## Annexe 1. La méthode des graphes d'état

On dessine un graphe dont les nœuds sont tous les débuts possibles de l'une des séquences en compétition. On relie les nœuds N au nœud N′ si N est le début de N′.

Grâce à ce graphe, on calcule les probabilités des différentes situations, lancer après lancer en opérant un suivi de la probabilité que chaque nouveau tirage fait avancer sur le graphe. On va détailler la mise en œuvre de la méthode à propos des séquences PF et FF (*figure ci-dessous*).

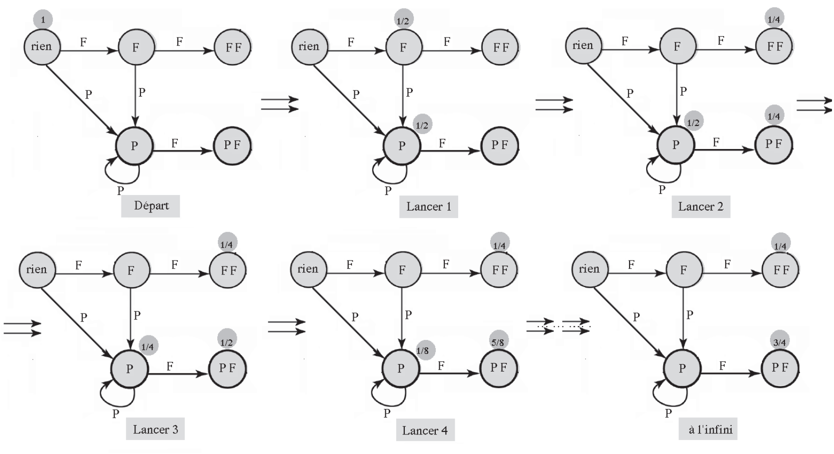
• Au départ, il n'y a aucun P ou F connu : avec une probabilité de 1, nous nous trouvons dans l'état « rien ».

• Après un lancer, le 1 du départ s'est séparé en deux fois 1/2, qui se trouvent sur les états P et F. Cela signifie qu'après un lancer, on a une chance sur deux d'être dans l'état P et autant pour l'état F.

• Après le second lancer, la probabilité 1/2 de l'état F s'est scindée en deux fois 1/4. Le premier 1/4 a été se placer sur FF qui maintenant est donc marqué par 1/4. L'état P a donné la moitié de sa valeur à l'état PF (donc marqué maintenant par 1/4) et l'autre moitié de sa valeur à lui-même, ce qui en additionnant avec le 1/4 qui vient de l'état F donne une probabilité de 1/2 pour PF. Ces marques correspondent aux probabilités qu'on a, après deux lancers, de se trouver dans les états notés sur le graphe.

La circulation des probabilités marquées sur les nœuds du graphe se poursuit selon les mêmes règles : chaque valeur est coupée en deux et va vers les nœuds voisins en suivant les flèches. Cela donne ainsi, lancer après lancer, les probabilités de se trouver dans un état ou un autre. Bien sûr quand une probabilité arrive sur l'une des séquences en compétition, elle n'en bouge plus. Bien sûr aussi, lors de ces calculs et quelle que soit l'étape la somme de probabilités placées sur les nœuds marqués vaut 1.

Dans le cas de cette compétition, il est clair que le 1/4 de FF ne changera plus, et que les 3/4 restants vont petit à petit arriver sur PF, qui à l'infini sera donc marqué par 3/4.




L'état du graphe à l'infini indique les probabilités respectives de gain des séquences PF et FF : 1/4 et 3/4.

Dans les cas plus compliqués, l'étude de la circulation des probabilités d'un nœud à l'autre devient difficile à suivre. Cependant, elle se ramène à un problème classique d'algèbre linéaire qu'on sait parfaitement traiter, et donc la méthode des graphes d'état est générale.

Il est amusant de noter que la circulation des probabilités dans le graphe d'état fonctionne selon un principe identique à celui utilisé par le moteur de recherche Google pour attribuer des notes *PageRank* aux pages internet, notes qui déterminent les rangs d'affichage des pages quand vous soumettez une requête. Au départ, une note égale est attribuée à chaque page ; à chaque étape de redistribution, cette note est fractionnée et passe aux pages citées (ce qui permet aux pages souvent citées d'avoir de bonnes notes). Quelques itérations —et non pas une infinité— de ce procédé de redistribution du PageRank conduisent à une valeur approchée satisfaisante de la valeur de notoriété d'une page. Ce procédé itératif peut se paralléliser facilement et fonctionne donc même avec des milliards de pages à noter.