Titre	**Catégorie**	Ar	Alg	Geo	Lo/Co	**Origine**
1. La boucle (I)	3 4	x		x		rc
2. Les verres	3 4	x				RZ
3. Les autocollants	3 4	x				10.II.1
4. Carrés blancs ou gris ?	3 4 5				x	2.F.11
5. Les poissons	3 4 5			x		SI
6. Le puzzle	4 5 6	x		x		5.I.11
7. Les petites voitures (I)	5 6 7	x				LO
8. La boucle (II)	5 6 7	x		x		rc
9. Rectangle à compléter	5 6 7			x		RZ
10. Combien de pommes !	5 6 7	x				PU
11. La confiture de prunes	6 7 8	x				SI
12. Le restaurant	6 7 8 9 10	x	x		x	BB
13. Randonnée en montagne	7 8 9 10	x				SI
14. Les petites voitures (II)	8 9 10	x	x			LO+PR
15. Objectif 2013	8 9 10	x	x			fj
16. Statistiques	8 9 10	x	x			SI
17. Somme effrayante	8 9 10	x		x		SR
18. La fourmi sur la boîte	9 10	x		x		PR

Ar: arithmétique

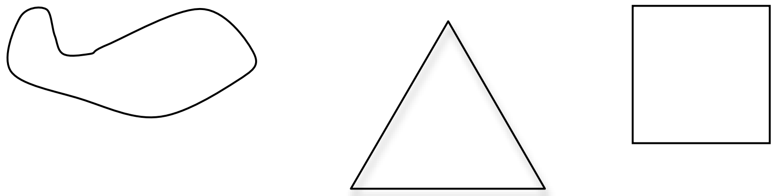
Alg: algèbre

Geo: géometrie

Lo/Co: logique et combinatoire

1. LA BOUCLE (I) (Cat. 3, 4)

Thomas a trouvé une boucle de ficelle avec laquelle il s'amuse à former des figures :



Il forme tout d'abord un triangle dont les trois côtés mesurent chacun 16 cm.
Puis il forme un carré.

Combien mesure un côté de son carré.

Enfin, il forme un rectangle dont la longueur est le double de la largeur.

Combien mesurent les côtés de son rectangle ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : opérations dans N (multiplication, division), partage d'une longueur en quatre parties proportionnelles à quatre nombres.
- Géométrie : carré, triangle, rectangle et les mesures de leur périmètre

Analyse de la tâche

- Comprendre que toutes les figures ont le même périmètre, correspondant à la longueur de la boucle, donnée par le triple du côté du triangle : $48 = 3 \times 16$ (en cm)
- Calculer ensuite la mesure du côté du carré : $48 : 4 = 12$ (cm)
- Décomposer finalement 48 cm en 4 longueurs égales deux à deux, les unes étant le double des autres ou décomposer 24 cm en deux longueurs dont l'une est double de l'autre, ce qui peut être fait :
  - par essais au hasard ou ajustés ;
  - en considérant que la plus petite longueur est contenu 3 fois dans 24 cm, ou 6 fois dans 48 d'où les réponses 8 cm et 16 cm (en s'aidant éventuellement d'un schéma).

Attribution des points

4 Réponse correcte et complète (côté du carré : 12 cm, côtés du rectangle : 8 cm et 16 cm) avec explications détaillées

3 Réponse correcte et complète avec des explications incomplètes

2 Réponse correcte et complète, sans explications
ou seulement la mesure du côté du carré (12 cm), avec explications

1 Début de recherche montrant une compréhension du problème
ou seulement la mesure du côté du carré (12 cm), sans explications
ou démarche correcte avec erreur de calcul

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4

Origine : rc

2. LES VERRES (Cat. 3, 4)

Alice veut acheter 57 verres.

Dans un magasin, elle voit que les verres sont vendus par paquets, certains de trois verres, d'autres de cinq verres.

Elle achète 13 paquets de verres pour avoir exactement les 57 verres qu'elle désire.

Combien de paquets de trois verres et combien de paquets de cinq verres Alice a-t-elle achetés ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : décomposition de 57 en une somme de 13 termes 3 et/ou 5

Analyse de la tâche

- Comprendre que les 13 paquets doivent être d'un type différent, ce qui peut être vérifié par les calculs $13 \times 3 = 39$ et $13 \times 5 = 65$;
- Organiser une recherche par essais, par addition de termes 3 et de termes 5 (13 termes) en les ajustant progressivement et en arrivant à la conclusion qu'il faut 4 termes 3 et 9 termes 5 :

  $3 + 3 + 3 + 3 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 57$. (Les essais peuvent être organisés régulièrement ou explicités pour montrer l'unicité de la solution.)

Ou : organiser une recherche systématique : prendre un à un les multiples de 3, calculer leur différences avec 57, vérifier si c'est un multiple de 5. obtenir ainsi les quatre couples de paquets de 3 et 5 verres respectivement: 4 et 9 ; 9 et 6 ; 14 et 3, 19 et 0 et retenir le seul couple dont la somme est 13 : 4 paquets de 3 verres et 9 paquets de 5 verres.

Ou: considérer les décompositions de 13 comme somme de deux nombres (12 + 1; 11 + 2; 10 + 3; 9 + 4 ; 8 + 5 …) et pour chacune d'entre elles considérer les deux cas possibles : $12 \times 5 + 1 \times 3$ ou $1 \times 5 + 12 \times 3$, … jusqu'à trouver que l'on obtient 57 seulement avec $9 \times 5 + 4 \times 3$; conclure alors qu'il faut acheter 9 paquets de 5 verres et 4 paquets de 3 verres.

Ou : constater que si l'on remplace un paquet de 3 verres par un paquet de 5 verres, on augmente le total de 2 et, à partir d'un essai comme, par exemple $13 \times 3 = 39$ constater qu'il manque 18 verres pour arriver à 57 et qu'il faut donc remplacer 9 paquets de 3 verres par 9 paquets de 5 verres.

Attribution des points

4 Réponse correcte: « 4 paquets de 3 verres et 9 paquets de 5 verres », avec une explication détaillée qui montre qu'il n'y a qu'une solution

3 Réponse correcte, sans une organisation permettant de constater qu'il n'y a qu'une solution ou avec seulement une vérification

2 Réponse correcte sans explication
ou procédure correcte mais avec une erreur de calcul

1 Début de recherche montrant une compréhension du problème
ou une réponse qui ne tient pas compte du nombre de verres (57) ou du nombre de paquets (13)

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4

Origine : Rozzano

3. LES AUTOCOLLANTS (Cat. 3, 4)

Mathilde a acheté 90 autocollants avec des dessins de petits lapins pour décorer sa maison.
Elle en colle quelques-uns sur la porte de son frigo.
Dans sa salle de bains, elle colle trois fois le nombre des autocollants qu'elle a collés sur son frigo.
Dans sa chambre, elle colle cinq fois le nombre des autocollants qu'elle a collés sur son frigo.
Elle les a ainsi tous collés.

Combien d'autocollants a-t-elle collés sur la porte du frigo ? Combien dans la salle de bains ? Et combien dans sa chambre?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

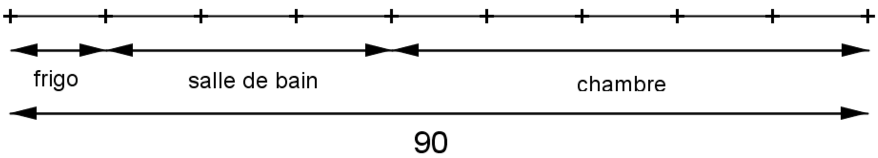
- Arithmétique : partage de 90 en trois parties proportionnelles à 1, 3 et 5

Analyse de la tâche

- Comprendre que les nombres d'autocollants utilisés dans la salle de bains et dans la chambre de Mathilde dépendent du nombre d'autocollants collés sur la porte du frigo.
- Procéder par essais organisés (additifs ou multiplicatifs) en vérifiant le nombre total d'autocollants :
  par exemple, partir de 5 autocollants sur le frigo, ce qui conduit à 15 autocollants dans la salle de bains et 25 dans la chambre, soit un total de 45 autocollants. Il faut donc augmenter le nombre d'autocollants sur le frigo pour arriver à 90.

Ou, se rendre compte que le nombre d'autocollants collés sur la porte du frigo est pris 3 fois pour la salle de bains et 5 fois pour la chambre... et en déduire que ce nombre est utilisé 9 fois. Diviser alors 90 par 9. En déduire que le nombre d'autocollants sur le frigo est de 10, puis les deux autres nombres (30 et 50).

Ou à l'aide d'un schéma



Attribution des points

4 Réponse correcte et complète (10, 30, 50 autocollants) avec procédure claire (dessin ou calculs ou détail des essais éventuellement un tableau)

3 Réponse correcte mais avec une procédure peu claire ou mal explicitée
ou réponse incomplète (deux des nombres justes) avec procédure claire

2 Réponse correcte sans explication
ou réponse incorrecte due à une erreur de calcul mais avec procédure correcte
ou procédure explicite mais sans réponse finale
ou une seule réponse correcte

1 Début de raisonnement correct
ou réponse incorrecte qui correspond seulement à un total de 90 autocollants
ou réponse seulement à la première question (10) sans explications

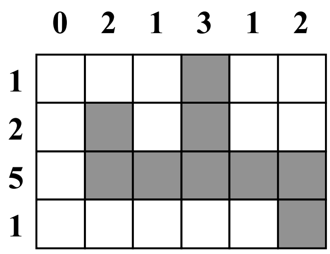
0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4

Origine : 10.II.1 Les pompiers

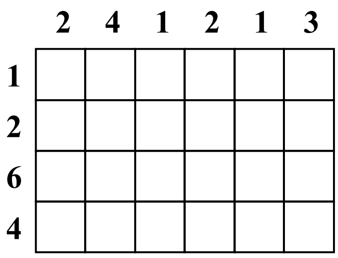
4. CARRÉS BLANCS OU GRIS ? (Cat. 3, 4, 5)

Voici une grille de carrés blancs et de carrés gris :



- pour chaque ligne, le nombre de carrés gris est écrit à gauche de la ligne,
- pour chaque colonne le nombre de carrés gris est écrit au haut de la colonne.

Voici une seconde grille :



Dessinez les carrés gris de cette seconde grille, en suivant les mêmes règles que pour la première, selon les nombres écrits à gauche et en haut.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Logique

Analyse de la tâche

- Examiner la première grille pour comprendre la notation des nombres de carrés
- Constater que dans la seconde grille, tous les carrés de la 3e ligne, de 6 carrés, et tous ceux de la 2e colonne, de 4 carrés, peuvent être dessinés en gris. (fig. 1)
- Examiner alors la situation et constater que les autres carrés de la 1e ligne et les autres carrés des 3e et 5e colonnes doivent être blancs (fig. 2) en raison du « 1 » carré gris déjà dessiné sur la 3e ligne et la 2e colonne.

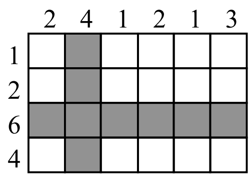


figure 1

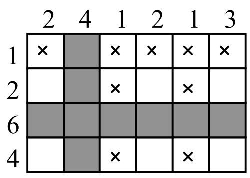


figure 2

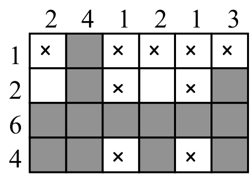


figure 3

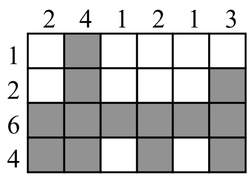


figure 4 (solution)

- A ce moment, on peut dessiner en gris les 4 carrés de la 4e ligne et les 2 autres carrés de la 6e colonne (fig. 3) et vérifier qu'il n'y a plus d'autre carré à marquer en gris pour obtenir la solution (figure 4).

Attribution des points

4 Grille complétée correctement

3 Un seul carré erroné (une seule colonne et une seule ligne incorrecte)

2 La deuxième colonne et la troisième ligne correctes mais, par la suite, les consignes ne sont respectées que pour les lignes ou que pour les colonnes

ou deux lignes et une colonne ou deux colonnes et une ligne erronées

1 Début correct de coloration (3e ligne et 2e colonne, (figure 1)

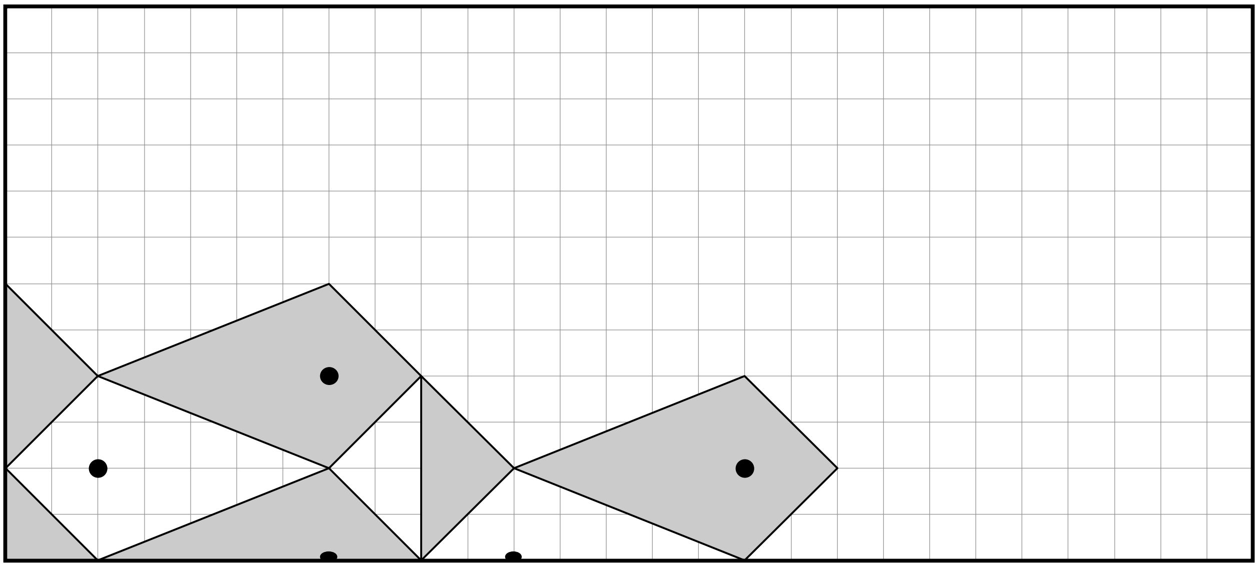
0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4, 5

Origine : 2eRMT.F.11

5. LES POISSONS (Cat. 3, 4, 5)

Sur le quadrillage ci-dessous, on a commencé à dessiner des poissons tous identiques.
Les poissons blancs nagent vers la gauche et les poissons gris nagent vers la droite.
On ne voit en entier qu'un poisson blanc et deux poissons gris.



Continuez à dessiner les poissons en coloriant ceux qui doivent être en gris, jusqu'à ce que la grille soit entièrement recouverte.

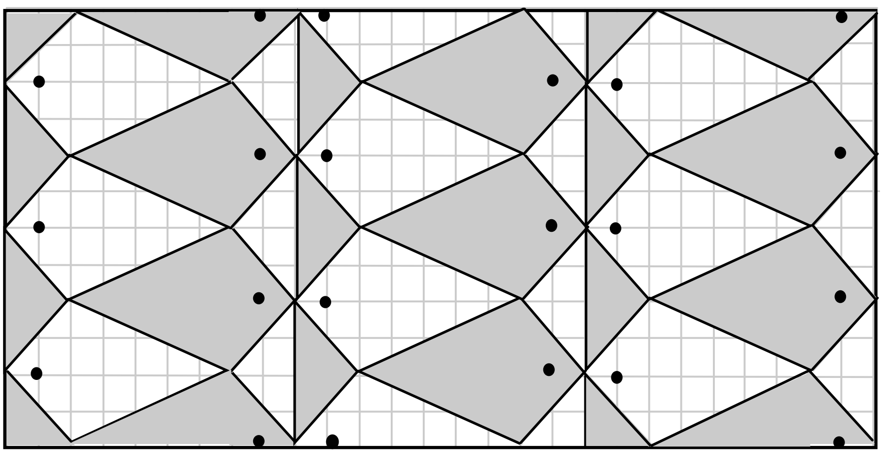
ANALYSI A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : conservation des longueurs et des angles, translations et symétries intuitives

Analyse de la tâche

- Comprendre que pour compléter correctement la grille, on doit suivre ces règles :
  les poissons doivent être identiques et peuvent être visibles en entier ou par moitié ;
  la couleur blanche ou grise des poissons doit alterner verticalement et horizontalement ;
- Il faut se rendre compte que chaque poisson entier a le corps en forme de « cerf-volant » et la queue triangulaire : le cerf-volant a deux côtés qui sont les diagonales de carrés 2 × 2 et deux côtés qui sont les diagonales de rectangles 2 × 5 ; le triangle isocèle de la queue a ses côtés obliques qui sont diagonales de carrés 2 × 2 et le troisième côté est positionné verticalement sur 4 carreaux de la grille.
- Il y a de nombreuses méthodes pour compléter la grille, en s'aidant éventuellement d'un découpage d'un des poissons.



Attribution des points

4 La grille correctement recouverte avec le dessin des poissons gris et blancs (on accepte que les gris non entiers ne soient pas coloriés)

3 La grille complètement recouverte avec des poissons tous identiques, mais une erreur sur l'orientation de ceux qui sont situés dans la partie droite de la grille

2 Dessin correct (c'est-à-dire dimension, orientation et couleur correctes) de 3 à 6 nouveaux poissons entiers
ou grille correcte globalement mais avec une ou deux erreurs dans les détails (yeux mal placés, figures incomplètes …)

1 Début de dessin correct des poissons (1 ou 2 nouveaux poissons entiers)

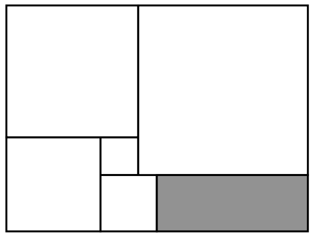
0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4, 5

Origine : Siena

6. LE PUZZLE (Cat. 4, 5, 6)

Marie a formé le puzzle ci-contre avec six pièces.
Cinq de ces pièces sont des carrés blancs, le sixième est un rectangle gris.
Les côtés des deux plus petits carrés mesurent 20 mm et 30 mm.



Combien mesure le plus grand côté de la pièce rectangulaire grise ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : additions et soustractions de multiples de 10
- Géométrie : carré et rectangle, additions et soustractions de mesures de leurs côtés adjacents ou opposés

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il faut utiliser les mesures des côtés des deux petits carrés pour trouver les autres par déductions successives.
- Procéder ainsi :
  - le côté du carré en bas à gauche mesure 50 mm (20 + 30)
  - le côté du carré en haut à gauche mesure 70 mm (50 + 20)
  - le côté du carré en haut à droite mesure 90 mm (70 + 20)
  - la différence entre la longueur du côté du carré blanc et celle du carré noir est de 10 mm (30 – 20)
  - le grand côté du rectangle mesure donc 80 mm (90 – 10)

Ou faire un dessin à l'échelle, mesurer et calculer en utilisant l'échelle choisie.

Attribution des points

4 Réponse correcte (80 mm) avec explications claires (déductions ou dessin et utilisation d'une échelle)
3 Réponse correcte, avec explications peu claires (déductions mal expliquées ou dessin approximatif)
2 Réponse correcte sans explication
ou réponse incorrecte due à une seule erreur de calcul, avec explications cohérentes
ou calcul correct des mesures des côtés des trois autres carrés seulement
1 Début de recherche correct
0 Incompréhension du problème

Niveaux : 4, 5, 6

Origine : 5.I.11. *Patchwork*

7. LES PETITES VOITURES (I) (Cat. 5, 6, 7)

Maman compte les voitures de Jean et celles de Pierre. Elle constate que:

- si Jean donne deux voitures à Pierre, ils en auront le même nombre.
- si Pierre donne deux voitures à Jean, Jean en aura le double de Pierre.

Combien Jean a-t-il de voitures et combien en a Pierre ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, soustraction, multiplication
- Logique: organisation d'essais selon diverses hypothèses

Analyse de la tâche

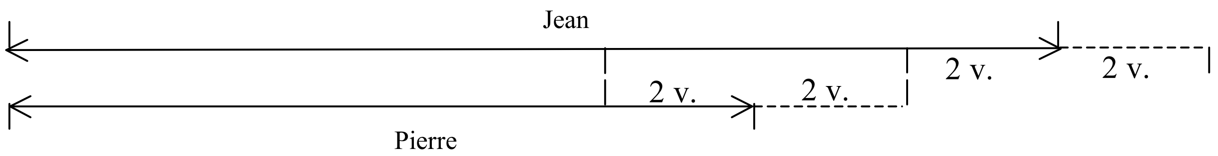
- Le problème peut être résolu arithmétiquement par essais, organisés ou non.

  Par exemple si Jean avait 7 voitures et qu'il en donne 2 à Pierre, ils en auraient chacun 5. et donc Pierre en aurait 3. Avec les échanges inverses, Pierre en aurait 1 et Jean 9, ce qui ne vérifie pas la seconde condition.

  Comprendre éventuellement, après quelques premiers essais, que pour satisfaire la première condition, la différence entre le nombre de voitures de Jean et de Pierre doit être 4 et que le nombre de voitures de Jean est un nombre pair, afin de réduire le nombre des essais.

  Mais, de toute manière, il n'y a que quelques essais à faire pour arriver à la solution : 14 voitures pour Jean et 10 pour Pierre et s'assurer qu'il n'y en a pas d'autre.

Ou, représenter la situation par un schéma où apparaissent clairement les écarts de 2, en plus et en moins et les 8 voitures qui représentent la moitié de celles de Jean après le deuxième échange où les deux enfants ont 8 et 16 voitures. Par conséquent, Jean a 14 voitures et Pierre en a 10 avant les échanges.



Attribution des points

4 Réponses correctes (Jean 14 voitures, Pierre10) avec explication claire (inventaire des essais montrant qu'il n'y a qu'une solution, ou schéma)

3 Réponses correctes avec explication, sans s'assurer qu'il n'y a qu'une solution ou une vérification seulement

2 Réponses correctes sans explication

1 Début de raisonnement correct

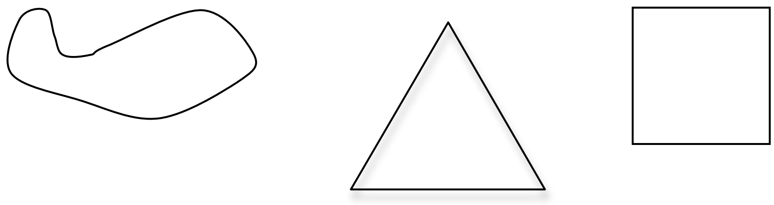
0 Incompréhension du problème

Niveaux : 5, 6, 7

Origine : Lodi

8. LA BOUCLE (II) (Cat. 5, 6, 7)

Thomas a trouvé une boucle de ficelle avec laquelle il s'amuse à former des figures :



Il forme tout d'abord un triangle équilatéral, puis il forme un carré.
Lorsqu'il mesure les côtés de ces deux figures, il constate que chaque côté du triangle équilatéral mesure 4 cm de plus que chaque côté du carré.
Puis, toujours avec la même boucle, il forme un rectangle dont la longueur est le double de la largeur.

Combien mesurent les côtés de son rectangle ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

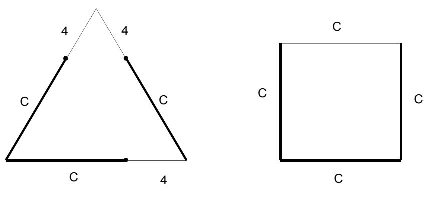
- Arithmétique : multiplication et division dans N, répartition de 48 en quatre parties proportionnelles à quatre nombres donnés
- Géométrie : carré, triangle équilatéral, rectangle et les mesures de leur périmètre
- Algèbre : approche du concept d'équation (trouver un nombre dont le quadruple est égal au triple du nombre augmenté de 4)

Analyse de la tâche

- Comprendre que toutes les figures ont le même périmètre : la longueur de la boucle, (ce qui permettra d'établir les égalités).
- En choisissant comme mesure commune ou « unité » le côté du carré, l'égalité des périmètres du triangle et du carré se traduit par l'égalité entre trois « unités » augmentées chacune de 4 d'une part et de quatre « unités » d'autre part. Il faut alors se rendre compte de l'équivalence entre les trois « augmentations de 4 » et l'une des quatre « unités » et en déduire que le côté du carré mesure $3 \times 4 = 12$, en cm.

  (Ce raisonnement traduit la résolution algébrique de l'adulte $3(x + 4) = 4x$ ou les équations équivalentes $3x + 12 = 4x$; $x = 12$; ou encore le système $3c = 4x$ et $c = x + 4, \ldots$)

Ou : s'appuyer sur un schéma traduisant les relations entre le côté du triangle et celui du carré :



De l'observation du schéma, déduire que le côté du carré mesure $4 + 4 + 4 = 12$, en cm

Ou : organiser une recherche par essais: choisir une longueur de côté pour le carré (ou pour le triangle), en déduire la longueur de la ficelle, puis celle du côté de l'autre figure et vérifier si l'écart est bien de 4 cm ou en déduire la longueur du côté de l'autre figure et vérifier si on obtient la même longueur de ficelle pour les deux figures.

- Conclure, d'une manière ou d'une autre, que le côté du carré mesure 12 cm et le côté du triangle 16 cm et que la longueur de la ficelle est de 48 cm.

La deuxième partie du problème dépend du périmètre trouvé précédemment (48 ou un autre nombre en cas d'erreur)

- Décomposer 48 cm en 4 mesures égales deux à deux, les unes étant le double des autres (ou proportionnellement à 1, 1, 2 et 2) ou décomposer 24 cm en deux mesures dont l'une est double de l'autre (proportionnellement à 1 et 2), ce qui peut être fait :

  par essais au hasard ou ajustés ;

  ou en considérant que le plus petit nombre est contenu 3 fois dans 24, d'où les réponses 8 cm et 16 cm,

Attribution des points

4 Réponses correctes (8 cm et 16 cm) avec explications détaillées : calcul des côtés du carré et du triangle, de leur périmètre et partage proportionnel)

3 Réponses correctes avec des explications incomplètes ou seulement une vérification

2 Réponses correctes sans explications
ou une erreur de calcul pour les mesures des côtés du triangle, du carré ou du périmètre, suivi d'un partage correct pour le rectangle

1 Début de recherche correct
ou par exemple, seulement la mesure du côté du carré (12 cm), sans explications

0 Incompréhension du problème

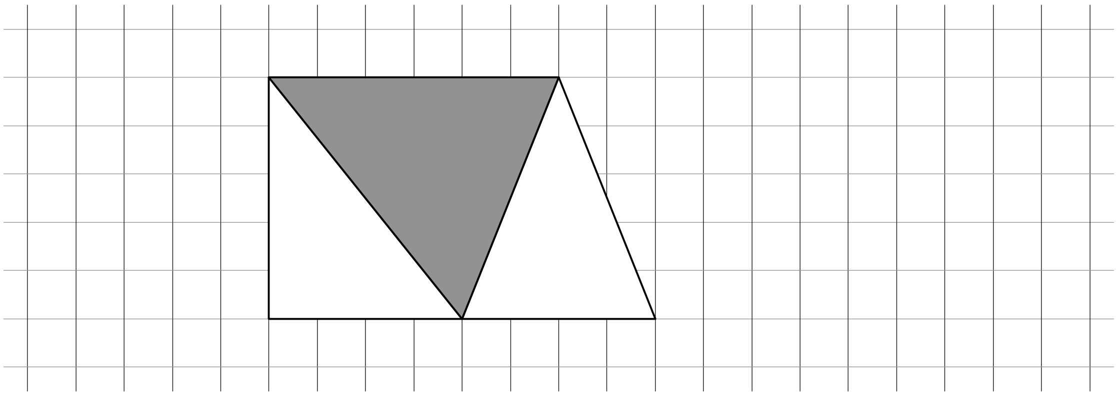
Niveaux : 5, 6, 7

Origine : rc

9. RECTANGLE À COMPLÉTER (Cat. 5, 6, 7)

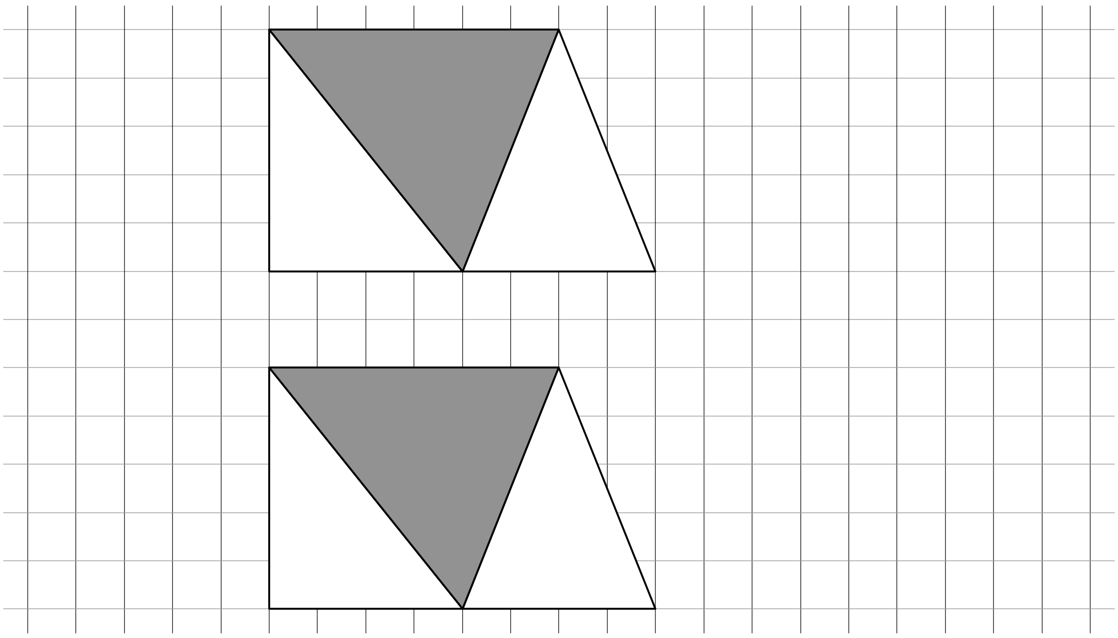
On veut dessiner, sur une feuille de papier quadrillé, un rectangle composé de cinq triangles :
- trois petits triangles blancs, de même aire,
- deux triangles gris, eux aussi de même aire, mais plus grands que les triangles blancs.

On a déjà dessiné trois de ces cinq triangles sur la figure ci-dessous :



Dessinez les deux autres triangles (un blanc et un gris) pour compléter le rectangle ci-dessus.

Si vous trouvez d'autres façons de compléter le rectangle, montrez-les sur les figures ci-dessous.



Expliquez comment vous avez trouvé votre façon (ou vos façons) de compléter le rectangle.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

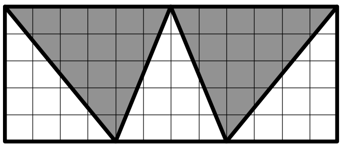
- Géométrie : rectangle, triangle
- Mesure : égalité d'aires

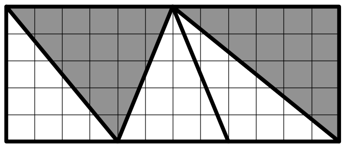
Analyse de la tâche

- Vérifiez que les deux triangles blancs ont la même aire (10, en carrés du quadrillage) que le triangle gris est plus grand (aire de 15 carreaux) et qu'il manque un triangle blanc et un triangle gris
- Observer le trapèze formé des trois triangles, voir qu'il est rectangle et que les deux triangles à ajouter ne peuvent l'être que sur la droite et que les deux triangles de gauche peuvent être reproduits à droite, par symétrie axiale pour former un rectangle (les deux triangles nouveaux sont isométriques à ceux de droite).

Ou, se rendre compte que tous les triangles ont la même hauteur (5 carreaux) et que leur aire ne dépend que de la longueur de leur base. Comprendre qu'un des deux triangles restant à dessiner doit avoir pour base 4 carreaux et l'autre 6 carreaux. En tirer éventuellement la deuxième disposition en constatant que deux triangles de même base et même hauteur peuvent avoir des formes différentes.

- En déduire que le rectangle doit avoir 12 carreaux de long avec, sur le côté supérieur, deux triangles avec un côté de 6 carreaux et sur le côté inférieur trois triangles ayant un côté de 4 carreaux de base.
- S'assurer qu'il n'y a pas de troisième solution





Ou : comprendre que pour que la frise soit rectangulaire, il faut lui ajouter un trapèze rectangle dont l'aire est égale à $10 + 15 = 25$. Sa hauteur étant de 5, la somme des longueurs de ses bases doit être égale à 10. Déduire de la figure que les seules dimensions possibles qui respectent à la fois l'aire et la forme sont 4 et 6. Il faut ensuite partager ce trapèze en deux triangles. Deux possibilités pour faire apparaître deux triangles : tracer chacune des diagonales du trapèze. S'assurer que chaque triangle a respectivement pour aire 10 et 15.

Attribution des points

4 Les deux solutions avec explication du raisonnement (qui mentionne l'égalité des aires)

3 Les deux solutions sans explication, mais bien dessinées
ou deux solutions bien expliquées, mais avec dessins imprécis

2 Une solution avec explication et bien dessinée
ou deux solutions sans explications et avec dessin imprécis

1 Une solution sans explication
ou début de raisonnement correct (par exemple, les deux triangles avec les aires correctes mais placés de telle façon que la figure soit un quadrilatère non rectangle)

0. Incompréhension du problème

Niveaux : 5, 6, 7

Origine : Rozzano

10. COMBIEN DE POMMES ! (Cat. 5, 6, 7)

Angela a un certain nombre de pommes dans son panier.
Elle en mange deux et décide de partager équitablement les pommes restantes entre Béatrice et Carla.
Béatrice et Carla en mangent chacune une. Puis chacune d'elles partage équitablement les pommes qui lui restent entre deux autres amies :
Béatrice donne une partie à Danielle et l'autre à Esther ;
Carla donne une partie à Françoise et l'autre à Gabrielle.
Danielle, Esther, Françoise et Gabrielle mangent chacune une pomme. Françoise constate alors qu'il lui reste 4 pommes.

Combien de pommes Angela avait-elle dans son panier avant d'en manger deux ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : opérations

Analyse de la tâche

Avant tout, il faut comprendre qu'il reste quatre pommes à chacune des quatre dernières amies, comme à Françoise.

- Par essais : faire le choix d'un nombre initial de pommes dans le panier et dérouler la situation. Angela en mange 2, constater que le nombre restant doit être pair pour que le partage équitable puisse se faire et donc que le nombre initial de pommes doit lui aussi être pair.

  Ajuster le choix du nombre initial pour rendre chaque partage possible jusqu'à arriver au final à 4 pommes restantes pour Danielle, Esther, Françoise et Gabrielle. (Cette démarche n'assure pas l'unicité de la solution)

Ou, constater que les sept filles mangent en tout 8 pommes et qu'au final, s'il en reste 4 à Françoise, il en reste autant à Danielle, Esther et Gabrielle. Le nombre de pommes au départ est donc 8 + 4 x 4 = 24, solution unique.

Ou, procéder en « remontant » dans le temps :

Après avoir mangé une pomme, Françoise a encore 4 pommes, c'est donc qu'elle en a reçu 5.

5 est la moitié de ce que Carla a partagé. Comme elle en a mangé une, Carla a reçu 5 x 2 + 1 = 11 pommes

11 est la moitié de ce qu'Angela a partagé. Comme elle en a mangé deux, elle avait 11 x 2 + 2 = 24 pommes dans son panier

Attribution des points

4 Réponse correcte (24 pommes) avec explication complète et une démarche qui assure l'unité de la solution ou montre tous les essais nécessaires

3 Réponse correcte (24 pommes) avec explication peu claire ou seulement une vérification

2 Réponse correcte (24 pommes) sans justification

1 Début de raisonnement correct qui prouve la compréhension de la situation

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 5, 6, 7

Origine : Puglia

11. CONFITURES DE PRUNES (Cat. 6, 7, 8)

Grand-mère aime faire de la confiture avec les prunes de son jardin. Après des années d'expérience, elle a appris à mettre les bonnes quantités de sucre dans sa confiture.
La récolte de prunes de cette année a été particulièrement abondante. Aussi, grand-mère a donné une partie de ses prunes à ses filles, Anne et Marie, qui font aussi de la confiture.
Grand-mère a conservé 35 kg de prunes pour elle et elle en a donné 33 kg à Anne et 30 kg à Marie.
Pour faire sa confiture grand-mère a utilisé 10,5 kg de sucre, Anne a utilisé 10 kg et Marie 9 kg.

Anne et Marie ont-elles utilisé la bonne quantité de sucre pour que leurs confitures aient le même goût que celle de leur maman ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : additions, multiplications, proportionnalité

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il s'agit d'une situation de proportionnalité.
- Obtenir à partir de la première information que la grand-mère qui met la bonne quantité de sucre utilise pour chaque kg de prunes 10,5 : 35 = 0,3 kg de sucre
- En déduire que Anne n'a pas utilisé la bonne quantité de sucre, parce que 33 × 0,3 = 9,9 (kg) et non 10 (kg).
- En déduire que Marie a utilisé la bonne quantité de sucre parce que 30 × 0,3 = 9 (kg)

Ou bien, traduire les quantités de sucre en hg et comparer les rapports 35/105 ; 33/100 et 30/90 (ou les rapports inverses)
35/105 = 30/90 = 1/3 mais 33/100 ≠ 1/3. Conclure que Marie a utilisé la bonne quantité de sucre mais pas Anne.

Ou, utiliser les propriétés de linéarité multiplicative et additive. Par exemple :
Pour 5 kg de prunes, il faut 7 fois moins de sucre que pour 35 kg, donc 10,5 : 7 = 1,5 (kg de sucre)
Pour Marie : pour 30 kg de prunes, il faut 6 fois plus de sucre que pour 5 kg, soit 1,5 × 6 = 9 (kg de sucre)
Ou 30 = 35 – 5 (kg), il faut donc 3 kg de sucre de moins que pour 35 kg, soit 10,5 – 1,5 = 9 (kg de sucre)
Marie a utilisé la bonne quantité de sucre.
Pour Anne :
33 = 30 + 3 (kg). Si pour 30 kg de prunes, il faut 9 kg de sucre, pour 3 kg de prunes, il faut 10 fois moins de sucre donc 0,9 kg. Pour 33 kg de prunes, il faut donc 9 + 0,9 = 9,9 (kg de sucre).
Anne n'a donc pas mis la bonne quantité de sucre

Ou utiliser les écarts pour conclure qu'une des deux sœurs n'a pas mis la bonne quantité de sucre :
Avec 2 kg de prunes de moins que la grand-mère, Anne a mis 0,5 kg de sucre de moins.
Avec 3 kg de prunes de moins que Anne, Marie a mis 1 kg de sucre de moins.
Si la quantité de sucre mise en moins par Marie est le double de celle d'Anne, ce n'est pas le cas de la quantité de prunes (3 kg ≠ 2 kg × 2).
Cette démarche ne permet pas à elle seule de déterminer laquelle n'a pas mis a bonne quantité de sucre.

Attribution des points

4 Réponses correctes (Anne NON, Marie OUI) avec une explication complète
3 Réponses correctes avec une explication peu claire
2 Une des deux réponses correcte, avec explications
ou démarche correcte, avec erreur de calcul, qui peut conduire à une réponse erronée.
1 Les deux réponses correctes sans explications
0 Une des deux réponses correcte, sans explications ou incompréhension du problème

Niveaux : 6, 7, 8

Origine : problèmes *Crema al cioccolato* 20RMT I et *Les confitures* 15RMT F + SI

12. LE RESTAURANT (Cat. 6, 7, 8, 9, 10)

Au Restaurant des Gourmands, un groupe a réservé 67 places en demandant trois types de tables, toutes complètes : de trois personnes, de quatre personnes et de cinq personnes.
Le restaurateur, qui ne disposait que de deux tables de cinq personnes, a pu répondre à la demande.
Il a préparé plus de tables de trois personnes que de tables de quatre personnes et plus de tables de quatre personnes que de tables de cinq personnes.

Combien de tables de trois, quatre et cinq personnes le restaurateur a-t-il pu préparer ?

Donnez toutes les possibilités et expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : décompositions de 67 en une somme de trois nombres respectivement multiples, de 3, de 4 et de 5

Analyse de la tâche

- Traduire les données par la décomposition de 67 en une somme de trois nombres respectivement multiples, de 3, de 4 et de 5 (en langage algébrique, une équation à trois inconnues : $3a + 4b + 5c = 67$ où les nombres de tables a, b, c sont des nombres naturels tels que $a > b > c$).
- Comprendre qu'il doit y avoir plusieurs décompositions possibles respectant les contraintes sur les nombres de tables et organiser la recherche d'une manière systématique.

  Par exemple en organisant les essais dans l'ordre croissant des tables de cinq. puis de quatre et de trois :

  le premier essai avec 1 table de cinq et 2 tables de quatre aboutit à $5 + 8 + 54 = 67$ et à 18 tables de trois (1 ; 2 ; 18),

  les autres essais avec 1 table de cinq aboutissent à deux autres solutions (1 ; 5 ; 14), et (1 ; 8 ; 10),

  on trouve ensuite deux solutions avec 2 tables de cinq : (2 ; 3 ; 15) et (2 ; 6 ; 11)
- Il y a de nombreuses autres manières d'organiser les essais, qui toutes font appel à des considérations sur les multiples de 3, 4 et 5, sur les nombres pairs et impairs, qui permettent d'éviter de longs inventaires. On peut aussi limiter la recherche en attribuant au départ 1 table de cinq, 2 de quatre et 3 de trois pour 22 ($5 + 8 + 9$) personnes et en recherchant les solutions pour les 45 ($67 – 22$) personnes non encore placées.

Attribution des points

4 Les cinq solutions (18 ;2 ;1) , (14 ; 5 ; 1) , (10 ; 8 ; 1) , (15 ; 3 ; 2) , (11 ; 6 ; 2) avec explications claires

3 Les cinq solutions sans explications
ou quatre ou trois solutions avec explications

2 Deux solutions avec explications
ou quatre ou trois solutions avec explications
ou au moins trois solutions correctes et au maximum deux erronées

1 Début de recherche cohérente, ou une seule solution

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 6, 7, 8, 9, 10

Origine : Bourg en Bresse

13. RANDONNÉE À LA MONTAGNE (Cat. 7, 8, 9, 10)

Louis décide de gravir la montagne qu'il voit de la fenêtre de sa chambre. Le sommet peut être atteint à pied par un sentier de 12 km de long.

Lors de la montée, sa vitesse moyenne est de 3 kilomètres par heure. Louis redescend immédiatement par le même chemin. A l'arrivée, il calcule sa vitesse moyenne globale (pour la montée et la descente) et il trouve 4 kilomètres par heure.

Quelle a été la vitesse moyenne de Louis lors de la descente ?

Justifiez votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : calcul (mental) de sommes, différences produits et quotients
- Grandeurs et mesures: relations élémentaires entre temps, distance et vitesse

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il y a trois déplacements en jeu :

  un premier, à la montée, de 12 km à raison de 3 km par heure, en déduire la durée de 4 heures (12 :3) ou, pas à pas : 3 + 3 + 3 + 3 = 12

  un deuxième, à la descente, de 12 km mais avec une durée encore inconnue et donc une vitesse inconnue aussi,

  un troisième, aller et retour, de 24 km (12 + 12) à raison de 4 km par heure, en déduire sa durée de 6 heures (24 : 4) ou par une procédure pas à pas.
- Déduire que la durée de la descente est de 2 heures (6 – 4) et que, par conséquent, 12 km en 2 heures, correspond à 6 km en 1 h, c'est-à-dire à une vitesse de 6 km/h.
- Le problème peut aussi être résolu algébriquement avec un choix opportun de la variable :

calculer la durée de la montée, 4h (comme précédemment)

utiliser une variable par exemple x pour le temps de la descente et exprimer le temps total à l'aide de x : $x + 4$;

utiliser la formule de la vitesse v = s/t pour établir l'équation $4 = 24/(4 + x)$;

résoudre l'équation pour trouver $x = 2$ (en heures) ;

en déduire la vitesse moyenne de la descente 12/2 = 6 (en km/h)

Attribution des points

4 Réponse correcte (6 km/h) avec explications claires et les calculs faits

3 Réponse correcte avec explications peu claires

2 Réponse correcte sans explications

1 Début de raisonnement correct (par exemple avoir trouvé le temps nécessaire pour la montée ou le temps total)

0 Incompréhension du problème ou réponse 5 km/h en calculant la moyenne arithmétique

Niveaux : 7, 8, 9, 10

Origine : Siena

14. LES PETITES VOITURES (II) (Cat. 8, 9, 10)

Maman compte les voitures de Jean et celles de Pierre. Elle constate que :

- si Jean donnait deux voitures à Pierre, le nombre de celles de Pierre représenterait les trois quarts du nombre de celles de Jean ;
- si Pierre donnait deux voitures à Jean, le nombre de celles de Pierre représenterait la moitié du nombre de celles de Jean.

Combien Jean a-t-il de voitures et combien en a Pierre ?

Expliquez votre raisonnement

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, soustraction, rapports
- Algèbre : équations du premier degré, système d'équations

Analyse de la tâche

- Distinguer clairement les trois répartition des voitures : état initial, état après le premier échange (partage proportionnel à 3 et 4) état après le deuxième échange (partage proportionnel à 1 et 2).
- Travailler par essais au hasard puis organisés à partit d'une hypothèse sur un des nombres ou un couple.

  Pour réduire le nombre d'essais :

  - tirer de la deuxième information que le nombre de voiture de Jean augmenté de 2 doit être pair pour être divisible par 2 ;
  - tirer de la première information que le nombre de Jean diminué de 2 doit être divisible par 4 et donc que le nombre de voitures de Jean est un nombre pair mais pas multiple de 4

Ou, par voie algébrique, la solution est celle d'une équation ou d'un système d'équations comme $(P + 2) /(J – 2) = 3/4$ et $(P – 2) /(J + 2) = ½$ dont la solution est $(P ; J) = (16 ; 26)$

Attribution des points

4 Réponses correctes (Jean 26 voitures, Pierre 16) avec explication claire (avec le détail des essais, par résolution arithmétique ou algébrique détaillée)

3 Réponses correctes avec explication peu claire ou une vérification seulement

2 Réponses correctes sans explication

1 Début de raisonnement correct

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 8, 9, 10

Origine : Lodi + Parma

15. OBJECTIF 2013 (Cat. 8, 9, 10)

En utilisant une fois et une seule chacun des chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9, Marthe aimerait écrire une addition dont la somme est 2013.

Est-il possible d'écrire une telle addition ? Si oui, laquelle ?

Dans le cas contraire, expliquez pourquoi cela n'est pas possible et donnez la somme la plus proche de 2013 que vous avez obtenue.

ANALYSE A PRIORI

Domaines de connaissances

- Arithmétique : numération, multiples de 9

Analyse de la tâche

- Commencer par s'approprier le problème en se rendant compte que certains chiffres devront être associés pour former des nombres de plusieurs chiffres (car 0 + 1 + 2 + … + 9 = 45, est très éloigné de 2013 !)
- Découvrir alors quelques contraintes sur les nombres à choisir. Par exemple, si on décide de prendre un nombre de quatre chiffres, il devra être inférieur à 2000…
- On peut alors choisir une addition utilisant tous les chiffres, puis procéder à des permutations et des regroupements de chiffres dans quelques termes pour s'approcher de 2013.
  Par exemple dans 1234 + 680 + 75 + 9 = 1998 si on échange le 9 et le 7 de 75 + 9, la somme augmente de 18 et l'on arrive à 2016,…
- La propriété clé à découvrir par de multiples essais est que, lorsqu'on échange deux chiffres d'un terme ou de deux termes différents, on modifie la somme d'un multiple de 9 et, partant de la somme 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45 (multiple de 9), comprendre que toutes les sommes que l'on peut ainsi former sont elles-mêmes des multiples de 9.
- Puisque 2013 n'est pas un multiple de 9, on ne peut pas l'obtenir, mais on peut espérer atteindre les multiples de 9 qui « encadrent » 2013, c'est-à-dire 2007 et 2016. Ce dernier est le plus près et devient donc l'objectif privilégié.
- En regroupant deux chiffres pour former une somme de 9 termes, on peut obtenir tous les multiples de 9, de 54 (10 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) à 126 (98 + 0 + 1+ 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7).
- En regroupant trois chiffres pour former une somme de 8 termes, on obtient des multiples de 9 de 144 (102 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 +8 + 9) à 1008 (987 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6), insuffisants.
- Il faudra donc au moins deux regroupements de trois chiffres pour obtenir 2016, comme dans l'exemple suivant : 986 + 704 + 325 + 1 = 2016.
- Avec un seul regroupement de quatre chiffres, on obtient au mieux 1980 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 = 2007.
- Mais avec un regroupement de 4 chiffres et un de deux chiffres, on obtient de nombreuses solutions, par exemple : 2016 = 1970 + 23 + 4 + 5+ 6 + 8 = 1960 + 32 + 4 + 5 + 7 + 8 = 1950 + 42 + 3 + 6 + 7 + 8…

Attribution des points

4 Somme 2016 avec un exemple, respectant les conditions, avec l'explication du fait que 2013 n'étant pas un multiple de 9 ne peut pas être atteint

3 Somme 2016 respectant les conditions, avec des explications qui ne précisent pas l'impossibilité d'obtenir 2013,
ou bien la somme 2007 respectant les conditions avec des explications complètes qui précisent l'impossibilité d'obtenir 2013

2 Somme correcte 2016 sans explications.
ou bien la somme 2007 avec des explications qui ne précisent pas l'impossibilité d'obtenir 2013.

1 Début de recherche cohérente avec un exemple de somme comprise entre 1991 et 2034

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 8, 9, 10

Origine : fj

16. STATISTIQUES (Cat. 8, 9, 10)

Les organisateurs d'un célèbre rallye observent les statistiques des participants à leurs concours.
Daniela dit: « Du 18e au 19e Rallye, le nombre des participants a augmenté exactement de 2 %. »
Gabriella ajoute: « Du 19e au 20e Rallye, le nombre des participants a augmenté de 4% exactement. »
Lucia répond : « Oui, mais du 20e au 21e Rallye, le nombre des participants a diminué exactement de 6%. Il n'y a plus que 31161 inscrits au 21e Rallye.

Combien y avait-il de participants au 18e Rallye ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALISI A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : fractions, fractions complémentaires, pourcentages, proportionnalité
- Algèbre. équations du premier degré

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il y a trois transformations successives du nombre de participants : « augmenter de 4% », « augmenter de 2% », « diminuer de 6% », dont la dernière aboutit à 31161 et qu'une une méthode consiste à remonter dans le temps étape par étape, par les transformations inverses. (On peut aussi « composer » les trois transformations en une seule).
- La tâche de calcul dépend de la perception de chacune des transformations en opérations : soit on les envisage comme la succession d'une division par 100 pour trouver la valeur d'un « pour cent » , d'une multiplication par le nombre de « pour cent » puis par une addition ou une soustraction ; soit on les envisage comme une seule multiplication par un nombre non entier sous forme de fraction ou sous forme décimale. :
  - Dans le cas où les additions et soustraction induites par les termes « augmenter » ou « diminuer » occultent les autres opérations, la tâche est très simple : 2 + 4 – 6 = 0 et conduit à la conclusion, erronée !!, que la transformation globale est l'identité et qu'il y avait aussi 31161 participants au 18e RMT.
  - Dans le cas où la transformation est conçue comme une succession de multiplications/divisions et d'additions/soustractions, la tâche est longue et doit se répéter trois fois : établir les correspondances terme à terme de deux suites proportionnelles. Par exemple pour « diminuer de 6% », on peut imaginer la décomposition de 100 en 6 + 94 et établir une correspondance du genre :

100	6	94	1
?	?	31161	?

    pour trouver que 331,5 correspond à 1 et 33150 correspond à 100.

    On trouve ainsi 33150 participants au 20e Rallye, 31875 au 19e Rallye et 31250 au 18e Rallye.
  - Dans le cas où on considère les transformations, dans l'ordre chronologique, comme trois multiplications par 1,02. 1,04 et 0,94, (ou 102/100, 104/100 et 94/100) on arrive à la solution à partir de 31161 par trois divisions successives par 0,94, 1,04 et 1,02.
  - Dans le cas où on sait que les trois multiplications se composent en une seule $1{,}02 \times 1{,}04 \times 0{,}94 = 0{,}997152$, il suffit de diviser 31161 par ce facteur.
  - Par algèbre, en désignant par x le nombre de participants au 18e Rallye, il suffit de résoudre l'équation
    $1{,}02 \times 1{,}04 \times 0{,}94x = 31161$

Attribution des points

4 Réponse correcte (31250) avec des explications claires montrant tous les calculs

3 Réponse correcte mais sans explications claires

2 Réponse erronée due à une erreur de calcul,
ou réponse intermédiaire correcte (par exemple seulement 33150 participants au 20e Rallye) avec le détail des calculs

1 Début de raisonnement correct

0 Incompréhension du problème ou réponse 31161

Niveaux : 8, 9, 10

Origine : Siena

17. SOMME EFFRAYANTE (Cat. 9, 10)

Charline considère la suite de nombres :

1, 12, 123, 1234, 12345, 123456, 1234567, 12345678, 123456789, 1234567890, 12345678901, …

Clément la met au défi de calculer la somme des 50 premiers nombres de cette suite.
Charline lui répond:
- *Pas de problème, je relève le défi. Tu peux me demander n'importe quel chiffre de cette somme.*
Clément :
- *Alors, dis-moi quel est le chiffre des milliers de cette somme ?* ».

Quel est le chiffre que dira Clara à Clément ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : numération, périodicité

Analyse de la tâche

- Poser l'addition de ces nombres en colonnes et constater que toutes les colonnes présentent une suite périodique S des chiffres de notre système de numération : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, 1… avec une ligne de décalage vers le bas lorsqu'on passe d'une colonne à la colonne de gauche.
- Calculer la somme des 50 premiers termes de la suite S (voir au passage que la somme des 10 premiers entiers est égale à 45). La somme des unités de ces 50 premiers termes étant 225, il y a donc 22 de retenue pour la colonne des dizaines.
- Calculer la somme des dizaines des 49 premiers termes de la suite S, lui ajouter 22 (225 – 0 + 22) ce qui donne 247, donc 24 de retenue pour la colonne des centaines.
- Calculer la somme des centaines des 48 premiers termes de la suite S, lui ajouter 24 (225 – 9 + 24) ce qui donne 240, donc 24 de retenue pour la colonne des milliers.
- Calculer la somme des milliers des 47 premiers termes de la suite S, et lui ajouter 24 (225 – 9 – 8 + 24) ce qui donne 232. Le chiffre des milliers de l'addition est donc 2.

Ou : écrire les 50 nombres disposés en tableaux et procéder comme précédemment.

Attribution des points

4 Réponse correcte (2) avec l'addition posée et le calcul effectué (!) ou avec une explication complète et claire
3 Réponse correcte avec explications incomplètes
2 Réponse erronée due à une ou deux erreurs de calcul avec une explication complète et cohérente de la démarche ou réponse correcte sans aucune explication
1 Réponse erronée avec une explication incomplète mais cohérente de la démarche
0 Incompréhension du problème

Niveau : 9, 10

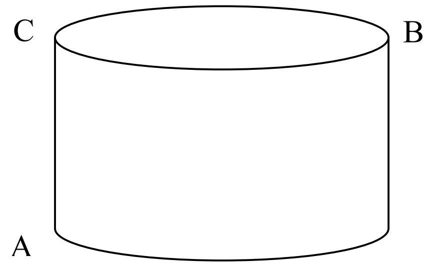
Origine : Suisse Romande

18. LA FOURMI SUR LA BOÎTE (Cat. 9, 10)

Une boîte cylindrique sans couvercle, posée sur la table de la cuisine, a un rayon de 4 cm et une hauteur de 6 cm.
Une fourmi veut aller du point A au point B en suivant le trajet le plus court.

Décrivez le parcours le plus court qui relie les points A et B et calculez sa longueur au millimètre près.

Expliquez votre raisonnement.



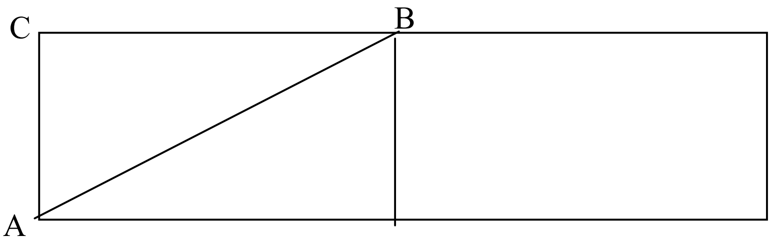
ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie: longueur de la circonférence, surface latérale du cylindre, théorème de Pythagore

Analyse de la tâche

- Comprendre la situation de la fourmi qui peut se déplacer de plusieurs manières (de A à C puis le long du demi-cercle AC + CB ou le long de la surface latérale).
- Comprendre qu'elle ne peut aller en ligne droite de A à B (parcours de 10 cm de longueur) parce que ceci signifierait qu'elle entre dans la boîte.
- Le parcours le plus court se déroule sur la surface latérale du cylindre, dont le développement sur un plan est un rectangle dont un côté est la circonférence de la base et l'autre la hauteur du cylindre :



- Comprendre que le chemin le plus court sur le développement de la surface latérale est en ligne droite dans le rectangle : le segment [AB].
- Le calcul de la mesure de AB se fait dans le triangle ABC par Pythagore. CB est la demi-circonférence : 4π (en cm) et AC = 6 (en cm). Le segment AB vaut $\sqrt{[(4\pi)^2 + 36]} \approx 13{,}9$ (en cm).

Attribution des points

4 Réponse correcte (environ 13,9 cm) avec explications complètes (description du parcours et calcul de la longueur)

3 Réponse correcte (13,9 cm) avec explications incomplètes (par exemple seulement la longueur du parcours)

2 Réponse erronée due à une erreur de calcul ou d'approximation, mais avec un raisonnement correct
ou seulement la longueur du parcours, (13.9) sans explication

1 Début de raisonnement correct, avec au moins une tentative de déterminer le parcours le plus court sur la surface latérale

0 Incompréhension du problème ou réponse 14 cm

Niveaux : 9. 10

Origine : Parma