de l'enseignement », peut presque être lu comme un condensé des travaux menés dans la communauté de didactique des mathématiques depuis ses débuts. Certains y verront là quelque chose de fort dommageable, d'autres pensent le contraire ! Au regard de chacun des intitulés des sous sections de ce paragraphe 3, je vais essayer de pointer des travaux qui ont apporté une contribution significative relativement à cet aspect des enseignements (je vais nécessairement sélectionner et en oublier, je vous demande par avance de m'en excuser).

3.1. Une place centrale pour la résolution de problème.

Brousseau (1998), Douady (1992), Vergnaud (1991) ont consacré de nombreuses lignes à cette question mais ils ne sont pas les seuls. Le mot « problème » figure dans le titre de plusieurs thèses : Maury (1986), Ricco (1978), Fisher (1979), Julo (1982), etc.

3.2. Une prise en compte des connaissances antérieures des élèves.

Beaucoup de travaux intègrent cette dimension : Brousseau (1998) et la notion d'obstacle, Chevallard (1991), Assude (2002) et d'autres.

3.3. L'importance de la mise en cohérence.

Rouchier (1991) fut un des premiers à travailler dans sa thèse sur l'institutionnalisation.

3.4. Une initiation progressive à la démonstration.

Antibi (1988), Balacheff (1978), Py (2001), Almouloud (1992) (dans les titres de thèses) mais nombre encore dans des articles ont produit sur ce thème.

3.5. Mathématiques et langage.

De Laborde en 82 dont le titre de thèse est explicite (Langue naturelle et écriture symbolique, deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique.) aux travaux actuels de Mercier (1998) et Sensévy (2001) dans le cadre de l'approche didactique comparée…

3.6. Différents types d'écrits.

Écrit public / écrit privé (travaux de Coppé – 1993 –), narrations de recherche…

3.7. Travail personnel des élèves.

Depuis la mise en évidence de l'importance des temps de travail a-didactique par Brousseau (1998) jusqu'aux travaux de Félix (2002) sur le travail à la maison…

3.8. L'évaluation.

Je ne citerai ici que les travaux qu'Antoine Bodin (1997) mène depuis de nombreuses années dans le cadre de EVAPM.

3.9. Compétences et formation.

Je ne citerai que Vergnaud (1996) et ses recherches sur la conceptualisation.

Il y a donc bien là de quoi nourrir abondamment une réflexion, de type épistémologique, sur les savoirs mathématiques en jeu au collège et à l'école primaire. Cela fait-il, devrait-il faire, partie des activités de l'enseignant ? L'enseignant se vit-il comme agent, comme acteur ou comme auteur du système (Ardoino, 1990) ? ou, pour reprendre le cadre utilisé au début de l'exposé : ce type d'activité caractérise-t-il un « professionnel » ?

Arrivé à ce point de notre développement, il nous faut nous poser une question cruciale : « Si, les pratiques sont, de fait, globalement en décalage par rapport aux prescriptions, quel est le chaînon manquant ou quels sont les points de résistance ? » Si points de résistance il y a, renvoient-ils à des représentations différentes des mathématiques et de leur enseignement (Bailleul, 1994) et/ou à la question de la non accessibilité des objectifs compte tenu des moyens alloués pour les atteindre, principalement en termes d'horaires ? Si le premier terme de cette dernière question mérite approfondissement et travail collectif (sous quelles formes et dans quelles conditions ?), il me semble que se dégage une quasi unanimité pour déplorer les réductions successives des horaires attribués à l'enseignement des mathématiques.

Je voudrais terminer cette première partie en creusant un peu la question du « chaînon manquant ».Qui pourrait assumer ce rôle d'interface entre le prescrit et les enseignants, interface qui serait conçue en référence et en s'appuyant sur les travaux de recherche que j'évoquais plus haut ? On peut identifier ici, hors du cadre de la formation continue que j'évoquerai à la fin de cet exposé, deux acteurs potentiels que sont les manuels d'une part, la littérature pédagogique et didactique d'autre part. Certains manuels prennent en charge, dans leur « version maître », l'explicitation de leurs choix par rapport à des travaux de recherche, ou, pour le dire autrement, une justification théorique de leurs choix, d'autres beaucoup moins. C. Houdement propose même, sur le mode de la provocation auquel je souscrirais volontiers, une réflexion sur « un manuel unique avec livre du maître clés en mains et liste des situations adaptées aux contenus… ». J'étendrais d'ailleurs la question : faut-il un manuel pour les élèves ? Le groupe ERMEL ne s'adresse qu'aux enseignants (mais il vend moins…). Il faut aussi s'interroger sur le deuxième acteur : les revues (Grand N, Petit x, pour les aspects mathématiques, Cahiers pédagogiques et Éducation pour les aspect plus généraux) et les publications des IREMs et de l'APMEP ! Comment étendre leur aire de diffusion ? Pourquoi si peu de lecteurs dans le « grand public », c'est-à-dire celui des enseignants de mathématiques des premier et second degrés ? Il y a là, me semble-t-il, une question centrale, tant sur le fond – en m'inspirant du titre de M. Artigue évoqué plus haut : La didactique des mathématiques aujourd'hui. Pourquoi ? Pour qui ? Comment ? – que sur la forme car elle me permet, au mi-temps de cette conférence, de faire la transition avec la deuxième partie : comment se fait, et qui fait, la « traduction » des produits de la recherche en éducation d'un point de vue général, en didactique des mathématiques pour ce qui nous concerne, à destination des utilisateurs potentiels que pourraient être les enseignants en formation ?

Quels « savoirs didactiques » en formation des enseignants de mathématiques ?

Dans un premier temps, je parlerai de la formation professionnelle initiale en PE2 ou PLC2. La formation à l'IUFM est construite sur le principe de l'alternance, même si les modalités de cette alternance sont singulièrement différentes en PE2 et en PLC2, entre le « terrain » (les stages en classes) et le centre de formation. Le problème important auquel nous, formateurs, sommes confrontés est celui de la distance (pas seulement géographique) entre ces deux institutions formatrices, tant du point de vue des contenus que de celui des modalités de formation.

Je vais d'abord m'intéresser à la formation au centre, à l'IUFM, dont on peut penser que le schéma de la page suivante offre une assez bonne modélisation. Donnons quelques clés de lecture. Pour une classe donnée, le tétraèdre (S, E, M, Sit.) représente la situation didactique « de base » : S est un savoir mathématique donné, E représente les élèves ou un élève, cela dépend, M le professeur (M pour « maître ») et Sit. représente la situation, le tout à un moment *t* donné (plus ou moins long) de l'histoire scolaire de la classe. J'ai plongé ce tétraèdre dans un cercle (sphère) représentant l'environnement dans lequel l'institution classe est à considérer. Cet

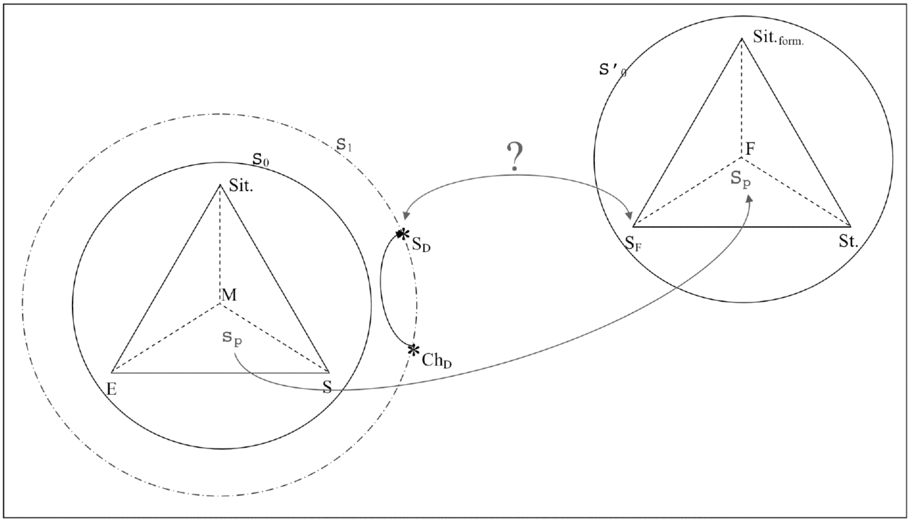
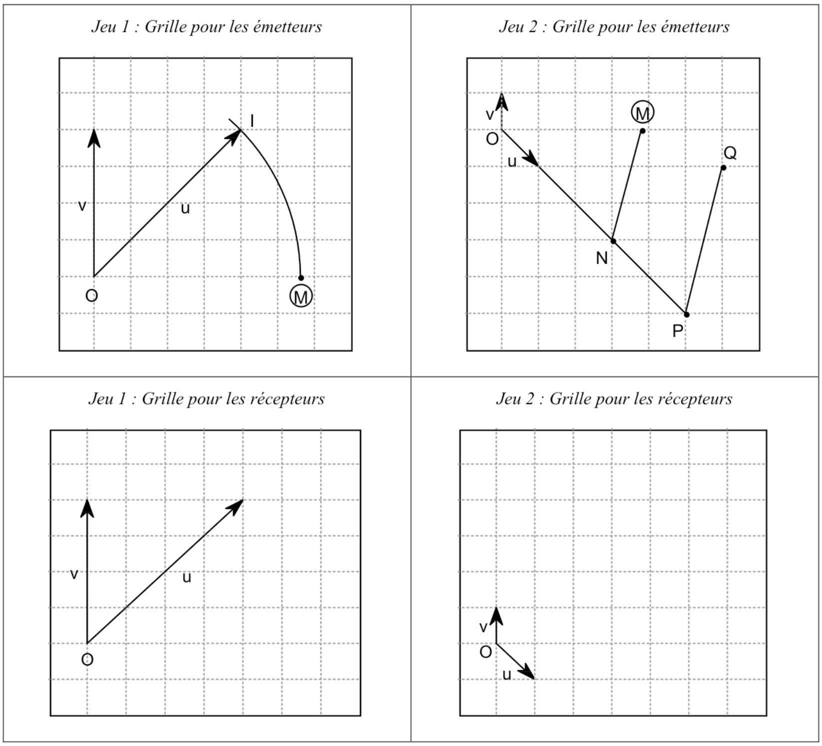


Figure 1 : Situation didactique, recherche et situation de formation au centre

environnement est plus ou moins proche : ce peut être aussi bien l'établissement scolaire et les contraintes de son fonctionnement propre que le quartier ou l'inspecteur et les programmes… En pointillés au dessus, la sphère S_1 représente l'espace de la recherche qui s'intéresse à ce qui se passe dans la sphère S_0, globalement ou dans le tétraèdre (S, E, M, Sit.). Différents champs scientifiques occupent cet espace : la didactique des mathématiques, les sciences de l'éducation, la sociologie, la psychologie, l'économie, l'histoire, etc. J'ai figuré un chercheur en didactique des mathématiques (Ch_D) dont le travail consiste à produire des « savoirs didactiques » (S_D). Le tétraèdre de droite (S_F, St, F, Sit.$_{form}$) représente une situation de formation : St, les stagiaires, S_F des savoirs mobilisés en formation dont on peut se demander si ce sont des savoirs de type S_D, F un formateur et Sit.$_{form}$ la situation de formation elle-même avec ses caractéristiques propres : forme de travail, enjeu, etc. Cette situation de formation est, elle aussi, plongée dans une sphère S'_0. Les tensions qui pèsent actuellement sur l'avenir des IUFM pourraient, par exemple, être considérées comme des éléments importants de cette sphère tant ils affectent le fonctionnement de la formation. Entre les deux sphères S_0 et S'_0, j'ai fait figurer une flèche qui représente actuellement pour moi et pour d'autres un gros problème de recherche et qui est, au fond, l'interrogation que j'ai mise en titre de cet exposé : quels rapports y a-t-il entre les savoirs S_D et les savoirs S_F ? Se recouvrent-ils ? S_F est-il un « transposé » de S_D, au sens de la transposition didactique de Chevallard ? Quelque part dans le tétraèdre (S, E, M, Sit.) (autour du centre de gravité ?), il y a un « savoir faire professionnel » s_p qui « se promène ». Ce modèle fonctionne même pour les stagiaires qui n'auraient jamais mis les pieds dans une classe avant leur première affectation car le métier d'enseignant est de ceux dont tout le monde a une expérience vécue, de par son passé d'élève(7), et s_p est alors la représentation que s'est construit le stagiaire de ce que doit être sa pratique. Dans le paradigme de la professionnalisation, l'objectif de la formation est de transformer s_p en S_p, savoir professionnel réfléchi, voire théorisé, et assumé.

Plusieurs types de situations de formation peuvent être envisagées. Isabelle Bloch propose de faire vivre aux stagiaires des situations déstabilisantes. Elle donne l'exemple du « rallye du plan », jeu « retourné » du jeu direct qui consiste, en dimension 1, à associer à un point un autre point obtenu par multiplication d'un vecteur par un réel (trouver B tel que $\overrightarrow{AB} = 3\vec{u}$) ou, en dimension 2, à associer à un point un autre point par combinaison linéaire de deux vecteurs non colinéaires (Placer B tel que $\overrightarrow{AB} = 4\vec{u} - 5\vec{v}$). Ainsi, dans le jeu « retourné »,

> « il s'agit d'atteindre les points entourés, en donnant le bon message n'utilisant que des combinaisons linéaires de vecteurs connus. La validation matérielle se fait par transparence (grille sur transparent appliquée sur la réponse) ; la validation théorique est un débat sur la façon d'écrire et d'interpréter les messages, et la possibilité de le faire dans tous les cas. (Bloch, 2005)



Indication pour la position de M dans le Jeu 2 : si l'on prolongeait [NM] on aboutirait dans le coin supérieur droit du carreau situé au dessus de M.

(7) mais cette expérience ne s'est déroulée que du seul point de vue de l'« usager » comme on dit maintenant.

Cette situation retournée est en effet la situation fondamentale du concept de base d'un espace vectoriel, ici dans sa composante d'espace affine associé : atteindre tous les points du plan par combinaison linéaire de deux vecteurs en partant d'une origine. Or les paramètres habituels des tâches proposées aux élèves ne leur permettent pas de se convaincre par l'action de la généralité de cette règle. Certes il n'est pas possible effectivement d'atteindre *tous* les points ; seuls les points constructibles peuvent être atteints. Mais restreindre à des coefficients entiers ou rationnels très simples, et de plus dans le jeu direct, ne peut suffire à montrer l'efficacité du concept. En ce sens la situation fait fréquenter aux élèves des mathématiques constructives : ils construisent une preuve pragmatique de ce que certains points non triviaux sont atteignables.

Cette situation est particulièrement intéressante à jouer avec de jeunes professeurs, car ils ont un point de vue très formel sur l'algèbre linéaire. L'expérience prouve que cette situation les déstabilise, ceci pour deux raisons :

• Dans un premier temps ils ne décryptent pas l'intention et la difficulté du jeu retourné : pour eux le simple fait de multiplier un vecteur par un réel suffit à instaurer la fonctionnalité de la notion d'espace vectoriel, même si, dans l'énoncé donné ensuite en classe, c'est bien le théorème de décomposition qui est visé.

• L'évidence théorique leur semble entraîner l'évidence pragmatique. C'est donc une découverte qu'il soit si peu évident de trouver les bons coefficients, pour le premier jeu $\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \sqrt{2}\left(\vec{v} - \vec{u}\right)$, et surtout le deuxième où : $\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \frac{15}{4}\left(\vec{v} + \vec{u}\right)$. Dans la recherche, ils produisent des écritures peu conformes, ce qui peut (doit) les alerter sur leurs propres réactions face aux productions écrites approximatives des élèves.

On peut aussi, c'est un des choix que je fais ici à Caen, « pré-outiller » les jeunes collègues en leur présentant quelques scénarios d'enseignement construits par nos soins ou par d'autres. J'utilise par exemple à cette fin celui qui est proposé dans les pages 128 à 135 de la brochure nº 150 de l'APMEP (« Pour un enseignement problématisé des mathématiques au lycée », tome 1) ainsi qu'un scénario de « ré-apprentissage » des décimaux au début de la sixième. C'est l'occasion pour moi, après coup, de distiller précautionneusement quelques apports théoriques sur la théorie des situations (Brousseau, 1998) et de les inviter à « inventer », en groupes et sur un thème de leur choix, si possible non encore abordé en cours, ceci à des fins d'expérimentation, un scénario qui tend à mettre en œuvre les principes théoriques qui ont conduit à l'élaboration de ceux qui leur ont été présentés. J'ai bien conscience d'être ici dans une démarche ostensive dont on connaît les limites mais qu'on ne peut pas « tout inventer » et qu'il n'est pas mauvais,, de temps en temps, d'avoir un « petit coup de main ». La mise à l'épreuve dans la classe, quand elle se fait, conduit souvent à des révélations : « je parle trop ! », « je ne les laisse pas chercher ! », « ils ont tous travaillé ! », qu'il convient, à la séance suivante, de questionner : aurait-on là des pistes pour repenser nos gestes quotidiens d'enseignant, voire pour les faire évoluer ?

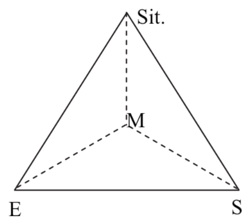
Le troisième type de situations de formation auxquels on peut confronter les stagiaires est l'analyse d'écrits « intermédiaires », qui ne sont pas des résultats bruts issus de la recherche mais dont les auteur(e)s sont souvent des chercheurs. J'évoquerais par exemple les ouvrages du groupe ERMEL, tant pour le primaire que pour la sixième et la cinquième, l'ouvrage d'Annie Berté « Mathématiques dynamiques » ainsi qu'un article qu'elle a commis dans Petit x « Aide apportée aux enseignants par la recherche en didactique. Un exemple : Enseigner le cosinus en 4ème ». Je pourrais en citer bien d'autres extraits de nombre de documents publiés par les IREM.

Je verrais, pour finir cet inventaire qui ne prétend pas à l'exhaustivité, un quatrième type de situation où l'objectif est ici de « faire remonter le terrain au centre de formation », je veux parler des enregistrements sur support vidéo numérique. Il s'agit d'une technique que j'utilise, comme un certain nombre de mes collègues formateurs à travers les IUFM, depuis de nombreuses années, ayant moi-même pu en mesurer la portée formatrice lorsque j'étais sous l'œil de la caméra (travaux de Marguerite Altet sur les styles d'enseignement). Je lance en début d'année une proposition de collaboration auprès des stagiaires PLC2 et les volontaires peuvent me solliciter. Le nombre de candidats varie chaque année entre 0 et 6 (sur une trentaine). L'enregistrement d'une séance « tout venant » est programmé sur la seule base de la concordance des agendas. Bien entendu, l'autorisation d'enregistrement a été sollicitée auprès de tous les élèves ou parents d'élèves, « à des fins de formation et/ou de recherche ». La prise de vue s'effectue du fond de la classe. C'est l'enseignant qui est le « héros », la caméra est le plus souvent fixée sur lui ou elle, même s'il arrive qu'elle s'attarde sur des cahiers d'élèves ou sur des échanges entre élèves. La vidéo est ensuite dupliquée, le stagiaire et moi-même la regardons chacun de notre côté avec pour consigne de noter ce qui nous semble important, puis nous visionnons ensemble l'ensemble de la séance. La télécommande est à la disposition des deux pour interrompre le défilement à tout moment jugé « intéressant ». Ce temps de travail dure relativement longtemps, entre une heure trente et deux heures trente, elle se déroule hors temps officiel de formation. C'est l'occasion d'aller, plus ou moins, c'est fonction des réactions du ou de la stagiaire, au « fond des choses ». On s'attache à telle ou telle parole, tel ou tel geste, etc. On questionne : pourquoi cet élève ? qu'attendais-tu à ce moment-là ? De l'avis général, une telle séance de travail, car c'en est réellement, leur apparaît tout à fait positive et formatrice et je leur demande, seulement après ce temps-là, s'ils me donnent l'autorisation pour utiliser ce support de formation avec d'autres enseignants, ce peut être leurs pairs (certains disent « d'accord mais pas cette année ! » ou d'autres collègues en formation continue (j'ai beaucoup utilisé ces enregistrements en formation de conseillers pédagogiques par exemple). Il y a alors plusieurs façons d'employer ces ressources. J'emploie ce mot de « ressource » car, d'expérience, il n'y a pas de vidéo qui ne soit pas intéressante. Il ne s'agit pas, dans ce cadre « public », de porter sur Untel ou Unetelle des jugements de valeurs concernant la personne mais d'analyser l'activité, dans la mesure où cette dernière est accessible(8), d'un professeur de mathématiques confronté à un quotidien, son cours à « faire passer », un élève difficile « à gérer », quotidien qui peut être le nôtre, voire qui l'est. Je profite là de l'occasion qui m'est donnée de remercier publiquement ceux qui ont déjà accepté cette expérience (et au passage, je solliciterais volontiers les professeurs de la région potentiellement volontaires…). On peut, en formation, visionner l'ensemble d'une séance, non sans avoir travaillé auparavant la question de l'observation et avoir assigné à des groupes

(8) je renvoie pour une analyse du terme activité à Clot, 1999.

de stagiaires tel ou tel axe de recueil de données. Ce que je fais dorénavant plus souvent, c'est de proposer au visionnement des regroupements d'extraits courts (entre trente secondes et deux minutes) que je resitue dans leurs contextes et pour lesquels je demande de trouver le pourquoi du regroupement a priori. C'est à nouveau l'occasion pour moi d'apports théoriques dont les extraits sont des illustrations.

Laissez-moi vous présenter un extrait d'un enregistrement fait il y a deux ans chez Élodie (Merci à toi de m'avoir autorisé à réutiliser cette bande dans le cadre de ce colloque !). Il s'agit des sept dernières minutes de l'ultime séance d'exercices qui précède le contrôle sur le théorème de Thalès dans le triangle en quatrième.
Je vais reprendre le tétraèdre de base du schéma proposé plus haut. J'ai l'habitude de caractériser chacune des faces de ce tétraèdre pour réduire la complexité devant laquelle on se trouve quand il s'agit de commenter de qu'on observe en classe. Ainsi la face (E, M, Sit.) renvoie à la pédagogie, la face (E, M, S) aux interactions didactiques, la face (E, S, Sit.) au rapport au savoir de l'élève et la face (M, S, Sit.) au rapport au savoir de l'enseignant.



À partir de l'extrait proposé, on peut faire des remarques relatives aux quatre faces du tétraèdre : pédagogique, évidemment (gestion du temps, du tableau), sur les interactions (rôle de l'élève au tableau, voix) mais ce sur quoi j'insiste dans cet extrait dure très peu de temps et se situe à 2 min 10 du début de l'extrait : il s'agit d'un petit geste de la main accompagné de la phrase suivante : « Ici on a un point supplémentaire. » Qui « on » ? Quelle différences entre ce que « voit » le professeur alors qu'il n'y a rien de plus que les données d'origine sur le dessin fait au tableau, et que ne voient donc pas les élèves car, pour le voir, il faut qu'ils s'autorisent à ajouter des points sur ce dessin, ce que fait Élodie (et que nous faisons tous dans les mêmes circonstances). Nous sommes là quelque part sur le segment [S, Sit.] à l'intersection des deux faces (E, S, Sit.) et (M, S, Sit.). C'est une occasion « en or » pour glisser quelques mots des travaux de Duval (1994) sur la perception des figures géométriques et mettre en garde les stagiaires sur les « évidences » pour l'enseignant qui n'en sont pas pour les élèves.

La formation au centre n'est pas la seule modalité de formation offerte aux stagiaires, il y a aussi la formation « sur le terrain », la seule « vraie formation » diront certains ! Risquons nous à une modélisation. Celle-ci est plus compliquée à schématiser (voir ci-dessous). Du fait de la présence du F (conseiller pédagogique ou formateur de l'IUFM en visite) dans la sphère S_0, S'_0 est venue, pour partie au moins, se glisser dans S_0[9]. La situation de formation, l'entretien d'après cours par exemple, se déroule dans la sphère S_0, sous influence ? De quoi ? Le compte rendu de visite (que fait systématiquement le formateur IUFM) permet-il une mise à distance, une certaine forme d'objectivation des observations qui ont fait l'objet de l'échange ?

(9) elle y est d'ailleurs en permanence, le stagiaire n'oublie ni l'IUFM, ni la certification !

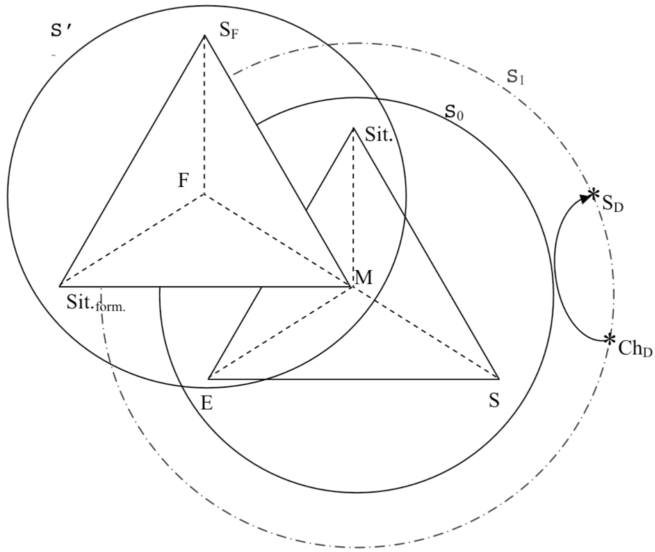


Figure 2 : Situation didactique, recherche et situation de formation « sur le terrain »

Dans ce schéma aussi est posée la question de la nature de la transposition $S_D \rightarrow S_F$.

Si le savoir et l'élève occupaient les places centrales dans les recherches en didactique entre les années 70 à 90, la place du maître a fait l'objet d'une attention particulière depuis le milieu des années 90. Les questions relatives à la formation des enseignants sont les questions d'actualité que se posent les didacticiens, ceux des mathématiques mais aussi ceux, plus globalement, de la formation, si on fait l'hypothèse qu'existent des « savoirs de la formation », qui seraient utiles aux formateurs. Certains s'en emparent, on peut ici évoquer les travaux d'Aline Robert (2004). Il est d'ailleurs possible de schématiser l'espace de ce que pourrait être une didactique de la formation des enseignants en partant du modèle proposé plus haut. C'est l'objet de la figure 3 page suivante dans lequel j'ai figuré une sphère S_2 de recherche sur la formation. Celle-ci existe : depuis la loi de 1971 instituant le droit à la formation continue, ce champ de pratiques s'est structuré, institutionnalisé et « scientificisé ». Économie, didactique dite « professionnelle », sciences de l'éducation, sciences politiques l'ont investie et produisent des travaux de recherche. Une revue comme Éducation permanente en témoigne, un ouvrage comme celui de Caspar et Carré, de par son intitulé « Traité des sciences et des techniques de la formation » (1999), revendique explicitement la scientificité de ce champ. Il s'agit là de produire des savoirs qui seront utilisés au niveau de la formation des formateurs (voir figure 3), pour laquelle se pose les mêmes questions de transposition que pour la formation des enseignants. L'émergence de ce champ de recherche et de cette sphère d'activités ne relèvent pas de quelque chose de « spontané » mais s'inscrit dans la logique de quête (?), injonction (?), revendication (?) de professionnalisation qui traverse actuellement le corps social. J’ai commencé mon exposé sur cette thématique, je le referme avec elle.

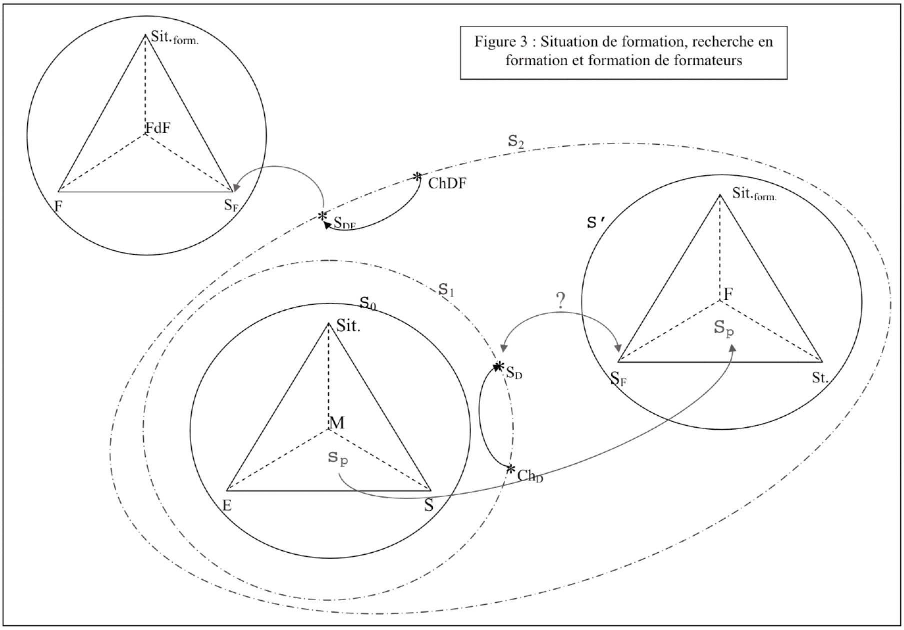


Figure 3 : Situation de formation, recherche en formation et formation de formateurs

Je voudrais pour terminer remercier les organisateurs de m’avoir fait confiance en me proposant cette conférence. J’ai essayé de montrer (à défaut de démontrer) en quoi les savoirs didactiques,

– fusse à l’insu des enseignants (et dans ce cas, c’est tout à fait dommageable car il vaudrait mieux que cela soit explicite), ont un impact sur leur pratique de tous les jours ;
– sont utiles et exploitables en formation des enseignants.

Bibliographie

APMEP, Groupe « Problématiques Lycée », 2003. *Pour un enseignement problématisé des mathématiques au lycée*, Tome 1 : En référence à des contenus, Paris : APMEP.

Artigue, M., Enseigner les mathématiques aujourd’hui. Pourquoi ? Pour qui ? Comment ?, *Bulletin AMPEP de la maternelle à l’université*, nº 449, Nov.-Déc. 2003, Paris : APMEP.

Bkouche, R., De la fin de l’enseignement, *Repères IREM*, 58, janvier 2005.

Bloch, I., (à paraître), Peut-on analyser la pertinence des réactions mathématiques des professeurs dans leur classe ? Comment travailler cette pertinence dans des situations à dimension a-didactique ? *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques*, année 2005-2006.

Bodin, A., 1997, L'évaluation du savoir mathématique. Savoirs et méthodes, *Recherches en didactique des mathématiques*. 17-1, 49-93, Grenoble : La Pensée Sauvage.

Brousseau, G., 1998, *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La Pensée Sauvage.

Caspar, P., Carré, P., 1999. *Traité des sciences et des techniques de la formation*, Paris : Dunod.

Chevallard, Y., 1991, *La transposition didactique*, Grenoble : La Pensée Sauvage.

Ermel, 1991, *Apprentissages mathématiques en 6ème*, Paris : Hatier.

Houdement, C., 2004, Programmes de mathématiques 2002 : conceptions, perspectives et limites, *Actes du 31ème colloque de la COPIRELEM*, Paris : IREM Paris 7.

Meirieu, P., 2000, Enseigner : le devoir de transmettre et les moyens d'apprendre, Université de tous les savoirs, *Le Monde*, 15 septembre 200.

Ministère de l'Éducation nationale, 2002, Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire, *BOEN*, HS nº 1, 14 février 2002.

Ministère de l'Éducation nationale, 2004, Programme de l'enseignement des mathématiques en classe de sixième du collège, *BOEN*, HS nº 4, 9 septembre 2004.

Sensevy, G., 2001, Théories de l'action et action du professeur. In J.-M. Baudouin & J. Friedrich (Éd.), *Théories de l'action et éducation*. Bruxelles : De Boeck.

Vergnaud, G. (1996) Au fond de l'action, la conceptualisation, in Barbier, J.-M. (dir.) *Savoirs théoriques et savoirs d'action*, 275-292, Paris : PUF.

Wittorski, R., 2005, L'intérêt social porté à la professionnalisation, in Sorel, M., Wittorski, R., 2005. *La professionnalisation en actes et en questions*, Action et Savoir, Paris : L'Harmattan.

Une bibliographie plus complète figure dans la version en ligne de cet artticle sur le site WEB de l'APMEP.