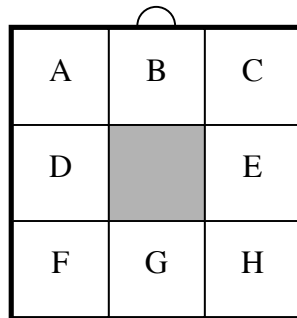


Problèmes	Catégories	Domaines		Origine
1. Cadre Multicolore	3 4		Co	LU
2. Le robot Arthur	3 4	Ar	Geo	BB
3. Loterie de fin d'année	3 4 5	Ar		SI
4. Le décor	3 4 5		Geo	CA
5. Les couleurs des chapeaux	3 4 5		Lo	RZ
6. Trois amis et leurs dessins	4 5 6		Geo	grp geop
7. Un défi pour André	5 6 7	Ar		SI
8. Le nombre de Sophie	5 6 7 8	Ar		BB
9. Chat, lapin, cochon d'Inde	5 6 7 8		Lo	SR
10. De bas en haut par les escaliers	6 7 8	Ar		AO
11. Fleur ou fusée ?	6 7 8		Geo	SI
12. Forfaits vacances	6 7 8 9	Ar		AO
13. L'héritage de Venceslas	7 8 9 10	Ar	Al	RV
14. Triangles rectangles	8 9 10		Al Geo	PR
15. Le jeu de l'aiguille	9 10	Ar		CA
16. Amis supporters	9 10	Ar	Al	SI
17. Carrelage géométrique	9 10		Geo	SI
18. Le nombre magique	9 10	Ar	Al	PR
19. Le calcul de M. Kaprekar	10		Al	grp fonc

1. CADRE MULTICOLORE (Cat. 3, 4)

Jérôme a un cadre formé de 8 carrés égaux en carton blanc. Il veut colorier son cadre et pour le faire il a à sa disposition trois couleurs : rouge, jaune et bleu. Il commence par colorier en rouge les carrés notés sur la figure B et G.



Il décide ensuite de colorier les carrés restants en suivant ces règles :

- deux carrés ayant un côté en commun doivent avoir des couleurs différentes ;
- les carrés A et C doivent avoir la même couleur ;
- les carrés D et E doivent avoir la même couleur ;
- les carrés F et H doivent avoir la même couleur.

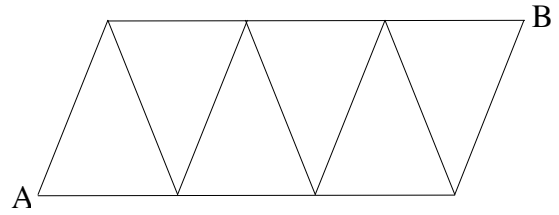
De combien de manières différentes Jérôme peut-il colorier son cadre en respectant les règles et en laissant les carrés B et G en rouge ?

Montrez toutes les possibilités.

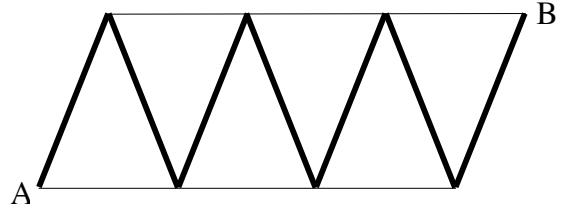
2. LE ROBOT ARTHUR (Cat. 3, 4)

Le robot Arthur se déplace sur les lignes de la grille reproduite ici, en faisant des pas toujours de la même longueur.

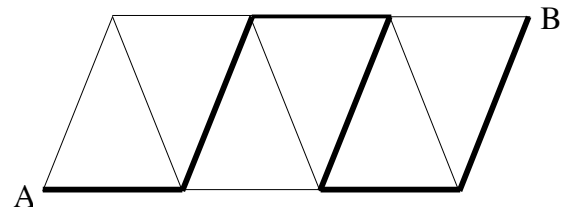
Pour se déplacer de A vers B il peut suivre différents chemins.



Lorsqu'il suit ce chemin, il fait 42 pas :

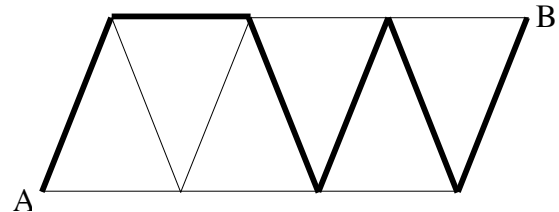


Par contre, il fait 30 pas quand il suit cet autre chemin :



Combien de pas fait le robot Arthur quand il suit ce chemin-là ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse



3. LOTERIE DE FIN D'ANNÉE (Cat. 3, 4, 5)

Pour la fête de la fin de l'année scolaire, on a organisé une loterie. Claire et Hélène ont acheté un billet chacune. Les deux amies comparent les nombres inscrits sur leurs billets et voient qu'ils sont tous les deux inférieurs à 10. Hélène dit à Claire :

« Le tien est un nombre vraiment particulier ! Si tu fais la somme de tous les nombres de 1 jusqu'à celui qui le précède, et si tu fais la somme de tous les nombres qui le suivent jusqu'au mien y compris, tu obtiendras le même résultat ! »

Quel est le nombre de Claire ? Et celui d'Hélène ?

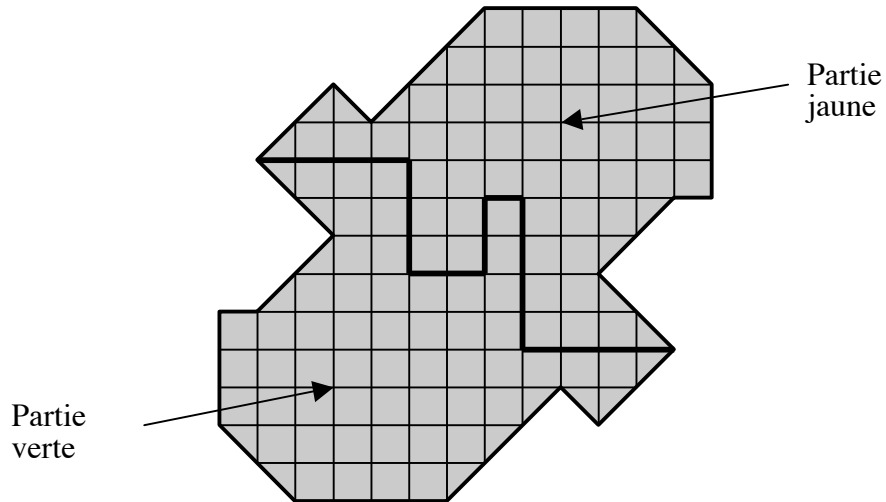
Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

4. LE DÉCOR (Cat. 3, 4, 5)

La classe doit préparer un décor pour un spectacle.

Lili et Mathias ont été chargés de découper en deux parties un morceau de carton rigide.

Une des deux parties sera recouverte de papier fluo jaune, l'autre partie sera recouverte de papier fluo vert. Voici le dessin du projet que Lili et Mathias ont préparé.



Pour recouvrir entièrement chacune des deux parties, faut-il plus de papier vert ou plus de papier jaune ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

5. LES COULEURS DES CHAPEAUX (Cat. 3, 4, 5)

Quatre amies se rencontrent, chacune porte un chapeau dont la couleur correspond à son nom : Blanche porte un chapeau blanc, Violette porte un chapeau violet, Rose un chapeau rose et Bleurette un chapeau bleu.

Les quatre amies s'amuse à s'échanger leurs chapeaux et, à un certain moment, elles s'aperçoivent que :

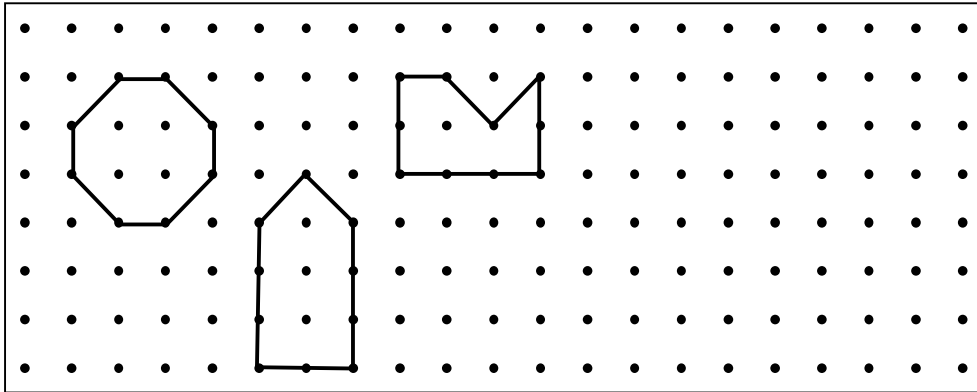
- une seule porte encore le chapeau de la couleur correspondant à son nom,
- Blanche porte le chapeau de Bleurette,
- Rose ne porte pas le chapeau de Violette.

Après ces échanges, quelles peuvent être les couleurs des chapeaux que portent Violette, Rose et Bleurette ?

Donnez vos réponses et montrez les essais que vous avez faits pour les trouver.

6. TROIS AMIS ET LEURS DESSINS (Cat. 4, 5, 6)

Trois amis, Anne, Béa et Charles, ont dessiné ces trois figures sur une feuille de « papier ponctué » :



La figure d'Anne a la même aire que celle de Béa et le même périmètre que celle de Charles.

Quelle est la figure d'Anne ? Expliquez votre réponse.

Dessinez ensuite à côté des dessins des trois amis une autre figure qui ait la même aire et le même périmètre que la figure d'Anne.

7. UN DÉFI POUR ANDRÉ (Cat. 5, 6, 7)

Son oncle dit à André :

« *J'ai pensé à un nombre.*

- *C'est un multiple de 6.*

- *Si tu le doubles, tu obtiens un nombre plus petit que 100.*

- *Si tu le triples, tu obtiens un nombre plus grand que 100.*

- *Si tu lui ajoutes 11 et si tu doubles le résultat, tu obtiens encore un nombre plus petit que 100.*

Quel est le nombre auquel j'ai pensé ? »

Et vous, sauriez-vous trouver le nombre pensé par l'oncle d'André ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver votre réponse.

8. LE NOMBRE DE SOPHIE (Cat. 5, 6, 7, 8)

Sophie a écrit à la craie un nombre de 3 chiffres. Son frère, Léo, efface le chiffre des centaines et lui dit : « *Tu vois, maintenant ton nombre a été divisé par 5* ».

Quel peut être le nombre écrit par Sophie ?

Trouvez toutes les réponses possibles et expliquez comment vous avez trouvé.

9. CHAT, LAPIN, COCHON D'INDE (Cat. 5, 6, 7, 8)

Trois amies habitant trois villages voisins se rencontrent. Chacune se promène avec son animal de compagnie.

- Le chat de Mylène est tigré et adore chasser les souris.
- Louise et la fille qui possède un lapin noir et blanc portent des lunettes.
- Celle qui habite Ropraz a un cochon d'Inde.
- Claude et son amie qui habite à Corcelles adorent les bonbons.

Quel est le prénom de la fille qui habite à Carrouge ?

Quel animal a-t-elle ? Expliquez votre raisonnement.

10. DE BAS EN HAUT PAR LES ESCALIERS (Cat. 6, 7, 8)

Élise habite dans une maison à plusieurs étages : il y a la cuisine au rez-de-chaussée, le séjour au premier étage et sa chambre au deuxième étage. Entre la cuisine et le séjour il y a 13 marches, tandis qu'entre le séjour et la chambre, il y en a 16.

Ce matin-là, Élise, avant de sortir de son lit, a décidé de compter combien de marches elle montera et descendra durant la journée. Dans l'après-midi, elle constate qu'elle a déjà monté et descendu 132 marches.

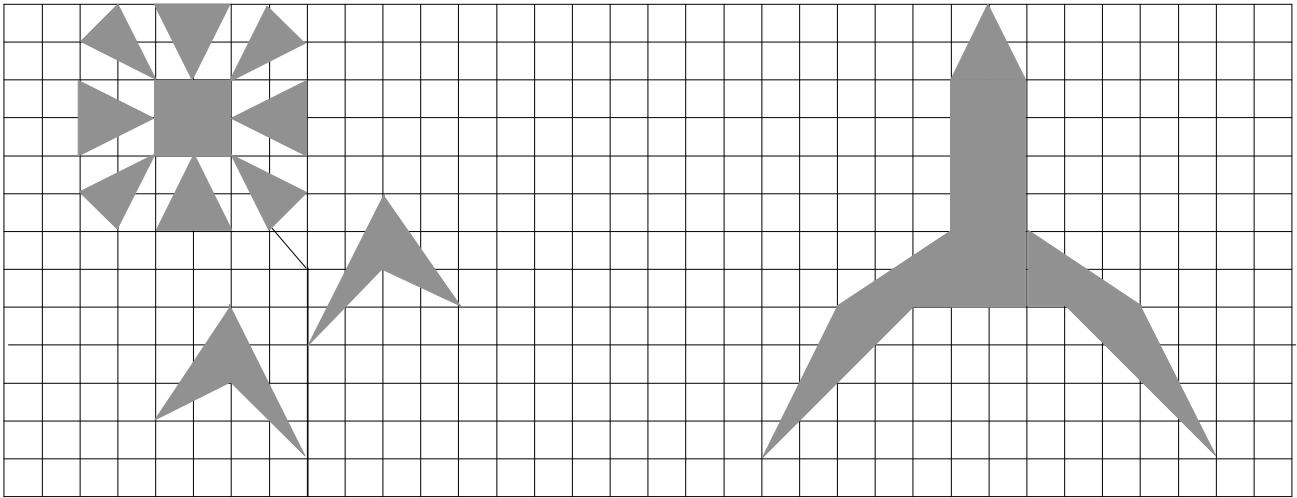
Dans quelle pièce Élise se trouve-t-elle quand elle fait cette constatation ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.



11. FLEUR OU FUSÉE ? (Cat. 6, 7, 8)

Dans la feuille quadrillée ci-dessous, deux figures ont été dessinées en gris : une fleur et une fusée.



Quelle est la figure qui a l'aire la plus grande, la fleur ou la fusée ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

12. FORFAITS VACANCES (Cat. 6, 7, 8, 9)

L'agence TRANSALP propose 4 forfaits différents, A, B, C et D pour une semaine de vacances. Voici ces quatre propositions, chacune comprenant quatre activités organisées ainsi :

A) 380 euro	B) 340 euro	C) 320 euro	D) euro
<i>Excursion dans une île</i>	<i>Gita in montagna</i>	<i>Parc d'attractions</i>	<i>Randonnée en montagne</i>
<i>Randonnée en montagne</i>	<i>Parc d'attractions</i>	<i>Parc d'attractions</i>	<i>Parc d'attractions</i>
<i>Parc d'attractions</i>	<i>Excursion dans une île</i>	<i>Gita in montagna</i>	<i>Excursion dans une île</i>
<i>Parc d'attractions</i>	<i>Randonnée en montagne</i>	<i>Randonnée en montagne</i>	<i>Excursion dans une île</i>

Le prix d'un forfait est la somme des prix de chacune des activités qui le composent. L'agence a oublié d'écrire le prix du forfait de la semaine D.

Quel est le prix du forfait de la semaine D ?

Expliquez votre raisonnement.

13. L'HÉRITAGE DE VENCESLAS (Cat. 7, 8, 9, 10)

Le roi Venceslas était fier de ses filles et de ses fils et adorait ses petits-enfants. À sa mort, il laissa un testament où il demandait que les 50 millions d'écus de son héritage soient partagés entre chacun des 11 membres de sa descendance de la façon suivante :

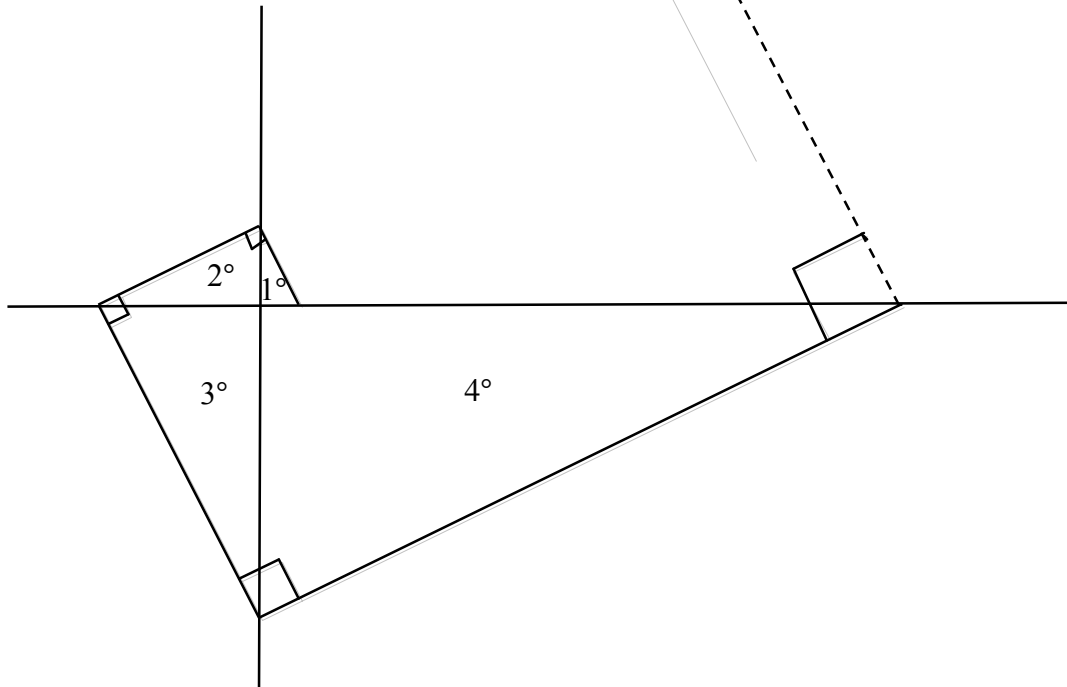
- 6 millions pour chaque fils,
- 4 millions pour chaque fille,
- 1 million pour chaque petit-fils et petite fille.

Combien le roi Venceslas avait-il de fils, de filles et de petits-enfants ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

14. TRIANGLES RECTANGLES (Cat. 8, 9, 10)

Lisette s'amuse à construire une suite de triangles rectangles, ayant chacun un côté en commun avec le suivant et l'hypoténuse perpendiculaire à celle du triangle précédent, comme sur la figure suivante :



Le premier triangle dessiné par Lisette est le plus petit, c'est celui qui est indiqué par 1° sur la figure. Ses côtés de l'angle droit mesurent 1 cm et 2 cm.

Quelles seraient les mesures des trois côtés du 100° triangle si Lisette pouvait le dessiner ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

15. LE JEU DE L'AIGUILLE (Cat. 9, 10)

Pour jouer au jeu de l'aiguille, on utilise un disque en carton sur lequel on a indiqué les heures comme sur une horloge.

Au centre du disque, on a fixé une aiguille que l'on peut faire tourner dans les deux sens et la placer devant chacune des heures.

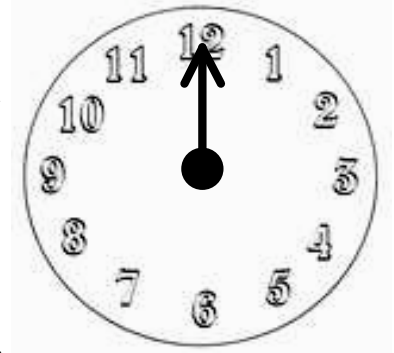
Au début d'une partie, on met l'aiguille sur le 12, puis on lance une pièce de monnaie 11 fois de suite.

Chaque fois que l'on obtient « Pile », on fait avancer l'aiguille de 5 heures, et chaque fois que l'on obtient « Face », on la fait reculer de 3 heures.

On a gagné si l'aiguille indique 11 heures après ces 11 lancers de la pièce.

Pour gagner, combien de fois peut-on obtenir « Pile » et combien de fois « Face » en 11 lancers ?

Expliquez votre raisonnement.



16. AMIS SUPPORTERS (Cat. 9, 10)

Deux amis, Jean et Pierre sont passionnés de football, mais supportent deux équipes différentes. Ils confrontent les résultats obtenus par leurs équipes dans le dernier championnat.

Jean affirme : « *Si mon équipe avait gagné quatre matchs de plus et la tienne quatre matchs de moins, mon équipe en aurait gagné le double de la tienne* ».

Pierre ajoute : « *Oui, c'est juste. Mais il est aussi vrai que si ton équipe avait gagné quatre matchs de moins et la mienne quatre matchs de plus, nos deux équipes auraient gagné le même nombre de matchs* ».

Dans ce dernier championnat, combien de matchs l'équipe de Jean et l'équipe de Pierre ont-elles gagné ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

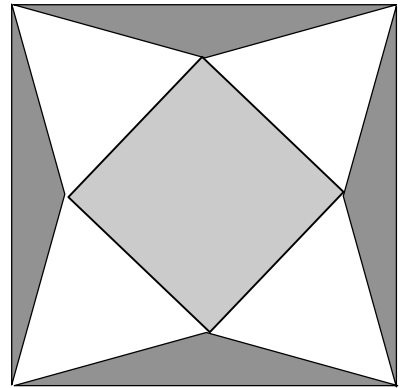
17. CARRELAGE GÉOMÉTRIQUE (Cat. 9, 10)

Cette figure montre le dessin d'un carreau d'un carrelage à motifs géométriques.

- La partie centrale du carreau est formée d'un carré gris clair de 20 cm de côté.
- Sur les côtés de ce carré, on a disposé en forme d'étoile quatre triangles équilatéraux blancs dont les sommets coïncident avec les quatre coins du carreau.
- Entre l'étoile et les côtés du carreau il y a une bordure gris foncé formée de quatre triangles isocèles.

Quelles sont les mesures de l'aire de la partie blanche et de la bordure gris foncé du carreau ?

Justifiez votre réponse.



18. LE NOMBRE MAGIQUE (Cat. 9, 10)

Marc remarque que 143 est un nombre « magique », car en le multipliant par certains nombres, on obtient des résultats très particuliers :

$$143 \times 21 = 3003$$

$$143 \times 49 = 7007$$

$$143 \times 112 = 16016$$

$$143 \times 147 = 21021$$

Marc réussit à trouver tous les nombres de trois chiffres qui, multipliés par 143, donnent comme produit un nombre de cinq chiffres avec un zéro à la place centrale et avec deux nombres égaux situés à la gauche et à la droite du zéro.

Combien Marc a-t-il trouvé de nombres à trois chiffres ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

19. LE CALCUL DE M. KAPREKAR¹ (Cat. 10)

Le mathématicien M. Kaprekar, est bien connu pour son habileté en calcul. Il aime proposer à chaque nouvel élève le jeu suivant :

« Pense à un nombre de trois chiffres, tous différents. Écris le nombre le plus grand que tu peux former avec ces trois chiffres, puis écris le nombre le plus petit. Fais la différence des deux. Avec le nombre obtenu, recommence. Fais cette opération cinq fois. En attendant, j'écris sur ce papier le résultat que tu vas trouver ».

Effectivement, M. Kaprekar prévoit toujours le bon résultat.

Quel est le nombre que M. Kaprekar écrit sur son papier ?

Montrez pourquoi on trouve toujours le même nombre.

¹ Dattatreya Ramachandra Kaprekar (1905 - 1988) est un mathématicien indien connu pour ses recherches sur les nombres. On lui doit la notion de nombre de Kaprekar ainsi que l'algorithme de Kaprekar. Boudé par ses contemporains, ses travaux seraient passés inaperçus s'il n'avaient pas été relayés par Martin Gardner, spécialiste des énigmes mathématiques (Wikipedia).